

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$.

2. Пусть $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$. Привести квадратичную форму $f(x) = x^T Ax$ к каноническому виду

при помощи ортогонального преобразования (требуется указать, как сам канонический вид квадратичной формы, так и ортогональное преобразование, которое приводит форму к каноническому виду).

3. Найти и классифицировать точки экстремума функции $f(x, y) = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8$.

4. Найти и классифицировать экстремумы функции $f(x, y, z) = 2x - y + 9z^2$ при двух ограничениях $y + 6xz = -1$ и $3z - 2x = 1$.

5. Решить дифференциальное уравнение $(x^2 - y^2)dy + 2xydx = 0$.

6. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} \ddot{x} + \dot{x} + \dot{y} = 1 \\ \dot{x} + \ddot{y} = e^t \end{cases}$$

7. Фирма производит микросхемы. Известно, что производство микросхем может находиться в одном из двух состояниях: нормальном (доля дефектных микросхем 10%) и проблемном (доля дефектных микросхем 55%). Для контроля состояния производства утром производится случайная выборка размером в 10 микросхем из продукции первого часа работы. Если из них 3 и более дефектные, производство останавливается до выяснения причины проблемы.

- 1) Найдите вероятность ложного срабатывания тревоги.
- 2) Найдите вероятность того, что проблемное состояние не будет идентифицировано.

8. Доходность ценных бумаг на New York Фондовой бирже имеет нормальное распределение. В таблице приведены данные о доходности 10 видов ценных бумаг:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
X	10	16	5	10	12	8	4	6	5	4	80
X ²	100	256	25	100	144	64	16	36	25	16	782

- 1) Найти точечные несмещенные и состоятельные оценки для математического ожидания и дисперсии доходности.
- 2) Найти 90% доверительный интервал для математического ожидания доходности.

9. Пусть X_1, \dots, X_n - выборка из нормально распределенной генеральной совокупности, т.е. $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i = 1, \dots, n$. Построены следующие оценки для математического ожидания μ :

$$\mu_1 = \bar{X}, \mu_2 = X_1, \mu_3 = \frac{X_1}{2} + \frac{1}{2(n-1)}(X_2 + \dots + X_n).$$

- 1) Какая из этих оценок является несмещенной?
- 2) Какая из этих оценок является наиболее эффективной?
- 3) Какая из этих оценок является состоятельной?

10. Оценка зависимости выпуска фирмы от капитальных и трудовых затрат вида $Q = AK^{\beta_2}L^{\beta_3}$ с помощью модели

$$\ln Q = \beta_1 + \beta_2 \ln K + \beta_3 \ln L + u,$$

по 40 наблюдениям дала следующие результаты (в скобках указаны стандартные ошибки коэффициентов регрессии):

$$\ln Q = 1.37 + 0.632 \ln K + 0.452 \ln L, R^2 = 0.98, \text{cov}(\beta_2, \beta_3) = -0.044$$

(0.257) (0.219)

На уровне значимости 5% проверить гипотезы

- 1) о значимости вклада труда/капитала в формирование выпуска
- 2) о наличии постоянной отдачи от масштаба.