

**Демонстрационный вариант и методические рекомендации
по профилю «Статистика»
Олимпиады ГУ-ВШЭ для студентов и выпускников вузов**

1. По случайной выборке (x_1, x_2, \dots, x_n) из генеральной совокупности, имеющей экспоненциальный закон распределения с плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-a)}, & x \geq a \\ 0, & x < a \end{cases} \quad (\lambda > 0)$$

найти оценку максимального правдоподобия двумерного вектора параметров $\begin{pmatrix} a \\ \lambda \end{pmatrix}$.

2. Если (x_1, x_2, \dots, x_n) - случайная выборка из генеральной совокупности, имеющей экспоненциальный закон распределения с плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} (1/\sqrt{\alpha}) e^{-x/\sqrt{\alpha}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (\alpha > 0)$$

проверить, является ли $\hat{\alpha} = (\bar{X})^2$, где $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, несмещенной оценкой параметра α .

3. Пусть (x_1, x_2, \dots, x_n) - случайная выборка из нормальной генеральной совокупности с дисперсией σ^2 .

Доказать, что $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$ (где $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$) является состоятельной оценкой дисперсии σ^2 .

4. По данным о курсе акций (y) компании за шесть месяцев

Курс акций (y)	7	15	20	32	45	60
Месяц (x)	1	2	3	4	5	6

Можно ли утверждать при 10% уровне значимости, что доходность акций, начиная с $x = 4$, выросла.

При решении рассмотреть регрессионную модель $y_i = \beta_1 x_i + \beta_2 \gamma_i + \varepsilon_i$,

где γ - бинарная фиктивная переменная,

ε_i - независимые нормально распределенные случайные ошибки с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией.

5. В период проведения очередной избирательной кампании для определения рейтинга двух ведущих политических партий в одном из муниципальных образований, насчитывающем 100 тыс. избирателей, из их числа случайным образом были сформированы две выборки объемами соответственно 250 и 200 человек. Респонденты первой выборки были опрошены на предмет поддержки первой партии, уровень которой среди респондентов составил 32%. Респондентам второй выборки был задан вопрос о том, поддерживают ли они вторую партию. Положительно на этот вопрос ответили 70 человек. В предположение биномиального распределения числа избирателей, поддерживающих определенного кандидата, можно ли на уровне значимости 0,05 утверждать, что вторую партию поддерживает большее число избирателей, чем первую?

6. При исследовании группы работников были вычислены парные коэффициенты корреляции между производительностью труда и возрастом (0,420), между производительностью труда и стажем (0,6),

между возрастом и стажем (0,7). Определить уровень взаимосвязи между производительностью труда и стажем в отсутствие влияния фактора возраста.

7. С целью оптимизации рабочего времени была предложена новая технология обслуживания. Был проведен эксперимент на 20 объектах по старой технологии и 16 объектах по новой технологии. Средняя продолжительность технического обслуживания уменьшилась на один час при выборочных средних квадратических отклонениях до и после перехода на новую технологию соответственно 1,8 часа и 2 часа. Предполагая, что продолжительность обслуживания распределена по нормальному закону, проверить на уровне значимости 0,05, способствует ли новая технология экономии рабочего времени.

8. При исследовании зависимости объема реализации продукции (млн. руб.) от времени реализации получены данные, приведенные в таблице:

Номер наблюдения	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
1	142	150	148	150
2	146	149	149	155
3	144	153	147	154

Предполагая, что объем реализации продукции есть случайная величина, подчиненная нормальному закону распределения, требуется на уровне значимости 0,05 определить, зависит ли объем реализации продукции от времени года.

Методические рекомендации

Основные разделы, представленные в олимпиадных заданиях:

1. Характеристики генеральной и выборочной совокупностей;
2. Статистическое оценивание параметров генеральной совокупности по выборке;
3. Статистическая проверка гипотез;
4. Анализ зависимостей;
5. Индексный метод анализа социально-экономических процессов;
6. Основные показатели микроэкономической статистики;
7. Основные показатели макроэкономической статистики.

Каждая задача оценивается от 1 до 5 баллов, в зависимости от степени выполнения.

В решениях должны быть представлены результаты расчетов и их анализ. По результатам анализа необходимо сделать содержательные выводы.

В случае необходимости доопределения недостающей информации (уровень значимости при проверке гипотезы, доверительная вероятность и т. п.), участнику олимпиады следует сделать это самостоятельно с обоснованием сделанного выбора.

Для решения задач участникам будут выданы статистические таблицы. Для расчетов могут быть использованы только калькуляторы с базовыми арифметическими действиями.

Рекомендуемая литература:

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика.- М., ЮНИТИ, 2001
2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика в задачах и упражнениях. - М., ЮНИТИ, 2001
3. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. – М., Финансы и статистика, 2003
4. Курс социально-экономической статистики: Учебник для вузов/ Под ред. проф. М.Г. Назарова. — М.: Омега-Л, 2007.

