



**Сборник заданий
Всероссийской олимпиады
школьников**

Том 3

Математика

*

Информатика

*

Финансовая грамотность

*

Основы бизнеса

*

Экономика



**Высшая
проба**

Москва, 2024



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Сборник заданий
Всероссийской олимпиады школьников
«Высшая проба»
Том 3**

Математика

*

Информатика

*

Финансовая грамотность

*

Основы бизнеса

*

Экономика

УДК 373.167.1[5+62]+[5+62](076.1)

ББК 20я721-43+30я721-43

С23

С23 Сборник заданий Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
**ТОМ 3 МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА, ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ,
ОСНОВЫ БИЗНЕСА, ЭКОНОМИКА**
— М.: ООО «ВАШ ФОРМАТ», 2024. — 658 с.

ISBN 978-5-00147-585-9

Сборник заданий Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба». Математика. Информатика. Финансовая грамотность. Основы бизнеса. Экономика. [Текст] / под общ.ред. Анцыгина А.Л., Балакина Т.П., Бекзентеев М. Р., Белозеров М.Ю., Берзон Н.И., Войко А.В., Галанова А.В., Гасс Т.А., Глазков Д.С., Густокашин М.С., Ерисов А.Ю., Земцов М.Д., Зороастрова И.В., Зотов А.В., Каменская А.К., Канторович Г.Г., Карпов И. С., Каяшева Е.В., Ким И.А., Леушина Д.С., Нетай И.В., Николашина Н.Н., Петрикова И.В., Силина С.Н., Скопенков А.Б, Челноков Г.Р, Штерн А.С., Эстеров А.И..

В сборник вошли задания Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба» по математике за 2019 – 2022 годы, по информатике за 2020 – 2023 годы, по финансовой грамотности за 2020 – 2023 годы, по основам бизнеса за 2020 -2023 годы, по экономике за 2018 – 2023 годы. Олимпиада проводится в два этапа: первый (отборочный) – в дистанционном формате, второй (заключительный) в очном. В сборник по каждому профилю включены перечень и содержание тем, ответы и решения (ключи) и другие материалы только заключительных этапов.

ISBN 978-5-00147-585-9



УДК 373.167.1[5+62]+[5+62](076.1)

ББК 20я721-43+30я721-43

Дорогие друзья!

Перед вами сборник олимпиадных задач заключительных этапов Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба» последних лет, составленный командой опытных преподавателей и методистов.

Олимпиада «Высшая проба» за последние 15 лет стала одним из самых значимых интеллектуальных состязаний не только для ключевого организатора – Высшей школы экономики, но для всей системы образования России в целом. Начиная с 2009 года, олимпиада проводится совместно с ключевыми российскими университетами и учреждениями Российской академии наук. Количество профилей олимпиады ежегодно растет, что позволяет участникам проверить свои силы как в обычных школьных предметах, так и предпрофессиональных областях знаний, таких как, например, психологии, восточные языки или инженерные науки. Участниками олимпиады могут стать школьники 7-11 классов вне зависимости от гражданства и региона проживания. Отборочный этап олимпиады проходит в онлайн формате, а заключительный - в очном, причем, очные состязания проводятся ежегодно в более чем 30 городах России. Такой формат делает доступным участие в олимпиаде для школьников не только из крупных городов, но и для тех, кто проживает в глубинке и за рубежом.

В последние годы численность участников олимпиады «Высшая проба» существенно увеличилась, превысила 60 тысяч, и это еще не предел. Надеемся, что материалы сборника помогут потенциальным участникам лучше подготовиться к олимпиадным состязаниям, разовьют любопытство и интерес к окружающему миру, гибкость мышления. Способность быстро и нестандартно мыслить, находить оригинальные решения задач – это то, что приносит успех и лавры дипломанта олимпиады.

Важно, что участие в олимпиаде - это не только шанс получить преимущества при поступлении в престижные российские вузы, но и возможность приобрести новые знания, проверить и критически оценить свои возможности, определить и развить свои способности и интересы, формировать у себя критическое мышление, проявить свой творческий, интеллектуальный потенциал и повысить свою самооценку. Олимпиады — это интеллектуальный спорт и высокая конкуренция, но также неповторимая атмосфера общения с единомышленниками и возможность найти новых друзей.

Не упускайте прекрасный шанс - участвуйте в олимпиадах и побеждайте!

*Первый проректор НИУ ВШЭ
Вадим Валерьевич Радаев*

**Всероссийская олимпиада школьников «Высшая проба»
Профиль «Математика»**

Аннотация

Высшая Проба по математике в 2019–2022 гг.

Любая университетская олимпиада в той или иной степени решает спектр близких задач: развитие и пропаганда таких аспектов мышления как нестандартность, изобретательность и критичность; реклама математики как области, или по крайней мере одного из компонентов будущей профессиональной деятельности; реклама проводящего университета, как места, где имеют такие-то математические вкусы; предоставление заинтересовавшимся возможности поступить без экзаменов. Разнообразие задач умножается на варьирующийся уровень подготовки участников олимпиады, в отношении которых эти задачи предстоит решать. В общих чертах одно и то же средство служит достижению всех вышеперечисленных целей: вариант должен состоять из красивых задач, однако в деталях появляются различия и неизбежно приходится выбирать приоритеты.

В 2019–2022 годах команде составителей олимпиады Высшая проба по математике (далее ВПМ) была поставлена амбициозная задача: поскольку ВШЭ в любом случае наберет себе сильных студентов, требовалось сосредоточиться на привлечении не просто сильных, а лучших из лучших. Иными словами, было допустимо пожертвовать количеством в пользу качества.¹ Такая постановка задачи определила особенности вариантов ВПМ: во-первых, на протяжении означенных лет она была заметно сложнее чем большинство аналогичных олимпиад, во-вторых, в вариантах отводилось заметно больше места задачам по комбинаторике по сравнению с усредненной олимпиадой того времени.

Ориентация на тяжелый набор задач сделала логичным выбор подведения итогов по сумме трех самых дорогих задач, вместо суммы всех. Достоинство этой схемы в ее приближенности к системе ценностей реального мира: участнику важнее иметь какие-то сильные стороны, чем не иметь слабых – ровно то, что потребуется при профессиональной деятельности. Недостатки: во-первых, в меньшей отлаженности схемы, во-вторых, в большей случайности результатов. Последний недостаток мы сочли терпимым, поскольку ВПМ – это часть экосистемы олимпиадного движения, а не ее автономная копия.

Стоит упомянуть, что некоторые из задач ВПМ – сформулированные доступным школьнику языком частные случаи актуальных научных проблем либо леммы из научных работ, так 2019-20.11.7 – лемма из статьи по маломерной топологии одного из авторов задачи, см. <https://arxiv.org/pdf/1808.08363.pdf>, 2019-20.11.5 – один из представителей результатов в духе т. Штейница об ограничении частичных сумм конечной системы векторов с нулевой суммой, в которой до сих пор появляются новые результаты; 2019-20.9-10.6 – пусть и на конечном примере объясняет один из современных подходов к попыткам обобщить т. Эрдеша-Ко-Радо – активно развивающейся области экстремальной теории множеств, до сих пор имеющей массу открытых вопросов, 2020-21.11.6 – в теории динамических систем подобные конструкции известны под названием внешний бильярд, и если случай треугольника доступен школьнику, то более сложные случаи являются предметом свежих научных публикаций. Взрывной рост количества олимпиад тех лет привел к ощутимому дефициту хороших оригинальных задач. В качестве одной из мер преодоления кризиса, на Матфаке ВШЭ в 2019–2021 гг. проводился семинар по олимпиадным задачам, целью которого было научить студентов-математиков, планирующих в дополнение к основной деятельности вести математические кружки для школьников, придумывать олимпиадные задачи. Из задач, созданных участниками семинара, варианты ВПМ пополнили: 2019-20.7.6, 2020-21.11.3, 2020-21.9-10.1, 2020-21.9-10.5, 2020-21.9-10.6, 2020-21.11.2, 2020-21.11.4, 2021-22.9-10.4; еще несколько задач были отданы на финал ВсОШ.

¹ После 2021–2022 учебного года поставленная цель была скорректирована, соответственно изменились и меры по достижению цели.

**Перечень и содержание тем
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»**

7 класс

Тема 1. Алгебраические выражения, уравнения, графики

1.1. Алгебраические выражения и уравнения

Степень с натуральным показателем, её свойства.

Многочлены, правило умножения многочленов, формулы сокращённого умножения. Линейные уравнения с одной переменной с параметром и без параметра.

Линейные системы с несколькими переменными: метод сложения, метод подстановки.

1.2. Функции и графики

Изображение функции с помощью графика, определение значений функции по графику. График линейной функции, зависимость графика от параметров.

График функций $y = x^2$ и $y = x^3$.

Графическое решение систем из двух линейных уравнений с двумя переменными.

Тема 2. Натуральные, целые, действительные числа

2.1. Целые, рациональные, действительные числа

Деление натуральных чисел с остатком и без остатка. Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Десятичная запись натуральных и целых чисел.

Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12, 18, 36, 45, 72 и т. д.

Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями.

2.2. Уравнения в целых числах

Линейные уравнения в целых числах (диофантовы уравнения). Системы линейных уравнений в целых числах. Нелинейные уравнения в целых числах.

Тема 3. Текстовые задачи

3.1. Доли, проценты

Понятие процентного отношения. Двукратное применение процентного отношения. Изменение процентного содержания одной из компонент в двухкомпонентной системе. Вычисление целого по его известной части. Нахождение неизвестной части целого.

3.2. Задачи на движение

Графическое изображение условий задачи. Элементарные задачи на движение одного объекта. Движение двух объектов с разными скоростями. Простейшие задачи на движение по окружности (подсчёт количества встреч и времени обгона).

Тема 4. Планиметрические задачи

4.1. Основные понятия геометрии

Прямые, точки, перпендикулярные прямые, параллельные прямые, углы. Измерение углов. Измерение отрезков. Расстояние от точки до прямой.

Плоскость как множество точек. Разбиение плоскости на две полуплоскости. Биссектриса угла как геометрическое место точек, равноудалённых от сторон. Серединный перпендикуляр к отрезку как геометрическое место точек, равноудалённых от концов.

Свойства накрест лежащих и односторонних углов при параллельных прямых. Признак параллельности прямых.

4.2. Треугольники

Признаки равенства треугольников. Биссектриса, медиана, высота в треугольнике. Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник. Свойства углов равнобедренного треугольника. Свойства биссектрисы, медианы, высоты в равнобедренном треугольнике.

Прямоугольный треугольник. Признак равенства прямоугольных треугольников.

4.3. Окружность

Вписанная и описанная окружность треугольника, положение центров. Касательная к окружности.

4.4. Построения

Построение треугольника по трём элементам. Построение биссектрисы угла. Построение отрезка (угла), равного данному отрезку (углу). Деление отрезка пополам. Построение параллельной и перпендикулярной прямой. Метод геометрических мест в задачах на построение.

8 класс

Тема 1. Элементарные функции и графики

1.1. Элементарные функции

Декартова прямоугольная система координат.

Понятие функции. Область определения, множество значений, график. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Наименьший положительный период. Монотонные функции. Локальный экстремум.

Линейная функция, прямая. Угловой коэффициент прямой. Условия параллельности двух прямых на плоскости.

Квадратный трехчлен, парабола. Выделение полного квадрата. Промежуток возрастания, промежуток убывания, точка экстремума. Множество значений квадратного трехчлена. Дробно-линейная функция, гипербола. Асимптоты и оси симметрии гиперболы.

1.2. Элементарные функции с модулем

Преобразование модуля, примененное к аргументу. Преобразование модуля, примененное к функции. Композиция линейной функции и модуля.

1.3. Окружности на плоскости

Расстояние от точки до начала координат. Расстояние между двумя точками. Уравнение окружности. Уравнение окружности со смещенным центром.

Тема 2. Алгебраические выражения, уравнения и неравенства

2.1. Линейные и квадратные уравнения

Линейные уравнения без параметра и с параметром. Квадратные уравнения. Условие разрешимости, условие единственного решения, условие неразрешимости.

Различные формулы для корней квадратного уравнения. Теоремы Виета.

Вычисление коэффициентов квадратного уравнения с заданными корнями. Вычисление симметрических функций от корней через коэффициенты.

Уравнения, приводящиеся к квадратным с помощью замены переменной.

2.2. Свойства алгебраических неравенств

Числовые неравенства. равносильные преобразования неравенств. Линейные неравенства. Квадратные неравенства. Дробно-линейные неравенства. Неравенства, содержащие модуль. Тожественные неравенства. Среднее арифметическое и среднее геометрическое двух неотрицательных чисел.

2.3. Формулы сокращенного умножения

Формулы сокращенного умножения и деления. Преобразование выражений с модулями. Разложение на множители числовых выражений. Разложение на множители выражений с параметрами. Деление многочленов с остатком. Преобразование дробно-рациональных выражений. Алгебраические выражения.

2.4. Системы линейных уравнений

Понятие равносильных систем, понятие следствия.

Системы линейных алгебраических уравнений, имеющие единственное решение. Графический метод. Метод исключения неизвестных. Метод алгебраических преобразований. Вычисление линейной функции от решения линейной системы методом алгебраических преобразований. Простые текстовые задачи, приводящие к линейным системам. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, не имеющие решений или имеющие бесконечное множество решений. Геометрическая интерпретация. Системы, приводящиеся к линейным с помощью замены переменной.

Тема 3. Натуральные, целые, действительные числа

3.1. Целые, рациональные, действительные числа

Деление натуральных чисел с остатком и без остатка.

Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Десятичная запись натуральных и целых чисел. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12, 18, 36, 45, 72 и т.д.

Множество действительных чисел, числовая прямая. Сравнение действительных чисел. Модуль действительного числа. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями. Приведение периодической десятичной дроби к рациональному виду. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби.

3.2. Уравнения в целых числах

Линейные уравнения в целых числах (диофантовы уравнения). Системы линейных уравнений в целых числах. Нелинейные уравнения в целых числах. Системы нелинейных уравнений в целых числах.

3.3. Текстовые задачи с целочисленными решениями

Понятие объединения и пересечения множеств. Подсчет количества элементов множества, обладающих одновременно двумя свойствами. Подсчет количества элементов множества, обладающих одним из двух свойств.

Тема 4. Текстовые задачи

4.1. Понятие процентного отношения

Понятие процентного отношения. Двукратное применение процентного отношения. Понятие сложных процентов.

4.2. Задачи на движение

Графическое изображение условий задачи. Элементарные задачи на движение одного объекта. Движение двух объектов с разными скоростями. Движение вниз и вверх по реке. Движение по замкнутой траектории (окружности).

4.3. Текстовые задачи экономической тематики

Понятия выручки, расхода, дохода, прибыли. Понятия работы и производительности труда. Понятие спроса и предложения.

4.4. Смеси и сплавы

Вычисление концентрации смеси двух растворов.

Тема 5. Планиметрические задачи, треугольники

5.1. Прямоугольный и равнобедренный треугольники

Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Равнобедренный треугольник. Вычисление радиусов вписанного и описанного круга.

5.2. Биссектриса треугольника

Основные свойства биссектрисы. Вычисление длины биссектрисы.

5.3. Медиана и высота треугольника

Основные свойства медианы. Вычисление длины медианы. Основные свойства высоты. Вычисление длины высоты.

Вписанная и описанная окружности.

5.4. Площадь треугольника

Вычисление площади по двум сторонам и углу между ними. Вычисление площади по стороне и двум прилежащим углам. Вычисление площади по радиусу вписанного круга

5.5. Четырехугольники

Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат. Трапеция.

5.6. Графические методы решения уравнений и неравенств

Пересечение прямой и параболы. Графическое решение уравнений и систем уравнений, включающих уравнения окружностей, прямых, квадратов и других простейших фигур. Пересечение прямой и окружности. Взаимное расположение ломаной линии и окружности.

Тема 6. Теория вероятностей и комбинаторика

6.1. Теория вероятностей

Понятие вероятности. Вычисление вероятности в задачах с равновероятными элементарными событиями.

Основные правила теории вероятностей: формула сложения вероятности двух событий, правило умножения вероятностей для независимых событий, вероятность противоположного события.

6.2. Комбинаторика

Правило умножения и правило сложения в комбинаторике.

Основные задачи комбинаторики: подсчёт числа перестановок и сочетаний.

Рекуррентные соотношения. Составление рекуррентных соотношений в комбинаторных задачах. Решение линейных рекуррентных соотношений второго порядка.

Основы теории множеств в комбинаторике. Формула включений-исключений.

9 класс

Тема 1. Элементарные функции и графики

1.1. Элементарные функции

Декартова прямоугольная система координат.

Понятие функции. Область определения, множество значений, график. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Наименьший положительный период. Монотонные функции. Локальный экстремум. Преобразование графиков. Сдвиг, растяжение, зеркальная симметрия, центральная симметрия.

Линейная функция, прямая. Уравнение прямой в различных формах. Угловой коэффициент прямой. Условия параллельности двух прямых на плоскости. Условия перпендикулярности двух прямых на плоскости.

Квадратный трехчлен, парабола. Выделение полного квадрата. Промежуток возрастания, промежуток убывания, точка экстремума. Множество значений квадратного трехчлена. Дробно-линейная функция, гипербола. Асимптоты и оси симметрии гиперболы.

1.1. Элементарные функции с модулем

Преобразование модуля, примененное к аргументу. Преобразование модуля, примененное к функции. Композиция линейной функции и модуля. Композиция квадратного трехчлена и модуля. Композиция дробно-линейной функции и модуля.

1.2. Точки, прямые, многоугольники на плоскости

Множества на плоскости. Параллельный перенос, растяжение. Зеркальная и центральная симметрия. Преобразование подобия.

Свойства симметрии фигур, описываемых уравнениями и неравенствами с одним и несколькими модулями.

Расстояние от точки до начала координат. Расстояние между двумя точками. Расстояние от прямой до начала координат. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Фигуры на плоскости, определяемые уравнениями и неравенствами, включающими $|x|$ и $|y|$ в различных комбинациях.

1.3. Окружности на плоскости

Уравнение окружности. Уравнение окружности со смещенным центром. Уравнение окружности с модулями.

Тема 2. Алгебраические уравнения

2.1. Линейные и квадратные уравнения

Линейные уравнения без параметра и с параметром.

Квадратные уравнения. Условие разрешимости, условие единственного решения, условие неразрешимости.

Различные формулы для корней квадратного уравнения. Теоремы Виета.

Вычисление коэффициентов квадратного уравнения с заданными корнями. Вычисление симметрических функций от корней через коэффициенты.

Квадратные уравнения с параметром. Уравнения, приводящиеся к квадратным с помощью замены переменной. Методы решения дробно-рациональных уравнений.

2.2. Алгебраические уравнения старших степеней

Метод понижения порядка алгебраических уравнений. Биквадратные уравнения. Симметрические уравнения. Методы разложения на множители для уравнений старших степеней. Уравнения, содержащие знак абсолютной величины.

Тема 3. Алгебраические неравенства

3.1. Свойства алгебраических неравенств

Числовые неравенства. Равносильные преобразования неравенств. Линейные неравенства. Квадратные неравенства. Дробно-линейные неравенства. Неравенства, содержащие модуль и несколько модулей. Тожественные неравенства. Среднее арифметическое и среднее геометрическое двух неотрицательных чисел. Свойства суммы двух взаимно обратных чисел.

3.2. Метод интервалов

Метод интервалов для многочлена. Метод интервалов для рациональной функции. Метод интервалов для иррациональной функции.

Тема 4. Системы алгебраических уравнений

4.1. Системы линейных уравнений

Понятие равносильных систем, понятие следствия.

Системы линейных алгебраических уравнений, имеющие единственное решение. Графический метод. Метод исключения неизвестных. Метод алгебраических преобразований. Вычисление линейной функции от решения линейной системы методом алгебраических преобразований. Простые текстовые задачи, приводящие к линейным системам.

Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, не имеющие решений или имеющие бесконечное множество решений. Геометрическая интерпретация. Линейные системы с параметром. Условие единственного решения, отсутствия решений, бесконечного числа решений. Системы, приводящиеся к линейным с помощью замены переменной.

4.2. Системы уравнений общего вида

Виетовские системы. Метод решения, условие разрешимости. Системы, содержащие однородные уравнения. Симметрические системы. Метод замены переменных для решения систем.

Тема 5. Алгебраические выражения

5.1. Формулы сокращенного умножения

Формулы сокращенного умножения и деления. Преобразование выражений с модулями. Разложение на множители числовых выражений. Разложение на множители выражений с параметрами. Деление многочленов с остатком. Преобразование дробно-рациональных выражений. Алгебраические выражения.

5.1. Иррациональные алгебраические выражения

Извлечение квадратного корня из полного квадрата числового выражения и выражения с параметром. Сложные радикалы. Избавление от иррациональности в знаменателе числового выражения и выражения с параметром.

Сравнение иррациональных выражений. Числовые оценки иррациональных выражений без параметров.

Тема 6. Иррациональные уравнения и неравенства

6.1. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств

Функция, график. Область определения, множество значений. Корни третьей, четвертой и старших степеней.

Графический метод решения иррациональных уравнений и неравенств. Метод замены переменной. Использование одной и двух новых переменных.

Использование монотонности и метод подбора при решении иррациональных уравнений и неравенств.

6.2. Метод равносильных преобразований

Уравнения и неравенства с полным квадратом под знаком квадратного корня. Метод разложения на множители.

Универсальный метод решения иррациональных неравенств. Иррациональные уравнения и неравенства.

Метод эквивалентных преобразований для иррациональных уравнений и неравенств. Понятие эквивалентного преобразования.

Основные типы иррациональных уравнений и неравенств. Метод неэквивалентных преобразований.

Понятие следствия.

Понятие проверки решения. Эффективные методы проверки.

Тема 7. Натуральные, целые, действительные числа

7.1. Целые, рациональные, действительные числа

Деление натуральных чисел с остатком и без остатка. Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Десятичная запись натуральных и целых чисел. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12, 18, 36, 45, 72 и т.д.

Иррациональные числа. Иррациональность и некоторых других алгебраических констант.

Множество действительных чисел, числовая прямая. Сравнение действительных чисел. Модуль действительного числа. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями. Приведение периодической десятичной дроби к рациональному виду. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби.

7.2. Уравнения в целых числах

Линейные уравнения в целых числах (диофантовы уравнения). Системы линейных уравнений в целых числах.

Нелинейные уравнения в целых числах. Системы нелинейных уравнений в целых числах.

Условия целочисленности рациональной функции.

7.3. Текстовые задачи с целочисленными решениями

Понятие объединения и пересечения множеств.

Подсчет количества элементов множества, обладающих одновременно двумя свойствами. Подсчет количества элементов множества, обладающих одним из двух свойств.

Тема 8. Текстовые задачи**8.1. Понятие процентного отношения**

Понятие процентного отношения. Двукратное применение процентного отношения. Изменение процентного содержания одной из компонент в двухкомпонентной системе. Изменение процентного содержания одной из компонент в многокомпонентной системе.

8.2. Понятие сложных процентов

Основные закономерности сложных процентов. Математические аспекты процесса прироста капитала в банке.

8.3. Задачи на движение

Графическое изображение условий задачи. Элементарные задачи на движение одного объекта. Движение двух объектов с разными скоростями.

Движение вниз и вверх по реке. Движение нескольких объектов по реке.

Движение по замкнутой траектории (окружности).

8.4. Понятие производительности труда

Работа и производительность труда одного участника.

Совместная работа и производительность труда нескольких участников.

Повышение и понижение производительности труда и связанное с этим изменение времени выполнения.

8.5. Текстовые задачи экономической тематики

Понятия выручки, расхода, дохода, прибыли.

Текстовые задачи на вычисление экстремальных значений в задачах экономического содержания.

Задачи, требующие выработки оптимальной стратегии.

8.6. Понятие спроса и предложения

Понятие спроса и предложения.

Задачи оптимизации при заданном соотношении спроса и предложения.

8.7. Смеси и сплавы

Вычисление концентрации смеси двух растворов. Вычисление концентрации смеси трех растворов.

Максимальные и минимальные значения концентрации при смешивании. Вычисление площади по радиусу описанного круга.

Тема 9. Планиметрические задачи, треугольники**9.1. Прямоугольный и равнобедренный треугольники**

Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции.

Равнобедренный треугольник. Вычисление радиусов вписанного и описанного круга.

9.2. Биссектриса треугольника

Основные свойства биссектрисы. Вычисление длины биссектрисы.

9.3. Медиана и высота треугольника

Основные свойства медианы. Вычисление длины медианы. Основные свойства высоты. Вычисление длины высоты.

Вписанная и описанная окружности.

9.4. Площадь треугольника

Вычисление площади по двум сторонам и углу между ними. Вычисление площади по стороне и двум прилежащим углам. Вычисление площади по трем сторонам. Формула Герона. Вычисление площади по радиусу вписанного круга.

Тема 10. Графические методы решения уравнений и систем**10.1. Графические методы решения уравнений и неравенств**

Многоугольники. Пересечение прямой и параболы. Взаимное расположение ломаной и параболы. Взаимное расположение двух парабол.

10.2. Графические методы решения уравнений и неравенств

Окружности.

Графическое решение уравнений и систем уравнений, включающих уравнения окружностей, прямых, квадратов и других простейших фигур.

Пересечение прямой и окружности. Взаимное расположение ломаной линии и окружности. Взаимное расположение окружности и параболы. Уравнение окружности с модулями.

Тема 11. Планиметрические задачи, многоугольники, окружности**11.1. Окружности**

Измерение углов и дуг, связанных с окружностью. Вписанные и центральные углы.

Свойство пересекающихся хорд в окружности. Свойство касательной и секущей.

Метрические соотношения в круге.

11.2. Многоугольники

Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат. Трапеция.

Метрические соотношения в четырехугольниках общего вида. Свойства четырехугольника, в который вписана окружность. Свойства четырехугольника, вокруг которого можно описать окружность.

Тема 12. Последовательности и прогрессии

12.1. Арифметическая прогрессия

Понятие и свойства арифметической прогрессии. Вычисление суммы отрезка натурального ряда. Вычисление суммы отрезка арифметической прогрессии. Вычисление суммы множества натуральных чисел, определяемых свойствами делимости.

12.2. Геометрическая прогрессия

Понятие и свойства геометрической прогрессии. Вычисление суммы отрезка геометрической прогрессии.

Задачи на составление уравнений, связанных со свойствами геометрической прогрессии. Задачи, в которых присутствуют одновременно арифметическая и геометрическая прогрессии.

12.3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

Понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Уравнения и неравенства, в которых присутствует сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Тема 13. Теория вероятностей и комбинаторика

13.1. Теория вероятностей

Случайные события. Среднее значение, медиана, отклонения, дисперсия.

Математическое описание случайных явлений. Элементарные события и их вероятность. Правило вычисления вероятности.

Основы теории множеств: объединение, пересечение множеств, диаграммы Эйлера.

Применение теории множеств для вычисления вероятности. Вероятность противоположного события. Объединение и пересечение событий.

Формула сложения вероятностей для двух событий.

Правило умножения вероятностей для независимых событий.

13.2. Комбинаторика

Правило умножения и правило сложения в комбинаторике.

Формулы для числа перестановок и сочетаний в задачах комбинаторики. Основы теории множеств в комбинаторике. Формула включений-исключений. Подсчёт числа элементов в множестве путём разбиения его на подмножества.

Рекуррентные соотношения. Составление рекуррентных соотношений в комбинаторных задачах. Решение линейных рекуррентных соотношений второго порядка.

10 класс

Тема 1. Элементарные функции и графики

1.1. Элементарные функции

Декартова прямоугольная система координат.

Понятие функции. Область определения, множество значений, график. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Наименьший положительный период. Монотонные функции. Локальный экстремум.

Преобразование графиков. Сдвиг, растяжение, зеркальная симметрия, центральная симметрия.

Линейная функция, прямая. Уравнение прямой в различных формах. Угловой коэффициент прямой. Условия параллельности двух прямых на плоскости. Условия перпендикулярности двух прямых на плоскости.

Квадратный трехчлен, парабола. Выделение полного квадрата. Промежуток возрастания, промежуток убывания, точка экстремума. Множество значений квадратного трехчлена.

Дробно-линейная функция, гипербола. Асимптоты и оси симметрии гиперболы.

1.2. Элементарные функции с модулем

Преобразование модуля, примененное к аргументу. Преобразование модуля, примененное к функции. Композиция линейной функции и модуля.

Композиция квадратного трехчлена и модуля. Композиция дробно-линейной функции и модуля.

1.3. Точки, прямые, многоугольники на плоскости

Множества на плоскости. Параллельный перенос, растяжение. Зеркальная и центральная симметрия. Преобразование подобия.

Свойства симметрии фигур, описываемых уравнениями и неравенствами с одним и несколькими модулями.

Расстояние от точки до начала координат. Расстояние между двумя точками. Расстояние от прямой до начала координат. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Фигуры на плоскости, определяемые уравнениями и неравенствами, включающими $|x|$ и $|y|$ в различных комбинациях.

1.4. Окружности на плоскости

Уравнение окружности.

Уравнение окружности со смещенным центром. Уравнение окружности с модулями.

Тема 2. Алгебраические уравнения

2.1. Линейные и квадратные уравнения

Линейные уравнения без параметра и с параметром.

Квадратные уравнения. Условие разрешимости, условие единственного решения, условие неразрешимости.

Различные формулы для корней квадратного уравнения. Теоремы Виета.

Вычисление коэффициентов квадратного уравнения с заданными корнями. Вычисление симметрических функций от корней через коэффициенты.

Квадратные уравнения с параметром.

Уравнения, приводящиеся к квадратным с помощью замены переменной. Методы решения дробно-рациональных уравнений.

2.2. Алгебраические уравнения старших степеней

Метод понижения порядка алгебраических уравнений. Биквадратные уравнения.

Симметрические уравнения.

Методы разложения на множители для уравнений старших степеней. Уравнения, содержащие знак абсолютной величины.

Тема 3. Алгебраические неравенства

3.1. Свойства алгебраических неравенств

Числовые неравенства. равносильные преобразования неравенств. Линейные неравенства.

Квадратные неравенства. Дробно-линейные неравенства.

Неравенства, содержащие модуль и несколько модулей. Тожественные неравенства.

Среднее арифметическое и среднее геометрическое двух неотрицательных чисел. Свойства суммы двух взаимно обратных чисел.

3.2. Метод интервалов

Метод интервалов для многочлена.

Метод интервалов для рациональной функции. Метод интервалов для иррациональной функции.

Тема 4. Системы алгебраических уравнений

4.1. Системы линейных уравнений

Понятие равносильных систем, понятие следствия.

Системы линейных алгебраических уравнений, имеющие единственное решение. Графический метод. Метод исключения неизвестных. Метод алгебраических преобразований.

Вычисление линейной функции от решения линейной системы методом алгебраических преобразований.

Простые текстовые задачи, приводящие к линейным системам.

Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, не имеющие решений или имеющие бесконечное множество решений. Геометрическая интерпретация.

Линейные системы с параметром. Условие единственного решения, отсутствия решений, бесконечного числа решений.

Системы, приводящиеся к линейным с помощью замены переменной.

4.2. Системы уравнений общего вида

Виетовские системы. Метод решения, условие разрешимости. Системы, содержащие однородные уравнения. Симметрические системы. Метод замены переменных для решения систем.

Тема 5. Алгебраические выражения

5.1. Формулы сокращенного умножения

Формулы сокращенного умножения и деления.

Преобразование выражений с модулями. Разложение на множители числовых выражений.

Разложение на множители выражений с параметрами. Деление многочленов с остатком.

Преобразование дробно-рациональных выражений. Алгебраические выражения.

5.2. Иррациональные алгебраические выражения

Извлечение квадратного корня из полного квадрата числового выражения и выражения с параметром.

Сложные радикалы. Избавление от иррациональности в знаменателе числового выражения и выражения с параметром.

Сравнение иррациональных выражений. Числовые оценки иррациональных выражений без параметров.

Тема 6. Иррациональные уравнения и неравенства

6.1. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств

Функция $y = f(x)$, график. Область определения, множество значений. Корни третьей, четвертой и старших степеней.

Графический метод решения иррациональных уравнений и неравенств. Метод замены переменной. Использование одной и двух новых переменных.

Использование монотонности и метод подбора при решении иррациональных уравнений и неравенств.

6.2. Метод равносильных преобразований

Уравнения и неравенства с полным квадратом под знаком квадратного корня. Метод разложения на множители.

Универсальный метод решения иррациональных неравенств. Иррациональные уравнения и неравенства.

Метод эквивалентных преобразований для иррациональных уравнений и неравенств. Понятие эквивалентного преобразования.

Основные типы иррациональных уравнений и неравенств. Метод неэквивалентных преобразований.

Понятие следствия. Понятие проверки решения. Эффективные методы проверки.

Тема 7. Натуральные, целые, действительные числа

7.1. Целые, рациональные, действительные числа

Деление натуральных чисел с остатком и без остатка.

Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Десятичная запись натуральных и целых чисел. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12, 18, 36, 45, 72 и т. д.

Иррациональные числа. Иррациональность и некоторых других алгебраических констант.

Множество действительных чисел, числовая прямая. Сравнение действительных чисел. Модуль действительного числа. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями.

Приведение периодической десятичной дроби к рациональному виду. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби.

7.2. Уравнения в целых числах

Линейные уравнения в целых числах (диофантовы уравнения). Системы линейных уравнений в целых числах.

Нелинейные уравнения в целых числах.

Системы нелинейных уравнений в целых числах. Условия целочисленности рациональной функции.

7.3. Текстовые задачи с целочисленными решениями

Понятие объединения и пересечения множеств. Подсчет количества элементов множества, обладающих одновременно двумя свойствами. Подсчет количества элементов множества, обладающих одним из двух свойств.

Тема 8. Текстовые задачи

8.1. Понятие процентного отношения

Понятие процентного отношения. Двукратное применение процентного отношения. Изменение процентного содержания одной из компонент в двухкомпонентной системе. Изменение процентного содержания одной из компонент в многокомпонентной системе.

8.2. Понятие сложных процентов

Основные закономерности сложных процентов. Математические аспекты процесса прироста капитала в банке.

8.3. Задачи на движение

Графическое изображение условий задачи. Элементарные задачи на движение одного объекта. Движение двух объектов с разными скоростями.

Движение вниз и вверх по реке. Движение нескольких объектов по реке.

Движение по замкнутой траектории (окружности).

8.4. Понятие производительности труда

Работа и производительность труда одного участника.

Совместная работа и производительность труда нескольких участников.

Повышение и понижение производительности труда и связанное с этим изменение времени выполнения.

8.5. Текстовые задачи экономической тематики

Понятия выручки, расхода, дохода, прибыли.

Текстовые задачи на вычисление экстремальных значений в задачах экономического содержания.

Задачи, требующие выработки оптимальной стратегии.

8.6. Понятие спроса и предложения

Понятие спроса и предложения.

Задачи оптимизации при заданном соотношении спроса и предложения.

8.7. Смеси и сплавы

Вычисление концентрации смеси двух растворов. Вычисление концентрации смеси трех растворов. Максимальные и минимальные значения концентрации при смешивании. Вычисление площади по радиусу описанного круга.

Тема 9. Тригонометрические функции и тригонометрические формулы

9.1. Тригонометрические формулы

Тригонометрический круг. Измерение углов в радианах и градусах. Число π . Расположение точек 1, 2, 3, 4, 5, 6 радиан на тригонометрическом круге.

Определение тригонометрических функций числового аргумента. Периодичность основных тригонометрических функций.

Четные и нечетные функции. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшие и наименьшие значения, множество значений.

Графики тригонометрических функций.

Формулы приведения.

Формулы сложения и умножения. Формулы двойного и половинного угла.

Вычисление тригонометрических функций для углов, кратных 15 градусам. Преобразование тригонометрических выражений с модулями.

Корни основных тригонометрических функций. Знаки тригонометрических функций.

9.2. Тригонометрические функции

Множество значений функции $y = \sin x$, $y = \cos x$. Множество значений функции $y = \tan x$.

Множество значений квадратного трехчлена с тригонометрической функцией. Множество значений функции для $y = \sin^2 x$.

Множество значений дробно-линейной функции с тригонометрической функцией.

Тема 10. Тригонометрические уравнения и неравенства

10.1. Элементарные тригонометрические уравнения

Уравнения вида $\cos x = a$, $\sin x = a$.

Тригонометрические уравнения, разлагающиеся на множители. Применение формул двойного и половинного угла.

Метод вспомогательного угла.

Элементарные тригонометрические неравенства.

10.2. Квадратные тригонометрические уравнения и неравенства

Тригонометрические уравнения, приводящиеся к квадратным. Тригонометрические неравенства, приводящиеся к квадратным. Тригонометрические неравенства, разлагающиеся на множители. Тригонометрические неравенства, решаемые методом замены переменной.

Тема 11. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств**11.1. Метод разложения на множители в тригонометрии**

Методы решения тригонометрических уравнений. Применение преобразования суммы в произведение. Применение преобразования произведения в сумму.

Отбор общих корней в нескольких сериях решений тригонометрических уравнений. Иррациональные уравнения с тригонометрическими функциями.

11.2. Метод понижения порядка в тригонометрии

Понижение порядка тригонометрических уравнений. Метод мажорант в тригонометрии.

Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром. Системы тригонометрических уравнений и неравенств.

Тема 12. Обратные тригонометрические функции**12.1. Обратные тригонометрические функции, свойства и графики**

Область определения и множество значений обратных функций. Формулы сложения обратных функций.

Композиция тригонометрической функции и обратной тригонометрической функции. Композиция обратной тригонометрической функции и тригонометрической функции.

12.2. Уравнения и неравенства с обратными тригонометрическими функциями

Простейшие уравнения с обратными функциями. Простейшие неравенства с обратными функциями. Линейные уравнения, включающие и .

Квадратные уравнения и неравенства с обратными функциями.

Тема 13. Планиметрические задачи, треугольники**13.1. Прямоугольный и равнобедренный треугольники**

Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

Равнобедренный треугольник. Вычисление радиусов вписанного и описанного круга.

13.2. Биссектриса треугольника

Основные свойства биссектрисы. Вычисление длины биссектрисы.

13.3. Медиана и высота треугольника

Основные свойства медианы. Вычисление длины медианы. Основные свойства высоты. Вычисление длины высоты.

Вписанная и описанная окружности.

13.4. Площадь треугольника

Вычисление площади по двум сторонам и углу между ними. Вычисление площади по стороне и двум прилежащим углам. Вычисление площади по трем сторонам. Формула Герона.

Вычисление площади по радиусу вписанного круга.

Тема 14. Задачи с параметром**14.1. Линейные уравнения и неравенства с параметром**

Линейные уравнения с параметром. Линейные неравенства с параметром. Линейные системы с параметром.

14.2. Квадратные уравнения и неравенства с параметром

Квадратные уравнения, системы и неравенства с параметром. Условия, при которых заданный промежуток расположен между корнями (вне корней) квадратного уравнения. Условия, при которых все числа заданного промежутка являются решениями квадратного неравенства.

Системы квадратных неравенств с параметром.

14.3. Уравнения с параметром в правой части

Уравнения с параметром в правой части. Связь со множеством значений. Уравнения и неравенства с ограничениями, зависящими от параметра. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами.

14.4. Квадратные уравнения и неравенства относительно параметра

Квадратные уравнения относительно параметра.

Алгебраические уравнения старших степеней, которые можно рассматривать как квадратные уравнения относительно параметра.

Тригонометрические уравнения относительно параметра. Показательные уравнения относительно параметра.

Логарифмические уравнения относительно параметра. Иррациональные уравнения относительно параметра.

Решение уравнений и неравенств на плоскости (параметр, переменная).

Тема 15. Графические методы решения уравнений и систем с параметром**15.1. Графические методы решения уравнений и неравенств. Многоугольники**

Пересечение прямой и параболы. Взаимное расположение ломаной и параболы. Взаимное расположение двух парабол.

Композиция тригонометрической функции и обратной тригонометрической функции. Композиция обратной тригонометрической функции и тригонометрической функции.

15.2. Графические методы решения уравнений и неравенств. Окружности

Графическое решение уравнений и систем уравнений, включающих уравнения окружностей, прямых, квадратов и других простейших фигур. Пересечение прямой и окружности. Взаимное расположение ломаной линии и окружности. Взаимное расположение окружности и параболы. Уравнение окружности с модулями.

Тема 16. Вычисление и применение производной**16.1. Вычисление производной**

Определение и геометрический смысл производной. Таблица производных. Правила вычисления производных. Вычисление производной сложной функции.

Понятие о функциях, не имеющих производной в точке.

16.2. Построение и применение касательных

Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Свойства касательной к параболе.

Свойства касательной к кубической параболе. Свойства касательной к гиперболе.

Понятие касания графиков двух функций.

Тема 17. Применение производной для решения задач**17.1. Точки экстремума функции**

Нахождение участков монотонности. Исследование локальных экстремумов функции.

Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.

17.2. Текстовые задачи

Экстремальное значение суммы величин с заданным произведением. Экстремальное значение произведения величин с заданной суммой. Геометрическая интерпретация экстремальных задач.

Экстремальное значение квадратичной функции двух переменных. Экстремальные задачи экономического содержания.

Геометрические экстремальные задачи.

Исследование количества корней уравнения с параметром.

17.2. Задачи, связанные с оптимизацией экономической деятельности

Вычисление максимальной выручки при заданном объеме вложенных средств.

Вычисление наименьшего объема вложенных средств для достижения заданной величины выручки.

17.3. Задачи оптимизации экономической деятельности, решаемые с применением производной

Задачи оптимизации экономической деятельности, приводящиеся к исследованию свойств квадратного трехчлена. Задачи оптимизации экономической деятельности, приводящиеся к исследованию свойств степенных функций.

Тема 18. Планиметрические задачи, многоугольники, окружности**18.1. Теоремы синусов и косинусов**

Теорема синусов. Теорема косинусов. Подобие треугольников.

18.2. Окружности

Измерение углов и дуг, связанных с окружностью. Вписанные и центральные углы.

Свойство пересекающихся хорд в окружности. Свойство касательной и секущей.

Метрические соотношения в круге.

18.3. Многоугольники

Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат. Трапеция.

Метрические соотношения в четырехугольниках общего вида. Свойства четырехугольника, в который вписана окружность.

Свойства четырехугольника, вокруг которого можно описать окружность.

Тема 19. Обратная функция, сложная функция, функциональные уравнения**19.1. Сложная функция**

Понятие сложной функции. Вычисление области определения сложной функции. Вычисление множества значений сложной функции. Вычисление производной сложной функции. Вычисление наибольшего и наименьшего значений сложной функции.

19.2. Обратная функция

Понятие обратной функции. Общие правила построения обратной функции.

Основные пары взаимно обратных функций: линейная, степенная, тригонометрические, показательная и логарифмическая.

19.3. Множество значений сложной функции

Множество значений композиции нескольких квадратных трехчленов. Композиция квадратного трехчлена и тригонометрической функции. Композиция квадратного трехчлена и логарифмической функции.

Композиция квадратного трехчлена и показательной функции.

Тема 20. Последовательности и прогрессии**20.1. Арифметическая прогрессия**

Понятие и свойства арифметической прогрессии. Вычисление суммы отрезка натурального ряда. Вычисление суммы отрезка арифметической прогрессии.

Вычисление суммы множества натуральных чисел, определяемых свойствами делимости.

20.2. Геометрическая прогрессия

Понятие и свойства геометрической прогрессии. Вычисление суммы отрезка геометрической прогрессии.

Задачи на составление уравнений, связанных со свойствами геометрической прогрессии. Задачи, в которых присутствуют одновременно арифметическая и геометрическая прогрессии.

20.3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

Понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Уравнения и неравенства, в которых присутствует сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Тема 21. Теория вероятностей и комбинаторика**21.1. Теория вероятностей**

Случайные события. Среднее значение, медиана, отклонения, дисперсия.

Математическое описание случайных явлений. Элементарные события и их вероятность. Правило вычисления вероятности.

Основы теории множеств: объединение, пересечение множеств, диаграммы Эйлера.

Применение теории множеств для вычисления вероятности. Вероятность противоположного события. Объединение и пересечение событий.

Формула сложения вероятностей для произвольного количества событий. Правило умножения вероятностей для независимых событий.

Геометрическая вероятность. Задачи о выборе точки или нескольких точек внутри отрезка или квадрата. Применение геометрической модели для вычисления вероятности.

21.2. Комбинаторика

Правило умножения и правило сложения в комбинаторике.

Основные задачи комбинаторики: подсчёт числа перестановок и сочетаний.

Рекуррентные соотношения. Составление рекуррентных соотношений в комбинаторных задачах. Решение линейных рекуррентных соотношений второго порядка.

Основы теории множеств в комбинаторике. Формула включений-исключений. Подсчёт числа элементов в множестве путём разбиения его на подмножества.

Понятие отображения множеств и взаимно-однозначного соответствия между двумя множествами. Решение комбинаторных задач с помощью установления взаимно-однозначных соответствий.

11 класс

Тема 1. Элементарные функции и графики

1.1. Элементарные функции

Декартова прямоугольная система координат.

Понятие функции. Область определения, множество значений, график. Четные и нечетные функции.

Периодические функции. Наименьший положительный период. Монотонные функции. Локальный экстремум.

Преобразование графиков. Сдвиг, растяжение, зеркальная симметрия, центральная симметрия.

Линейная функция, прямая. Уравнение прямой в различных формах. Угловой коэффициент прямой.

Условия параллельности двух прямых на плоскости. Условия перпендикулярности двух прямых на плоскости.

Квадратный трехчлен, парабола. Выделение полного квадрата. Промежуток возрастания, промежуток убывания, точка экстремума. Множество значений квадратного трехчлена.

Дробно-линейная функция, гипербола. Асимптоты и оси симметрии гиперболы.

1.2. Элементарные функции с модулем

Преобразование модуля, примененное к аргументу. Преобразование модуля, примененное к функции. Композиция линейной функции и модуля.

Композиция квадратного трехчлена и модуля. Композиция дробно-линейной функции и модуля.

1.3. Точки, прямые, многоугольники на плоскости

Множества на плоскости. Параллельный перенос, растяжение. Зеркальная и центральная симметрия. Преобразование подобия.

Свойства симметрии фигур, описываемых уравнениями и неравенствами с одним и несколькими модулями.

Расстояние от точки до начала координат. Расстояние между двумя точками. Расстояние от прямой до начала координат. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Фигуры на плоскости, определяемые уравнениями и неравенствами, включающими $|x|$ и $|y|$ в различных комбинациях.

1.4. Окружности на плоскости

Уравнение окружности.

Уравнение окружности со смещенным центром. Уравнение окружности с модулями.

Тема 2. Алгебраические уравнения

2.1. Линейные и квадратные уравнения

Линейные уравнения без параметра и с параметром.

Квадратные уравнения. Условие разрешимости, условие единственного решения, условие неразрешимости.

Различные формулы для корней квадратного уравнения. Теоремы Виета.

Вычисление коэффициентов квадратного уравнения с заданными корнями. Вычисление симметрических функций от корней через коэффициенты.

Квадратные уравнения с параметром.

Уравнения, приводящиеся к квадратным с помощью замены переменной. Методы решения дробно-рациональных уравнений.

2.2. Алгебраические уравнения старших степеней

Метод понижения порядка алгебраических уравнений. Биквадратные уравнения.

Симметрические уравнения.

Методы разложения на множители для уравнений старших степеней. Уравнения, содержащие знак абсолютной величины.

Тема 3. Алгебраические неравенства

3.1. Свойства алгебраических неравенств

Числовые неравенства. равносильные преобразования неравенств. Линейные неравенства.

Квадратные неравенства. Дробно-линейные неравенства.

Неравенства, содержащие модуль и несколько модулей. Тождественные неравенства.

Среднее арифметическое и среднее геометрическое двух неотрицательных чисел. Свойства суммы двух взаимно обратных чисел.

3.2. Метод интервалов

Метод интервалов для многочлена.

Метод интервалов для рациональной функции. Метод интервалов для иррациональной функции.

Тема 4. Системы алгебраических уравнений

4.1. Системы линейных уравнений

Понятие равносильных систем, понятие следствия.

Системы линейных алгебраических уравнений, имеющие единственное решение. Графический метод. Метод исключения неизвестных. Метод алгебраических преобразований.

Вычисление линейной функции от решения линейной системы методом алгебраических преобразований.

Простые текстовые задачи, приводящие к линейным системам.

Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, не имеющие решений или имеющие бесконечное множество решений. Геометрическая интерпретация.

Линейные системы с параметром. Условие единственного решения, отсутствия решений, бесконечного числа решений.

Системы, приводящиеся к линейным с помощью замены переменной.

4.2. Системы уравнений общего вида

Виетовские системы. Метод решения, условие разрешимости. Системы, содержащие однородные уравнения.

Симметрические системы.

Метод замены переменных для решения систем.

Тема 5. Алгебраические выражения**5.1. Формулы сокращенного умножения**

Формулы сокращенного умножения и деления. Преобразование выражений с модулями.

Разложение на множители числовых выражений. Разложение на множители выражений с параметрами. Деление многочленов с остатком.

Преобразование дробно-рациональных выражений. Алгебраические выражения.

5.2. Иррациональные алгебраические выражения

Извлечение квадратного корня из полного квадрата числового выражения и выражения с параметром.

Сложные радикалы.

Избавление от иррациональности в знаменателе числового выражения и выражения с параметром.

Сравнение иррациональных выражений.

Числовые оценки иррациональных выражений без параметров.

Тема 6. Иррациональные уравнения и неравенства**6.1. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств**

Функция, график. Область определения, множество значений. Корни третьей, четвертой и старших степеней.

Графический метод решения иррациональных уравнений и неравенств. Метод замены переменной. Использование одной и двух новых переменных.

Использование монотонности и метод подбора при решении иррациональных уравнений и неравенств.

6.2. Метод равносильных преобразований

Уравнения и неравенства с полным квадратом под знаком квадратного корня. Метод разложения на множители.

Универсальный метод решения иррациональных неравенств. Иррациональные уравнения и неравенства.

Метод эквивалентных преобразований для иррациональных уравнений и неравенств. Понятие эквивалентного преобразования.

Основные типы иррациональных уравнений и неравенств. Метод неэквивалентных преобразований.

Понятие следствия.

Понятие проверки решения. Эффективные методы проверки.

Тема 7. Натуральные, целые, действительные числа**7.1. Целые, рациональные, действительные числа**

Деление натуральных чисел с остатком и без остатка.

Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Десятичная запись натуральных и целых чисел.

Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9. Признаки делимости на составные числа 6, 10, 12, 18, 36, 45, 72 и т. д.

Иррациональные числа. Иррациональность и некоторых других алгебраических констант.

Множество действительных чисел, числовая прямая. Сравнение действительных чисел. Модуль действительного числа.

Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями.

Приведение периодической десятичной дроби к рациональному виду. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби.

7.2. Уравнения в целых числах

Линейные уравнения в целых числах (диофантовы уравнения). Системы линейных уравнений в целых числах.

Нелинейные уравнения в целых числах. Системы нелинейных уравнений в целых числах.

Условия целочисленности рациональной функции.

7.3. Текстовые задачи с целочисленными решениями

Понятие объединения и пересечения множеств.

Подсчет количества элементов множества, обладающих одновременно двумя свойствами. Подсчет количества элементов множества, обладающих одним из двух свойств.

Тема 8. Текстовые задачи**8.1. Понятие процентного отношения**

Понятие процентного отношения.

Двукратное применение процентного отношения.

Изменение процентного содержания одной из компонент в двухкомпонентной системе.

Изменение процентного содержания одной из компонент в многокомпонентной системе.

8.2. Понятие сложных процентов

Основные закономерности сложных процентов. Математические аспекты процесса прироста капитала в банке.

8.3. Задачи на движение

Графическое изображение условий задачи. Элементарные задачи на движение одного объекта. Движение двух объектов с разными скоростями.

Движение вниз и вверх по реке. Движение нескольких объектов по реке.

Движение по замкнутой траектории (окружности).

8.4. Понятие производительности труда

Работа и производительность труда одного участника.

Совместная работа и производительность труда нескольких участников.

Повышение и понижение производительности труда и связанное с этим изменение времени выполнения.

8.5. Текстовые задачи экономической тематики

Понятия выручки, расхода, дохода, прибыли.

Текстовые задачи на вычисление экстремальных значений в задачах экономического содержания.

Задачи, требующие выработки оптимальной стратегии.

8.6. Понятие спроса и предложения

Понятие спроса и предложения.

Задачи оптимизации при заданном соотношении спроса и предложения.

8.7. Смеси и сплавы

Вычисление концентрации смеси двух растворов. Вычисление концентрации смеси трех растворов.

Максимальные и минимальные значения концентрации при смешивании. Вычисление площади по радиусу описанного круга.

Тема 9. Тригонометрические функции и тригонометрические формулы

9.1. Тригонометрические формулы

Тригонометрический круг. Измерение углов в радианах и градусах. Число π . Расположение точек 1, 2, 3, 4, 5, 6 радиан на тригонометрическом круге.

Определение тригонометрических функций числового аргумента. Периодичность основных тригонометрических функций.

Четные и нечетные функции. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшие и наименьшие значения, множество значений.

Графики тригонометрических функций.

Формулы приведения.

Формулы сложения и умножения. Формулы двойного и половинного угла.

Вычисление тригонометрических функций для углов, кратных 15 градусам. Преобразование тригонометрических выражений с модулями.

Корни основных тригонометрических функций. Знаки тригонометрических функций.

9.2. Тригонометрические функции

Множество значений функции $y = \sin x$, $y = \cos x$. Множество значений функции $y = \tan x$.

Множество значений квадратного трехчлена с тригонометрической функцией. Множество значений функции для $y = \sin^2 x$.

Множество значений дробно-линейной функции с тригонометрической функцией.

Тема 10. Тригонометрические уравнения и неравенства

10.1. Элементарные тригонометрические уравнения

Уравнения вида $\cos x = a, \operatorname{tg} x = a$.

Тригонометрические уравнения, разлагающиеся на множители. Применение формул двойного и половинного угла.

Метод вспомогательного угла.

Элементарные тригонометрические неравенства.

10.2. Квадратные тригонометрические уравнения и неравенства

Тригонометрические уравнения, приводящиеся к квадратным. Тригонометрические неравенства, приводящиеся к квадратным. Тригонометрические неравенства, разлагающиеся на множители. Тригонометрические неравенства, решаемые методом замены переменной.

Тема 11. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств

11.1. Метод разложения на множители в тригонометрии

Методы решения тригонометрических уравнений. Применение преобразования суммы в произведение. Применение преобразования произведения в сумму.

Отбор общих корней в нескольких сериях решений тригонометрических уравнений. Иррациональные уравнения с тригонометрическими функциями.

11.2. Метод понижения порядка в тригонометрии

Понижение порядка тригонометрических уравнений. Метод мажорант в тригонометрии.

Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром. Системы тригонометрических уравнений и неравенств.

Тема 12. Обратные тригонометрические функции

12.1. Обратные тригонометрические функции, свойства и графики

Область определения и множество значений обратных функций. Формулы сложения обратных функций.

Композиция тригонометрической функции и обратной тригонометрической функции. Композиция обратной тригонометрической функции и тригонометрической функции.

12.2. Уравнения и неравенства с обратными тригонометрическими функциями

Простейшие уравнения с обратными функциями. Простейшие неравенства с обратными функциями. Линейные уравнения, включающие и .

Квадратные уравнения и неравенства с обратными функциями.

Тема 13. Планиметрические задачи, треугольники

13.1. Прямоугольный и равнобедренный треугольники

Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

Равнобедренный треугольник. Вычисление радиусов вписанного и описанного круга.

13.2. Биссектриса треугольника

Основные свойства биссектрисы. Вычисление длины биссектрисы.

13.3. Медиана и высота треугольника

Основные свойства медианы. Вычисление длины медианы. Основные свойства высоты. Вычисление длины высоты. Вписанная и описанная окружности.

13.4. Площадь треугольника

Вычисление площади по двум сторонам и углу между ними. Вычисление площади по стороне и двум прилежащим углам. Вычисление площади по трем сторонам. Формула Герона.

Вычисление площади по радиусу вписанного круга.

Тема 14. Показательная и логарифмическая функции

14.1. Показательная функция

Свойства степеней с рациональным показателем.

Понятие о степени с произвольным показателем. Показательная функция.

Свойства степеней с произвольным показателем. Сравнение значений показательной функции. Множество значений квадратного трехчлена с показательной функцией.

Множество значений многочлена с показательной функцией.

Множество значений показательной функции с квадратным трехчленом в показателе.

14.2. Логарифмическая функция

Определение логарифма и его свойства. Логарифмическая функция.

Логарифмические тождества.

Преобразование логарифмических выражений. Сравнение логарифмов.

Множество значений квадратного трехчлена с логарифмической функцией.

Множество значений логарифмической функции с квадратным трехчленом в показателе. Множество значений логарифмической функции с независимой переменной в основании.

Тема 15. Показательные и логарифмические уравнения

15.1. Показательные уравнения

Элементарные показательные уравнения. Показательные уравнения, приводящиеся к квадратным.

Показательные уравнения, разлагающиеся на множители. Однородные показательные уравнения.

Замена переменных в показательных уравнениях.

15.2. Логарифмические уравнения

Элементарные логарифмические уравнения. Логарифмические уравнения, приводящиеся к квадратным. Логарифмические уравнения, разлагающиеся на множители. Однородные логарифмические уравнения.

Замена переменных в логарифмических уравнениях. Показательно-логарифмические уравнения.

Тема 16. Показательные и логарифмические неравенства**16.1. Показательные неравенства**

Элементарные показательные неравенства. Показательные неравенства, приводящиеся к квадратным.

Показательные неравенства, разлагающиеся на множители. Однородные показательные неравенства.

Замена переменных в показательных неравенствах.

16.2. Логарифмические неравенства

Элементарные логарифмические неравенства. Логарифмические неравенства, приводящиеся к квадратным. Логарифмические неравенства, разлагающиеся на множители. Равносильные преобразования логарифмических неравенств.

Проблемы, связанные с изменением ОДЗ при выполнении логарифмических преобразований. Показательно-логарифмические неравенства.

Тема 17. Задачи с параметром**17.1. Линейные уравнения и неравенства с параметром**

Линейные уравнения с параметром. Линейные неравенства с параметром. Линейные системы с параметром.

17.2. Квадратные уравнения и неравенства с параметром

Квадратные уравнения, системы и неравенства с параметром.

Условия, при которых заданный промежуток расположен между корнями (вне корней) квадратного уравнения.

Условия, при которых все числа заданного промежутка являются решениями квадратного неравенства.

Системы квадратных неравенств с параметром.

17.3. Уравнения с параметром в правой части

Уравнения с параметром в правой части. Связь со множеством значений.

Уравнения и неравенства с ограничениями, зависящими от параметра. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами.

17.4. Квадратные уравнения и неравенства относительно параметра

Квадратные уравнения относительно параметра.

Алгебраические уравнения старших степеней, которые можно рассматривать как квадратные уравнения относительно параметра.

Тригонометрические уравнения относительно параметра. Показательные уравнения относительно параметра.

Логарифмические уравнения относительно параметра. Иррациональные уравнения относительно параметра.

Решение уравнений и неравенств на плоскости (параметр, переменная).

Тема 18. Графические методы решения уравнений и систем с параметром

18.1. Графические методы решения уравнений и неравенств. Многоугольники

Пересечение прямой и параболы.

Взаимное расположение ломаной и параболы. Взаимное расположение двух парабол.

Композиция тригонометрической функции и обратной тригонометрической функции. Композиция обратной тригонометрической функции и тригонометрической функции.

18.2. Графические методы решения уравнений и неравенств. Окружности

Графическое решение уравнений и систем уравнений, включающих уравнения окружностей, прямых, квадратов и других простейших фигур.

Пересечение прямой и окружности.

Взаимное расположение ломаной линии и окружности. Взаимное расположение окружности и параболы.

Уравнение окружности с модулями.

Тема 19. Вычисление и применение производной

19.1. Вычисление производной

Определение и геометрический смысл производной. Таблица производных. Правила вычисления производных. Вычисление производной сложной функции.

Понятие о функциях, не имеющих производной в точке.

19.2. Построение и применение касательных

Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Свойства касательной к параболе.

Свойства касательной к кубической параболе. Свойства касательной к гиперболе.

Понятие касания графиков двух функций.

Тема 20. Применение производной для решения задач

20.1. Точки экстремума функции

Нахождение участков монотонности. Исследование локальных экстремумов функции.

Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.

20.2. Текстовые задачи

Экстремальное значение суммы величин с заданным произведением. Экстремальное значение произведения величин с заданной суммой. Геометрическая интерпретация экстремальных задач.

Экстремальное значение квадратичной функции двух переменных. Экстремальные задачи экономического содержания.

Геометрические экстремальные задачи.

Исследование количества корней уравнения с параметром.

20.3. Задачи, связанные с оптимизацией экономической деятельности

Вычисление максимальной выручки при заданном объёме вложенных средств.

Вычисление наименьшего объёма вложенных средств для достижения заданной величины выручки.

20.4. Задачи оптимизации экономической деятельности, решаемые с применением производной

Задачи оптимизации экономической деятельности, приводящиеся к исследованию свойств квадратного трехчлена.

Задачи оптимизации экономической деятельности, приводящиеся к исследованию свойств степенных функций.

Тема 21. Планиметрические задачи, многоугольники, окружности

21.1. Теоремы синусов и косинусов

Теорема синусов.

Теорема косинусов.

Подобие треугольников.

21.2. Окружности

Измерение углов и дуг, связанных с окружностью. Вписанные и центральные углы.

Свойство пересекающихся хорд в окружности. Свойство касательной и секущей.

Метрические соотношения в круге.

21.3. Многоугольники

Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат. Трапеция.

Метрические соотношения в четырехугольниках общего вида. Свойства четырехугольника, в который вписана окружность.

Свойства четырехугольника, вокруг которого можно описать окружность.

Тема 22. Обратная функция, сложная функция, функциональные уравнения

22.1. Сложная функция

Понятие сложной функции.

Вычисление области определения сложной функции. Вычисление множества значений сложной функции. Вычисление производной сложной функции.

Вычисление наибольшего и наименьшего значений сложной функции.

22.2. Обратная функция

Понятие обратной функции.

Общие правила построения обратной функции.

Основные пары взаимно обратных функций: линейная, степенная, тригонометрические, показательная и логарифмическая.

22.3. Множество значений сложной функции

Множество значений композиции нескольких квадратных трехчленов. Композиция квадратного трехчлена и тригонометрической функции. Композиция квадратного трехчлена и логарифмической функции.

Композиция квадратного трехчлена и показательной функции.

Тема 23. Последовательности и прогрессии**23.1. Арифметическая прогрессия**

Понятие и свойства арифметической прогрессии. Вычисление суммы отрезка натурального ряда. Вычисление суммы отрезка арифметической прогрессии.

Вычисление суммы множества натуральных чисел, определяемых свойствами делимости.

23.2. Геометрическая прогрессия

Понятие и свойства геометрической прогрессии. Вычисление суммы отрезка геометрической прогрессии.

Задачи на составление уравнений, связанных со свойствами геометрической прогрессии. Задачи, в которых присутствуют одновременно арифметическая и геометрическая прогрессии.

23.3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

Понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Уравнения и неравенства, в которых присутствует сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Тема 24. Стереометрические задачи**24.1. Аксиомы стереометрии**

Аксиомы стереометрии.

Параллельность и перпендикулярность прямых в пространстве. Векторы в пространстве.

24.2. Тела

Многогранники. Площадь поверхности и объем многогранника. Правильные многогранники.

Сфера. Площадь поверхности и объем сферы. Тела вращения.

Тема 25. Теория вероятностей и комбинаторика**25.1. Теория вероятностей**

Случайные события. Среднее значение, медиана, отклонения, дисперсия.

Математическое описание случайных явлений. Элементарные события и их вероятность. Правило вычисления вероятности.

Основы теории множеств: объединение, пересечение множеств, диаграммы Эйлера.

Применение теории множеств для вычисления вероятности. Вероятность противоположного события. Объединение и пересечение событий.

Формула сложения вероятностей для произвольного количества событий. Правило умножения вероятностей для независимых событий.

Понятие случайной величины, её математического ожидания и дисперсии. Испытания Бернулли. Биномиальное распределение и его математическое ожидание.

Геометрическая вероятность. Задачи о выборе точки или нескольких точек внутри отрезка или квадрата. Применение геометрической модели для вычисления вероятности.

25.2. Комбинаторика

Правило умножения и правило сложения в комбинаторике.

Основные задачи комбинаторики: подсчёт числа перестановок и сочетаний.

Рекуррентные соотношения. Составление рекуррентных соотношений в комбинаторных задачах. Решение линейных рекуррентных соотношений второго порядка.

Обозначения Σ и Π для суммы и произведения набора чисел.

25.3. Множества

Множества и элементы. Формула включений-исключений. Подсчёт числа элементов в множестве путём разбиения его на подмножества.

Операции над множествами: объединение, пересечение, разность.

Понятие отображения множеств, композиции отображений и взаимно-однозначного соответствия между двумя множествами. Решение комбинаторных задач с помощью установления взаимно-однозначных соответствий.

Тема 26. Комплексные числа

26.1. Комплексные числа

Сложение, умножение, деление и сопряжение комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формула Муавра. Комплексная плоскость, геометрический смысл сопряжения и умножения на комплексное число.

Задания заключительного этапа
2019–2020 учебного года
Международной олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»

7 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов

Максимальная оценка за всю работу – 100 баллов. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

1. В самолёте летят лжецы и рыцари. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы обманывают. Все пассажиры сели в ряды по 4 человека, и бортпроводник задал каждому пассажиру один и тот же вопрос. «Верно ли, что в вашем ряду столько же земляков, сколько жителей другого города?» Прозвучало ровно 70 утвердительных ответов. Сколько лжецов летит в самолёте? Человек считается своим собственным земляком.

А. Штерн

2. Имеется пять гирь различного веса, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что две самые тяжёлые гири весят в два раза больше остальных, а три самые тяжёлые гири весят в восемь раз больше остальных. Найдите наименьшее возможное значение суммарного веса всех гирь.

А. Штерн

3. Имеется дробь $1/n$. Семиклассник Семёнов каждую минуту прибавляет к её числителю и знаменателю по 1 и смотрит, можно ли сократить полученную дробь. Семёнов утверждает, что первый раз сократимая дробь получилась после 1000 шагов. Стоит ли ему верить?

А. Штерн

4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ выполняется $AB = BC = CD$, и каждая из диагоналей равна какой-то стороне. Найдите углы четырёхугольника.

М. Волчкевич

5. Вершины 2019-угольника покрашены в два цвета: 1010 синих и 1009 красных. Сторона с двумя красными вершинами помечена числом 2, сторона с двумя синими вершинами помечена числом $1/2$, а сторона с разноцветными вершинами помечена числом 1. Какие значения может принимать произведение всех полученных чисел? Дайте полный ответ на этот вопрос.

Сообщена А. Штерном

6. Имеется клетчатая доска $(2n + 1) \times (2n + 1)$. В центральной клетке сидит таракан. Семиклассник Семён хочет убить таракана и кидает в него камешками. Пока камешек летит, таракан может перебежать в любую соседнюю по стороне клетку. Если камешек попал на пустую клетку (без таракана), то на эту клетку таракан заползть больше никогда не будет. Как только таракан попадает на край доски, Семён утрачивает к нему интерес и перестаёт кидаться камешками. Найдите наименьший размер доски, при котором Семён гарантированно добьётся своего.

Е. Жуков

8 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов

Максимальная оценка за всю работу – 100 баллов. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

1. В самолёте летят лжецы и рыцари. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы обманывают. Все пассажиры сели в ряды по 4 человека, и бортпроводник задал каждому пассажиру один и тот же вопрос. «Верно ли, что в вашем ряду столько же земляков, сколько жителей другого города?» Прозвучало ровно 70 утвердительных ответов. Сколько лжецов летит в самолёте? Человек считается своим собственным земляком.

А. Штерн

2. Имеется дробь $1/n$. Семиклассник Семёнов каждую минуту прибавляет к её числителю и знаменателю по 1 и смотрит, можно ли сократить полученную дробь. Семёнов утверждает, что первый раз сократимая дробь получилась после 1000 шагов. Стоит ли ему верить?

А. Штерн

3. Имеется прямоугольный параллелепипед. Вася считает, что при увеличении каждого из его рёбер на 1 см полная поверхность параллелепипеда увеличится на 9 см^2 , а объём увеличится на 5 см^3 . Может ли он оказаться прав?

А. Штерн

4. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана точка M так, что равнобедренным оказался каждый из треугольников ABM , AMD , CDM . Найдите углы параллелограмма.

М. Волчкевич

5. Вершины 2019-угольника покрашены в два цвета: 1010 синих и 1009 красных. Сторона с двумя красными вершинами помечена числом 2, сторона с двумя синими вершинами помечена числом $1/2$, а сторона с разноцветными вершинами помечена числом 1. Какие значения может принимать произведение всех полученных чисел? Дайте полный ответ на этот вопрос.

Сообщена А. Штерном

6. Рассматриваются наборы из семи гирь с суммарным весом 1 (вес каждой гири неотрицателен). Назовем поднабор большим, если сумма весов гирь поднабора больше или равна $2/3$. Для каждого набора найдём число больших поднаборов. Найдите минимум этого числа по всем наборам.

Г. Челноков

9–10 классы

Время выполнения заданий – 240 минут

Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.

1. (12 баллов) В таблице 9×9 расставлены различные натуральные числа, сумма которых равна $2S$. Известно, что в каждой строке числа возрастают слева направо, а в каждом столбце – снизу вверх. Может ли сумма чисел в центральном квадрате 5×5 быть больше S ?

К. Кноп

2. (15 баллов) Дан описанный четырехугольник $ABCD$, у которого радиусы вписанных окружностей треугольников ABC и ADC равны. Найдите угол между диагоналями AC и BD .

М. Малкин

3. (15 баллов) В последовательности чисел Фибоначчи $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$ каждое следующее число, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих. Докажите, что среди чисел Фибоначчи нет ни одной натуральной степени числа 7.

В. Ковальджи

4. (20 баллов) Существует ли прямоугольный параллелепипед, у которого длины всех ребер иррациональны, а объем, полная поверхность и большая диагональ – числа целые? (Прямоугольный параллелепипед – это фигура в пространстве, задаваемая неравенствами $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$, где $a, b, c > 0$ – фиксированные числа. Большая диагональ – это максимальное расстояние между вершинами параллелепипеда.)

М. Малкин

5. (32 балла) Дано несколько вещественных чисел, по модулю не превосходящих 1. Сумма всех чисел равна S . Докажите, что из них можно выбрать несколько чисел так, чтобы при некотором натуральном $n < 100$ сумма выбранных чисел отличалась от $\frac{nS}{100}$ не более чем на $\frac{1}{100}$.

Г. Челноков

6. (28 баллов) Рассматриваются наборы из семи гирь с суммарным весом 1 (вес каждой гири неотрицателен). Назовем поднабор большим, если сумма весов гирь поднабора больше или равна $2/3$. Для каждого набора найдем число больших поднаборов. Найдите минимум этого числа по всем наборам.

Г. Челноков

7. (40 баллов) Даны m подмножеств n -элементного множества: A_1, \dots, A_m . Обозначим через $|A_i|$ число элементов множества A_i . Рассмотрим неравенство

$$n^2 \sum_{i,j,k=1}^m |A_i \cap A_j \cap A_k| \geq (|A_1| + \dots + |A_m|)^3$$

в котором индексы i, j, k пробегают все значения от 1 до m , то есть в сумме всего m^3 слагаемых. Докажите это неравенство при

а) (15 баллов) $m = 3$

б) (25 баллов) произвольном m .

И. Митрофанов, А. Скопенков

11 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.

1. (12 баллов) На доске написана система из 12 различных уравнений с 6 неизвестными $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Каждое уравнение имеет вид $x_i + x_j + x_k = 0$, где $i \leq j \leq k$ (сумма трех различных неизвестных равна нулю). Могло ли оказаться так, что у системы бесконечно много решений?

Сообщена Г. Челноковым, автор неизвестен

2. (15 баллов) Дан описанный четырехугольник $ABCD$, у которого радиусы вписанных окружностей треугольников ABC и ADC равны. Найдите угол между диагоналями AC и BD .

М. Малкин

3. (18 баллов) Найдите все вещественные c , при которых сумма девятой степени корней уравнения $x^2 - x + c = 0$ равна нулю, и сумма пятнадцатых степеней тоже равна нулю. Замечание: корни могут быть комплексными.

А. Эстеров

4. (25 баллов) Точки P и Q лежат соответственно на сторонах BC и CD квадрата $ABCD$. Прямые AP и AQ пересекают BD в точках M и N соответственно, а прямые PN и QM пересекаются в точке H . Докажите, что $AH \perp PQ$ тогда и только тогда, когда точки P, Q, M, N лежат на одной окружности.

А. Заславский

5. (32 балла) Дано несколько вещественных чисел, по модулю не превосходящих 1. Сумма всех чисел равна S . Докажите, что из них можно выбрать несколько чисел так, чтобы при некотором натуральном $n < 100$ сумма выбранных чисел отличалась от $\frac{nS}{100}$ не более чем на $\frac{1}{100}$.

Г. Челноков

6. (28 баллов) В правильном тетраэдре с ребром, равным 8, отмечены 25 различных точек: 4 вершины и 21 произвольная точка внутри тетраэдра. Никакие 4 отмеченные точки не лежат в одной плоскости. Докажите, что найдется тетраэдр с вершинами в отмеченных точках, объем которого меньше единицы.

М. Малкин

7. (40 баллов) Даны m подмножеств n -элементного множества: A_1, \dots, A_m . Обозначим через $|A_i|$ число элементов множества A_i . Рассмотрим неравенство

$$n^2 \sum_{i,j,k=1}^m |A_i \cap A_j \cap A_k| \geq (|A_1| + \dots + |A_m|)^3$$

в котором индексы i, j, k пробегает все значения от 1 до m , то есть в сумме всего m^3 слагаемых. Докажите это неравенство при

- а) (15 баллов) $m = 3$
- б) (25 баллов) произвольном m .

И. Митрофанов, А. Скопенков.

Задания заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»

7 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальная оценка за всю работу – 100 баллов.

1. (15 баллов) В трёх коробках лежат шарики. В одной – красные, в другой – белые, в оставшейся лежат шарики и красного, и белого цвета. На каждой коробке сделан надпись «красные», «белые», «смешанные», но известно, что ни одна из надписей не соответствует действительности. Семиклассник Сергей хочет узнать, где какие шарики. Для этого он может распечатать ровно одну коробку и вынуть оттуда ровно один шарик. Сможет ли он добиться своей цели?

Автор неизвестен

2. (15 баллов) На доске написано положительное число, с которым разрешается делать следующие операции: 1) умножать на два; 2) прибавлять один. Каждый из трёх школьников один раз применил к имеющемуся числу первую операцию и два раза вторую операцию в некотором порядке. При этом все три числа оказались различными, и число, полученное первым школьником, превосходит число, полученное вторым школьником, более чем на 60%. Докажите, что число, полученное третьим школьником, превосходит число, полученное вторым школьником, более чем на 30%.

А. Штерн

3. (15 баллов) В прямоугольном треугольнике KLM проведены биссектрисы KE и LF , пересекающиеся в точке O . Прямая, делящая на две равные части угол EOL , отсекает от исходного треугольника равнобедренный. Найдите острые углы треугольника KLM .

А. Штерн

4. (15 баллов) Собственным делителем числа называется любой делитель, отличный от 1 и самого числа. Найдите число способов, которыми можно раскрасить в три цвета числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так чтобы цвет каждого числа отличался от цвета любого его собственного делителя. Не забудьте объяснить предложенный Вами способ подсчёта.

По материалам американских математических соревнований

5. (15 баллов) Найдите все четвёрки натуральных чисел a, b, c, d , для которых выполнены равенства

$$\begin{cases} a + b = cd \\ c + d = ab \end{cases}$$

Ф. Куянов

6. (25 баллов) Некоторые клетки квадрата 9×9 покрашены в чёрный цвет так, что в каждом прямоугольнике из шести клеток ровно две чёрные. Сколько всего клеток в квадрате покрашено? Дайте полный и обоснованный ответ на этот вопрос.

Сингапур-2015

8 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальная оценка за всю работу – 100 баллов.

1. (15 баллов) Вася прибавил к числителю и знаменателю правильной дроби одно и то же натуральное число, меньшее, как числителя, так и знаменателя. В результате дробь увеличилась более, чем на 50%. Вася утверждает, что, если он отнимет это число от числителя и знаменателя исходной дроби, то дробь уменьшится менее, чем на 50%. Может ли так быть?

А. Штерн

2. (15 баллов) В коробке лежат шарики двух цветов: синего и красного (оба цвета присутствуют). Известно, что синих шариков больше, а два шарика одного цвета можно вынуть с той же вероятностью, что и два шарика разных цветов. Чему может быть равна разность между числом синих и красных шариков? Дайте полный и обоснованный ответ на этот вопрос.

Автор неизвестен

3. (15 баллов) В ряд расставлены 2020 натуральных чисел так, что среди любых шести чисел, идущих подряд, первое число нацело делится на последнее, и среди любых девяти чисел, идущих подряд, последнее число нацело делится на первое. Докажите, что сумма первых ста чисел нацело делится на сумму последних ста чисел.

А. Штерн

4. (15 баллов) Найдите все четвёрки натуральных чисел a, b, c, d , для которых выполнены равенства

$$\begin{cases} a + b = cd \\ c + d = ab \end{cases}$$

Ф. Куянов

5. (15 баллов) В треугольнике ABC угол B равен 80° . На стороне BC отмечена точка D такая, что $AB = AD = CD$; на стороне AB отмечена точка F такая, что $AF = BD$. На отрезке AC отмечена точка E такая, что $AB = AE$. Найдите угол AEF .

По материалам Уральских турниров

6. (25 баллов) В ряд стоят n домов k различных цветов, причем для любого цвета найдутся 100 стоящих подряд домов, среди которых домов этого цвета строго больше, чем домов любого другого цвета. При каком наибольшем k это возможно, если

- $n = 404$?
- $n = 406$?

А. Акбари, Г. Челноков

9–10 классы

Время выполнения заданий – 240 минут

Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.

1. (14 баллов) Через $\langle x \rangle$ обозначим ближайшее к x целое число (условимся, что $\langle n + \frac{1}{2} \rangle = n$ при целом n). Положим $b_k = k + \langle \sqrt{k} \rangle$. Выпишем все натуральные числа, не встречающиеся в последовательности: b_1, b_2, b_3, \dots в порядке возрастания; получим последовательность a_1, a_2, a_3, \dots . Найдите явную формулу для числа a_n .

Т. Зайцев

2. (17 баллов) Число x_1 случайным образом выбирается на отрезке $[0, 2]$ (вероятность того, что x_1 попадет в заданный интервал на отрезке $[0, 2]$ пропорциональна длине этого интервала). Далее строится последовательность x_n , такая, что $x_{n+1} = 3|x_n - 1| - 1, n \geq 1$. Какова вероятность того, что $x_{2021} \in [0, 2]$?

В. Тиморин

3. (28 баллов) В ряд стоят n домов k различных цветов, причем для любого цвета найдутся 100 стоящих подряд домов, среди которых домов этого цвета строго больше, чем домов любого другого цвета. При каком наибольшем k это возможно, если

- (8 баллов) $n = 404$?
- (20 баллов) $n = 406$?

А. Акбари, Г. Челноков

4. (23 балла) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность ω . Точки M, N лежат на сторонах AD, CD соответственно. Прямые, проходящие через M, N и параллельные соответственно AB, BC , пересекаются в точке P , а прямая BP повторно пересекает ω в точке Q . Докажите, что точки M, N, P, Q лежат на одной окружности.

А. Заславский

5. (30 баллов) Сережа задумал натуральное число n , не превосходящее 2019. Сначала он делит его с остатком на 202, получая неполное частное q_i и остаток r_i . Затем, на i -ом шаге ($i = 2; 3; \dots$) он делит число $\overline{r_{i-1}q_{i-1}}$ с остатком на 202, получая неполное частное q_i и остаток r_i . Докажите, что $0, q_1q_2q_3 \dots = n$.

С. Губанов

6. (32 балла) В вершине A правильного треугольника ABC со стороной $3n$ метров (где n – натуральное число), стоит невидимый точечный робот, а в точке пересечения медиан треугольника ABC лежит мина. Робота можно отдавать команду сдвинуться на 1 метр в любом из 6 направлений, параллельных сторонам треугольника. Любую команду робот может проигнорировать, но тогда обязан исполнить следующую за ней, если она приказывает двигаться в том же направлении. Кроме того, если команда приказывает выйти за границы треугольника – робот стоит на месте и это не считается игнорированием команды. При каких n можно заставить робота наехать на мину?

П. Рябов, Г. Челноков

7. (38 баллов) ABC — равносторонний треугольник на плоскости, а S — круг, концентрический с описанной окружностью треугольника ABC , но имеющий вдвое больший радиус, пусть его радиус равен 1. Применить к точке X на плоскости операцию — значит, отразить точку X симметрично относительно ближайшей вершины треугольника ABC (если ближайших вершин две, выбираем одну из двух произвольным образом).

- (12 баллов) Докажите, что любая точка плоскости за конечное число операций попадет в круг S .

- (26 баллов) Пусть d – расстояние от центра S до какой-то точки, попадающей в круг S после ровно 1000-й операции. Найдите промежуток возможных значений d .

В. Тиморин

11 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.

1. (17 баллов) Для действительного числа $\alpha \in (0, 1)$ рассмотрим возрастающую последовательность всех натуральных чисел m_i , для которых $\{m_i\alpha\} < \alpha$. Может ли для какого-то α соответствующая последовательность начинаться с

- (7 баллов) 2021, 4041, 6062?
- (10 баллов) 2021, 4041, 6062, 8082?

В. Тиморин

2. (20 баллов) В последовательности чисел $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ некоторые члены умножили на -1 , причем известно, что осталось бесконечно много положительных членов. Докажите, что любое натуральное число представимо в виде суммы нескольких различных членов полученной последовательности.

Д. Вотякова

3. (26 баллов) В ряд стоят n домов k различных цветов, причем для любого цвета найдутся 20 стоящих подряд домов, среди которых домов этого цвета строго больше, чем домов любого другого цвета. При каком наибольшем k это возможно, если

- (7 баллов) $n = 84$?
- (19 баллов) $n = 86$?

А. Акбари, Г. Челноков

4. (23 балла) В угол AOC вписаны окружности Ω_1 и Ω_2 (радиус Ω_1 больше). Ω_1 касается сторон угла в точках A и B , а Ω_2 – в точках D и C соответственно. Точка M – середина отрезка BC . Прямые MA и MD вторично пересекают Ω_1 и Ω_2 соответственно в точках X и Y . Прямые BX и CY пересекаются в точке Z . Докажите, что прямая MZ проходит через середину отрезка AD .

А. Браженко

5. (28 баллов) Дана пара взаимно-простых многочленов с действительными коэффициентами $P(x)$ и $Q(x)$ степеней 2021 и 2000 соответственно (взаимно-простые означает, что не существует многочлена $R(x)$, не равного константе, на который делятся $P(x)$ и $Q(x)$). Гриша выбирает конечное множество действительных чисел c_1, \dots, c_n (помните, в множестве элементы не повторяются, размер множества Гриша тоже выбирает сам), находит число различных кратных действительных корней у многочлена $P(x) + c_i Q(x)$ (при i от 1 до n) и складывает полученные числа. Какую наибольшую сумму Гриша может получить в результате этого процесса?

Г. Челноков

6. (38 баллов) ABC — равносторонний треугольник на плоскости, а S — круг, концентрический с описанной окружностью треугольника ABC , но имеющий вдвое больший радиус, пусть его радиус равен 1. Применить к точке X на плоскости операцию — значит, отразить точку X симметрично относительно ближайшей вершины треугольника ABC (если ближайших вершин две, выбираем одну из двух произвольным образом).

- (12 баллов) Докажите, что любая точка плоскости за конечное число операций попадет в круг S .

- (26 баллов) Пусть d — расстояние от центра S до какой-то точки, попадающей в круг S после ровно 2021 операции. Найдите промежуток возможных значений d .

В. Тиморин

7. (34 балла) Для таблички $n \times n$ рассматриваем семейство квадратов 2×2 , состоящих из клеток таблицы, и обладающее свойством: для любого квадрата семейства найдется покрытая им клетка, не покрытая никаким другим квадратом из семейства. Через $f(n)$ обозначим максимальное количество квадратов в таком семействе. Для какого наименьшего C неравенство $f(n) \leq Cn^2$ верно при любом n ?

Г. Челноков

Задания заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»

7 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 100

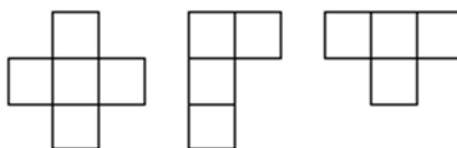
1. (10 баллов) Гражданин Сидоров на 6 лет старше своей жены гражданки Сидоровой. Однажды Сидоров обнаружил, что ровно половину своей жизни он провёл в браке с Сидоровой. Ровно через 14 лет после этого Сидорова обнаружила, что она провела в браке с Сидоровым ровно две третьих своей жизни. Сколько лет будет гражданину и гражданке Сидоровой, когда они отпразднуют золотую свадьбу – пятидесятилетие своей супружеской жизни?

По мотивам задачи IMTS

2. (15 баллов) Петя записал в ряд 2021 число, отличное от нуля, и перемножил все пары соседних чисел. Среди полученных произведений оказалось 1010 положительных и 1010 отрицательных чисел. Вася записал все исходные числа в том же порядке, но по кругу, и тоже перемножил все пары соседних чисел. Сколько среди этих чисел будет положительных и сколько отрицательных? Ответ необходимо обосновать.

А. Штерн

3. (15 баллов) Можно ли разрезать прямоугольник 6×7 на кресты из пяти клеток, фигурки Г-тетрамино и фигурки Т-тетрамино (см. картинку в конце текста)? Если можно, то сколько пятиклеточных крестов может быть в таком разрезании?



И. Сиротовский

4. (20 баллов) Пара различных натуральных чисел (a, b) называется удачной, если сумма наибольшего собственного делителя числа a и наименьшего собственного делителя числа b равна сумме наименьшего собственного делителя числа a и наибольшего собственного делителя числа b . Существует ли миллион удачных пар? Собственный делитель натурального числа – любой делитель, отличный от 1 и самого числа.

Автор неизвестен

5. (20 баллов) Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B . На стороне AC выбрана точка K такая, что $\angle CBK = 15^\circ$. На луче BK отмечена точка M такая, что $\angle ACM = 90^\circ$. Докажите, что $AC = BM$.

Е. Бакаев

6. (20 баллов) Имеется 111 палочек длин $1, 2, 3, \dots, 111$. Их выкладывают по кругу в некотором порядке. Обязательно ли найдутся лежащие подряд три палочки, из которых можно сложить треугольник? Напоминаем, что «вырожденный треугольник» не является треугольником.

А. Шаповалов.

8 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

1. (15 баллов) Число $a * b$ есть произведение b последовательных натуральных чисел, наименьшее из которых равно a (в частности, $a * 1 = a$). Найдите все пары натуральных чисел a, b , для которых выполнено равенство $a * b = 2(b * a)$.

А. Штерн

2. (15 баллов) В параллелограмме $ABCD$ отмечена точка K такая, что $AB = BK = KC$. Докажите, что центр параллелограмма равноудален от середин всех сторон треугольника AKD .

Е. Бакаев

3. (15 баллов) Настойчивый восьмиклассник Васи выписал в ряд 2021 нечётное число $n_1, n_2, \dots, n_{2021}$. Затем он построил новый ряд из 2020 чисел по следующему правилу: p_1 получается перемножением всех делителей числа n_1 (в том числе единицы и самого числа) и всех делителей числа n_2 , p_2 получается перемножением всех делителей числа n_2 и всех делителей числа n_3 и т.д. Вася утверждает, что $n_1 = 3, n_{2021} = 13$, а у произведения $p_1 p_2 \dots p_{2020}$ последние четыре цифры – 2021. Стоит ли верить Васе?

А. Штерн

4. (15 баллов) Назовём ход ладьи *банальным*, если она смещается на кратное трём число клеток. В противном случае назовём ход *оригинальным*. Может ли ладья обойти поле 9×9 , чередуя банальные и оригинальные ходы?

И. Сиротовский

5. (20 баллов) Имеется 111 палочек длин $1, 2, 3, \dots, 111$. Их выкладывают по кругу в некотором порядке. Обязательно ли найдутся лежащие подряд три палочки, из которых можно сложить треугольник? Напоминаем, что «вырожденный треугольник» не является треугольником.

А. Шаповалов

6. (20 баллов) Натуральное число N называется интересным, если в системе счисления с основанием t оно задаётся четырёхзначным числом $abcd$ (то есть, $N = at^3 + bt^2 + ct + d$, где $0 \leq a, b, c, d \leq t - 1$, и $a > 0$) таким, что $\overline{ab} + \overline{cd} = \overline{bc}$. Сколько существует пар интересных чисел, сумма которых тоже является интересным числом? Ответ, конечно, должен зависеть от числа t .

А. Горбунов, Г. Челноков

9–10 классы

Время выполнения заданий – 240 минут

Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.

1. (13 баллов) В этой задаче запись $x \bmod n$, где x – целое а n – натуральное, обозначает такое целое число y от 0 до $n - 1$, что $x - y$ делится на n . Существует ли такая функция f , определенная для целых значений аргумента и принимающая целые значения, что при любом целом x верно $f((x^2 + 1) \bmod 7) = (f(x)^2 + 1) \bmod 11$?

В. Тиморин

2. (20 баллов) В треугольнике ABC точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон BC, AC, AB соответственно. Точки A_2, B_2, C_2 – середины ломанных BAC, ABC, ACB соответственно (точка называется серединой ломанной если принадлежит ломанной и делит ее на две ломанных равной длины). Докажите, что прямые A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 проходят через одну точку.

Из материалов тренировочного лагеря сборной Израиля на международную олимпиаду

3. (20 баллов) Вася пришел в казино, имея один вшэ-коин (единственную в мире виртуальную валюту, которую можно делить на любые части; например, можно поставить на кон $\frac{\pi}{10}$ вшэ-коина). В казино игрокам предлагается делать ставки на цвет шара, который будет вытасчен из ящика. Фиксировано число p , причем $1 < p < 2$. Если цвет вытасченного шара совпадает с тем, на который игрок поставил x денег – игрок получит назад px денег, если не совпадает – не получит ничего. Для ставок в каждом раунде можно использовать не только деньги, имевшиеся к началу игры, но и выигрыши прошлых раундов. Перед началом игры Вася смог подсмотреть, что в ящик положили 2 черных и 3 красных шара (других шаров нет), сыгранные шары обратно в ящик не возвращаются, игра происходит пока ящик не опустеет. Какую максимальную сумму Вася может гарантированно иметь к концу розыгрыша?

Г. Челноков

4. (28 баллов) Напомним, что запись числа n в t -ичной системе счисления это представление $n = \overline{a_k a_{k-1} \dots a_0} = a_k t^k + a_{k-1} t^{k-1} + \dots + a_0$, где a_i – целые числа от 0 до $t - 1$, причем a_k – не ноль. Назовем четырехзначное число \overline{abcd} интересным, если $\overline{ab} + \overline{cd} = \overline{bc}$. Найдите количество пар интересных чисел, сумма которых – тоже интересное число (как функцию от t).

А. Горбунов, Г. Челноков

5. (40 баллов) M середина стороны BC треугольника ABC . Касательные, проведенные из M к вписанной окружности треугольника ABC , касаются этой окружности в точках P, Q . Касательные из M к невписанной окружности ABC , касающейся стороны BC , касаются этой окружности в точках R, S . Прямые PQ, RS пересекаются в точке X . Оказалось, что $AH = AM$. Найдите угол BAC .

А. Заславский, М. Дидин

6. (50 баллов) Рассматриваются всевозможные наборы действительных чисел x_1, \dots, x_{2021} , не превосходящих по модулю 1, с суммой 0. Для какого наименьшего C можно любой такой набор расставить по кругу так, что сумма чисел на любой дуге будет по модулю не больше C ?

Сообщена Г. Челноковым

11 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.

1. (12 баллов) В этой задаче запись $x \bmod n$, где x – целое а n – натуральное, обозначает такое целое число y от 0 до $n - 1$, что $x - y$ делится на n . Существует ли такая функция f , определенная для целых значений аргумента и принимающая целые значения, что при любом целом x верно $f((x^2 + 1) \bmod 7) = (f(x)^2 + 1) \bmod 11$?

В. Тиморин

2. (17 баллов) Вася пришел в казино, имея один вшэ-коин (единственную в мире виртуальную валюту, которую можно делить на любые части; например, можно поставить на кон $\frac{\pi}{10}$ вшэ-коина). В казино игрокам предлагается делать ставки на цвет шара, который будет вытасчен из ящика. Фиксировано число p , причем $1 < p < 2$. Если цвет вытасченного шара совпадает с тем, на который игрок поставил x денег – игрок получит назад px денег, если не совпадает – не получит ничего. Для ставок в каждом раунде можно использовать не только деньги, имевшиеся к началу игры, но и выигрыши прошлых раундов. Перед началом игры Вася смог подсмотреть, что в ящик положили 3 черных и 3 красных шара (других шаров нет), сыгранные шары обратно в ящик не возвращаются, игра происходит пока ящик не опустеет. Какую максимальную сумму Вася может гарантированно иметь к концу розыгрыша?

Г. Челноков

3. (23 балла) Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC касается вписанной и соответствующей внеписанной окружностей в точках T_1, T_2 соответственно. Окружность, проходящая через середины сторон, касается этих же окружностей в точках S_1, S_2 соответственно. Докажите, что $\angle S_1CT_1 = \angle S_2CT_2$.

А.Заславский

4. (32 балла) Найдите все действительные числа d , для которых существуют многочлены от одной переменной P и Q , такие что равенство

$$\frac{P(x)}{Q(x)} - \frac{P(x+d)}{Q(x+d)} = \frac{1}{x(x+1)}$$

выполняется при всех значениях x кроме конечного числа.

Г.Челноков

5. (42 балла) Через $X(\alpha)$ будем обозначать точку с координатами $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ (все такие лежат на окружности радиуса 1 с центром в начале координат). Выбрали произвольный угол ϕ и провели хорды $P(\phi)P(2022\phi), P(2022\phi)P(2022^2\phi), \dots$ (на шаге номер n проводится хорда $P(2022^{n-1}\phi)P(2022^n\phi)$). Если хорда уже была проведена – она не проводится второй раз. Оказалось, что все проведенные хорды не пересекаются иначе чем по концам. Докажите, что всего проведено конечное число хорд.

В.Тиморин

6. (50 баллов) Фокусник и его Ассистент готовятся показать следующий фокус. Фокуснику завяжут глаза, после чего один из зрителей напишет на доске 60-битное слово (последовательность из 60 нулей и единиц). Ассистент уверен, что сможет незаметно сообщить фокуснику 44 бита (не обязательно написанные в слове, можно вычислять любые функции). После чего Фокусник должен будет назвать слово. Для какого наибольшего числа C Фокусник и Ассистент могут придумать стратегию, позволяющую всегда назвать слово, совпавшее хотя бы в C битах с написанным зрителем.

Г.Челноков

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2019–2020 учебного года
Международной олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»**

7 класс**Задание 1 (2019-20.7.1)**

Ответ: 70.

Решение. Разделим мысленно все ряды на два типа: в первом лжецов и рыцарей поровну, а во втором нет. Ясно, что в рядах 1-го типа утвердительный ответ дают рыцари, а в рядах 2-го типа лжецы. Но в рядах первого типа суммарно сидит столько же лжецов, сколько и рыцарей. Поэтому число утвердительных ответов равно числу лжецов.

Критерии

- При переборе случаев один из случаев рассадки пропущен – 0 баллов
- При переборе случаев один из случаев рассадки пропущен – 10 баллов
- Полное решение – 20 баллов

Задание 2 (2019-20.7.2)

Ответ: 27.

Решение. Пример. 11, 7, 6, 2, 1 или 10, 8, 6, 2, 1. Оценка. Упорядочим веса $a > b > c > d > e$. Тогда по условию $a + b + c = 8(d + e)$. Тогда $d + e \geq 3 \Rightarrow a + b + c \geq 24 \Rightarrow a + b + c + d + e \geq 27$.

Критерии

- Алгебраические соотношения между весами наборов выписаны верно, но дальнейших продвижений нет; либо только пример без оценки – 7 баллов
- В условии пропущено слово «различных», и задача решается в таком понимании; либо присутствует только оценка – 10 баллов
- Арифметическая ошибка при соблюдении логики решения – 15 баллов
- В примере не указаны точные значения веса двух самых больших гирь, но указано, что их сумма 18. Не указана связь между минимальностью веса двух самых лёгких гирь и минимальностью всех гирь – 18 баллов
- Полное решение – 20 баллов

Задание 3 (2019-20.7.3)

Ответ: нет, не стоит.

Решение. Через x минут дробь $1/n$ превратится в дробь $(1 + x)/(n + x)$. Чтобы эта дробь оказалась сократимой, нужно, чтобы её числитель делился на какой-нибудь делитель числа $n - 1$. По условию через 1000 минут получится сократимая дробь $1001/(n + 1000)$. Значит, $n - 1$ делится на какой-то делитель числа 1001. Тогда $n - 1$ делится на одно из простых $p = 7, 11, 13$. Тогда уже через $p - 1$ шаг дробь окажется сократимой.

Критерии

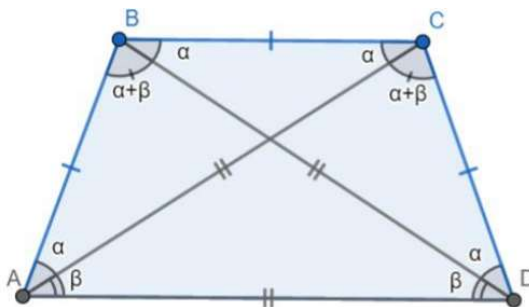
- Ответ либо неверный, либо отсутствуют попытки доказательства, либо рассматриваются конкретные примеры без идеи разложения на простые множители – 0 баллов
- Процесс рассматривается на примерах, при этом идея разложения на простые множители отсутствует либо используется некорректно – 2 балла

- Перепутаны понятия сократимости и делимости нацело. Либо допущены ошибки в работе с прямым и обратным утверждением – 5 баллов
- Условие сократимости не сформулировано – 10 баллов
- Число 1001 неправильно разложено на простые множители, но логика решения верная – 15 баллов
- Полное решение – 20 баллов

Задание 4 (2019-20.7.4)

Ответ: $\angle A = \angle D = 72^\circ$ и $\angle B = \angle C = 108^\circ$

Решение. В условии сказано, что каждая из диагоналей равна какой-то стороне. Тогда существует три возможности: обе диагонали равны AB ; одна из диагоналей равна AB , а другая – AD ; обе диагонали равны AD . В выпуклом четырехугольнике сумма диагоналей строго больше суммы противоположных сторон по неравенству треугольника. Таким образом, $AC + BD > AB + CD = 2AB$ и $AC + BD > BC + AD = AB + AD$. Следовательно, первые два случая невозможны и обе диагонали равны AD . Тогда треугольники ABC и BCD равны по трем сторонам и являются равнобедренными. Откуда $\angle CAB = \angle BCA = \angle CBD = \angle CDB = \alpha$. Треугольники ABD и DCA равны по трем сторонам и являются равнобедренными, обозначим угол при вершине через β . Значит, $\angle BAD = \angle ABD = \angle CDA = \angle DCA = \alpha + \beta$. По сумме углов треугольников получаем, что $2\alpha + 3\beta = 180^\circ$ и $4\alpha + \beta = 180^\circ$. Таким образом, $\alpha = \beta = 72^\circ$.



Критерии

Есть три принципиально разных случая: обе диагонали равны AB (1), ровно одна диагональ равна AB (2), обе диагонали равны AD (3).

- только один из случаев (1), (2) – 2 балла
- разобран случай (3), либо оба случая (1), (2) – 10 баллов
- разобран случай (3) и один из (1), (2) – 15 баллов
- Полное решение – 20 баллов

Задание 5 (2019-20.7.5)

Ответ: $1/2$

Первое решение. Если мы поменяем цвета двух соседних вершин разного цвета, то рассматриваемое произведение не изменится. Это показывает рассмотрение четырёх возможных случаев: ККСК, СКСК, ККСС и СКСС. Значит, можно собрать одноцветные вершины в один блок, после чего произведение станет равно $(1/2)^{1009} \cdot 1^2 \cdot 2^{1008} = 1/2$. Значит, таким оно было изначально.

Второе решение. Представим себе, что в каждой красной вершине написано число $\sqrt{2}$, в каждой синей $1/\sqrt{2}$. Тогда на каждой стороне стоит в точности произведение чисел в ее концах. Тогда в произведении всех чисел на сторонах каждая вершина участвует ровно два раза, тогда это произведение равно $(\sqrt{2}^2)^{1009} \cdot (1/\sqrt{2}^2)^{1010} = 1/2$

Критерии

- Неверный ответ, ответ без доказательства – 0 баллов
- Без каких-либо объяснений утверждается, что отрезков с $1/2$ на 1 больше, чем отрезков с 2 – 2 балла
- Используется идея перехода от фиксированного очевидного состояния к произвольному, но при этом изменение произведения не отслеживается. Или наоборот: переход произведён корректно, но исходное состояние не исследовано. – 5 баллов
- Используется идея перестановки двух элементов, но разобран только тривиальный случай – 10 баллов
- Используется идея перестановки двух элементов, но разобран только один (существенный) из четырёх случаев – 15 баллов
- Полное решение – 20 баллов

Задание 6 (2019-20.7.6)

Ответ: $n = 4$

Решение. Для начала докажем, что при $n = 4$ (доска 9×9) Семён сможет этого добиться. Рассмотрим вертикали и горизонталы, расположенные в одной клетке от края доски (это 2-я и 8-я горизонталы и вертикали b и h). Назовём их критическими рядами, а их пересечения (клетки $b2, h2, b8$ и $h8$) – узлами. Докажем следующие два утверждения.

Лемма 1. Семён может добиться следующего: если таракан пришёл на критический ряд, то оба узла на этом ряду уже заняты камнями.

Лемма 2. Если таракан пришёл на критический ряд, оба узла которого уже заняты камнями, то Семён может не дать таракану выйти с этого ряда на соседний с ним край.

Начнём с Леммы 2: пусть таракан на критическом ряду. Тогда Семён каждый раз кидает камешек на соседнюю с тараканом клетку края (если она ещё свободна – если занята, он может кидать куда хочет). Такая клетка только одна везде, кроме узлов, а узлы уже заняты. Следовательно, с этого ряда таракан на край выйти не сможет. \square

Теперь докажем Лемму 1. Пусть Семён первым ходом кидает камень в клетку $b2$, а дальше, если таракан не на критическом ряду, занимает любой свободный узел того ряда, в сторону которого таракан последний раз полз (или любой другой свободный узел, если в этом ряду уже оба узла заняты; если заняты все четыре узла, а таракан всё ещё не на критическом ряду, Семён может кидать куда угодно на доске). Чтобы добраться до своего первого критического ряда, таракан должен сделать хотя бы три хода в его сторону; следовательно, хотя бы уже два раза он полз в сторону этого ряда, но не достигал его. За каждый ход, когда таракан полз в сторону ряда Семена своим следующим ходом займет узел на этом ряду, следовательно, когда таракан доползет до ряда все узлы на нем уже будут заняты. По Лемме 2, таракан не может выйти с этого ряда на край. Пусть он пытается ползти с него внутрь (от края). Тогда он больше не на критическом ряду (иначе он начинал бы с узла, а узлы этого ряда заняты), и следующим ходом закрывается четвёртый узел (если он ещё не занят), то есть на любом критическом ряду, куда ещё мог бы прийти таракан, уже будут заняты оба его узла. Утверждение 1 доказано. \square

Соберем решение задачи. Объединяя Леммы 1 и 2 имеем, что Семен не выпустит таракана на курай сколь угодно долго, но за 81 ход все клетки заполнятся камнями. Заметим, что при $n > 4$ Семён может применить ту же стратегию, не давая таракану выйти из центрального квадрата 7×7 , т. е. тоже выигрывает

Докажем, что при $n = 3$ (доска 7×7) таракан может спастись. **Лемма 3.** Пусть таракан в одной клетке от края, и в прямоугольнике $2 \times k$, содержащем таракана и один из углов, нет ни одного камня. Тогда таракан может выйти на край.

Доказательство. Если Семён кинет камень куда угодно, кроме соседней клетки края, таракан ползёт в эту клетку и следующим ходом выигрывает; иначе таракан ползёт вдоль длинной стороны прямоугольника и оказывается в той же ситуации при k на единицу меньше. Когда k достигает 2, этот ход таракана тоже приведёт его к краю. \square

Покажем, как таракан может выиграть. Предположим, что первым ходом Семён кидает камень не ниже и не левее центра (этого всегда можно добиться, повернувшись относительно доски), то есть не ниже 4-й горизонтали и не левее вертикали d . Тогда таракан ползёт вниз, на клетку $d3$. Если после этого Семён кидает камень куда угодно, кроме клеток $d2$ и $d1$, то таракан ползёт на $d2$; иначе он ползёт на $c3$. Если таракан оказался на $d2$, то на нижних двух горизонталях не более одного камня, причём не на $d1$; тогда либо снизу и справа, либо снизу и слева от таракана камней нет, и выполнено условие леммы. Пусть таракан приполз на $c3$. Тогда на трёх левых вертикалях нет ни одного камня (второй камень был на вертикали d , а первый не левее); если после этого Семён кидает камень не на одну из клеток $b3$ и $a3$, то таракан ползёт на $b3$, и оказывается в ситуации Леммы 3: на двух левых вертикалях не более одного камня, причём не на $a3$, то есть либо снизу и слева, либо сверху и слева от таракана камней нет.

В противном случае, когда Семен кидает камень на одну из клеток $b3$ и $a3$, таракан ползёт на $c2$ – и опять же оказывается в ситуации Леммы 3: на шести клетках $\{1, 2\} \times \{a, b, c\}$ нет ни одного камня.

Критерии

- В попытке доказать, что $n \leq 4$ присутствует идея рассмотрения узловых клеток, но полного доказательства нет – 5 баллов
- Доказана одна из двух оценок – 10 баллов
- Полное решение – 20 баллов

8 класс**Задание 1 (2019-20.8.1)**

См. решение и критерии 7 класса, задание 1 (2019-20.7.1).

Задание 2 (2019-20.8.2)

См. решение и критерии 7 класса, задание 3 (2019-20.7.3).

Задание 3 (2019-20.8.3)

Ответ: нет, не может.

Решение. Объём параллелепипеда с рёбрами a, b, c равен $X = abc$, а его полная поверхность равна $2Y = 2(ab + ca + bc)$. Обозначая $Z = a + b + c$, получаем:

$$5 = (a + 1)(b + 1)(c + 1) - abc = Y + Z + 1 \Rightarrow Y + X = 4,$$

$$9 = 2((a + 1)(b + 1) + (b + 1)(c + 1) + (a + 1)(c + 1) - ab - bc - ac) = 4Z + 4 \Rightarrow$$

$\Rightarrow Z = \frac{3}{4}, Y = \frac{13}{4}$. Из рассмотрения Z все рёбра меньше 1, значит Y не может быть больше 3 – противоречие.

Критерии

- Найдена только одна из двух рассматриваемых величин (либо только полная поверхность, либо только длина рёбер). Либо при двух найденных величинах дан неправильный ответ – 5 баллов

- Правильный ответ дан, найдены обе величины, доказательство не завершено – 8 баллов

- Вычислительная ошибка, повлиявшая на дальнейшую логику, но не очень существенно. Либо использование метода Штурма без необходимых пояснений – 12 баллов

- Вычислительная ошибка в конце решения, не повлиявшая на логику рассуждений – 18 баллов

- Полное решение – 20 баллов

Задание 4 (2019-20.8.4)

См. решение и критерии 7 класса, задание 4.

Задание 5 (2019-20.8.5)

См. решение и критерии 7 класса, задание 5 (2019-20.7.5).

Задание 6 (2019-20.8.6)

Ответ: 23.

Решение. Предположим, есть набор, у которого меньше 23 больших поднаборов. Тогда все наборы из 6 гири большие. В самом деле, пусть поднабор без гири A с весом a — не большой. Тогда $a > 1/3$. У множества шести гири (всех кроме A) есть 26 подмножеств. Эти подмножества разбиваются на пары с пустым пересечением, дающие в объединении все гири без A . Тогда в каждой паре хотя бы одно множество весит не менее $(1 - a)/2$. То есть половина, $2^6/2 = 2^5$, из этих подмножеств весит не менее $(1 - a)/2$. Тогда каждое

множество из этой половины в объединении с A дает вес не менее $(1 - a)/2 + a \geq 2/3$. Таким образом, мы нашли $2^5 = 32 > 23$ больших набора. Противоречие.

Итого, на данный момент мы нашли уже 8 больших поднаборов: 7-элементный и все семь 6-элементных. Посмотрим, какие 5-элементные подмножества могут не давать большой поднабор.

Допустим, все гири без гирь A, B – не большой поднабор, и все без C, D – тоже не большой поднабор (разными буквами обозначены разные гири). Тогда, рассуждая аналогично предыдущему случаю, получаем, что у дополнения к A, B есть $2^5/2 = 2^4$ подмножеств, дающих в объединении с A, B большой поднабор. Обозначим множество этих 2^4 поднаборов через X . То же самое с C, D : у дополнения к C, D есть $2^5/2 = 2^4$ подмножеств, дающих в объединении с C, D большой поднабор. Обозначим множество этих 2^4 поднаборов через Y . Рассмотрим объединение множеств X и Y и оценим его мощность. Имеем $|X \cap Y| \leq 8$, так как набор в пересечении X и Y включает в себя A, B, C, D , и число способов дополнить его несколькими из оставшихся трех – не более $2^3 = 8$. Итого, больших поднаборов $|X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y| \geq 16 + 16 - 8 = 24 > 23$. Значит, не существует таких непересекающихся пар A, B и C, D , что их пятиэлементные дополнения – не большие наборы. Или же, для любых двух 5-элементных не больших наборов их 2-элементные дополнения пересекаются. Максимальное количество попарно пересекающихся 2-элементных подмножеств множества из 7 элементов – 6. (В самом деле, пусть есть несколько попарно-пересекающихся пар элементов 7-элементного множества. Если все пары содержат некоторый один и тот же элемент, то пар не больше, чем остальных элементов, то есть 6. Пусть никакой элемент не принадлежит всем парам. Рассмотрим две любые пары A, B и A, C . Должна найтись пара, не содержащая A , но, чтобы она пересекалась с первыми двумя она должна быть парой B, C . Тогда больше ни одной пары добавить нельзя, итого в этом случае пар не больше чем 3.) Отсюда существует хотя бы $C_7^5 - 6 = 21 - 6 = 15$ больших пятиэлементных поднабора. Складывая это количество с 8 (число уже найденных больших поднаборов мощности > 5), получаем оценку на хотя бы 23 поднабора.

Пример. Теперь объясним, как придумать пример с ровно 23 большими наборами. Мы хотим, чтобы ни один набор сверх тех 23, про которые в доказательстве доказано, что они большие, большими не были. Тогда пусть A – самая тяжелая гиря, a – ее вес. Тогда ни один набор пяти из шести оставшихся гирь не должен быть большим, отсюда $5/6$ веса оставшихся гирь меньше $2/3$, отсюда $a > 1/5$. Кроме того, все наборы вида A и 3 из 6 оставшихся гирь не должны быть большими, откуда вес A плюс половина веса оставшихся гирь меньше $2/3$, отсюда $a < 1/3$. Возьмем $a = 1/4 = 2/8$, остальные гири сделаем равными, то есть их вес навен $1/8$. Тогда вес каждого набора – целое кратное $1/8$. Тогда чтобы набор был большим вес должен быть хотя бы $6/8$ (ибо $5/8 < 2/3$) – и мы добились своего: наборы с весом не меньше $6/8$ это либо наборы из не менее чем 6 гирь, или наборы из ровно 5 гирь, включающие A .

Критерии

- Частные верные утверждения, связанные с оценкой на число наборов, не приводящие к правильному ответу – 2 балла
- Верный пример без мотивации – 5 баллов
- Полное решение – 20 баллов

9–10 классы

Задание 1 (2019-20.9-10.1)

Ответ: может.

Решение. Неформально: если бы в задаче не было условий, что числа строго положительны и различны, то она решалась бы так: выберем натуральное t и поставим его во все клетки верхнего правого квадрата 7×7 , в оставшуюся каемку – нули. Тогда вся сумма $49t$ в центральный квадрат 5×5 попали числа с суммой $25t$ и $2 \cdot 25t > 49t$. Но нам мешают условия, что числа положительны и различны. Преодолеем это так: возьмем t большим, теперь добавляем единиц к числам в расстановке, чтобы добиться выполнения условия. При достаточно большом t неравенство не сломается. Формально: нам подходит таблица

31	32	100042	100043	100044	100045	100046	100047	100048
29	30	100035	100036	100037	100038	100038	100040	100042
27	28	100028	100029	100030	100031	100032	100033	100034
25	26	100021	100022	100023	100024	100025	100026	100027
23	24	100014	100015	100016	100017	100018	100019	100020
21	22	100007	100008	100009	100010	100011	100012	100023
19	20	100000	100001	100002	100003	100004	100005	100006
10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Задание 2 (2019-20.9-10.2)

Ответ: 90°

Решение. Докажем, что точки касания вписанных окружностей треугольников ABC и ADC с диагональю AC совпадают.

В самом деле, обозначим точки касания T_B и T_D соответственно. Тогда $|AT_B| = \frac{|AB|+|AC|-|BC|}{2}$ и $|AT_D| = \frac{|AD|+|AC|-|DC|}{2}$. Критерий описанности четырехугольника $|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$, это равенство равносильно $|AT_B| = |AT_D|$.

Теперь легко видеть, что картинка однозначно задается радиусом вписанных окружностей треугольников ABC и ADC и расстояниями от точки касания до точек A и C . Значит картинка переходит в себя при симметрии относительно прямой AC , при этом точки B и D меняются местами. Но это означает, что BD перпендикулярна AC , итак, ответ 90° .

Критерии

- Задача решалась исходя из неверного понимания условия (например, что четырехугольник $ABCD$ вписанный вместо описанного) – 0 баллов
- Решен любой частный случай, например когда диагональ BD является биссектрисой угла четырехугольника – 0 баллов
- Задача решена при дополнительном предположении, что точки касания вписанных окружностей треугольников ABC и ADC с диагональю AC совпадают, этот факт никак не обоснован – 6 баллов
- Доказано, что точки касания вписанных окружностей треугольников ABC и ADC с диагональю AC совпадают, нет вывода утверждения задачи из этого факта – 8 баллов

Задание 3 (2019-20.9-10.3)

Решение. Для начала докажем, что на 7 делятся те и только те числа Фибоначчи, номер которых делится на 8. Докажем это по индукции. База: Первое число Фибоначчи, кратное 7 – это 21, которое является 8-м числом Фибоначчи. Переход: пусть этот факт был верен для всех чисел Фибоначчи с номерами от 1 до $8k$. Докажем, что он верен для чисел с номерами от $8k + 1$ до $8k + 8$. Пусть число с номером $8k - 1$ имело остаток a от деления на 7 ($a = 0$). Тогда числа с номерами $8k + 1, \dots, 8k + 8$ будут иметь следующие остатки: $a, a, 2a, 3a, 5a, a, 6a, 0$. Теперь докажем, что на 3 делятся те и только те числа Фибоначчи, номер которых делится на 4. Доказательство аналогично. Итак, если число Фибоначчи делится на 7, то его номер делится на 8. Значит его номер делится на 4, а значит, само число обязано делиться на 3. Значит оно не может быть равно натуральной степени числа 7.

Критерии

- Доказано, что на 7 делятся те и только те числа Фибоначчи, номер которых делится на 8 – 5 баллов

Задание 4 (2019-20.9-10.4)

Решение. Нам нужно найти такие иррациональные a, b, c , что $abc \in \mathbb{Z}$, $2(ab + bc + ac) \in \mathbb{Z}$, $a^2 + b^2 + c^2$ – полный квадрат. Например, нам подойдут корни многочлена $x^3 - 9x^2 + 16x - 1$. Легко видеть, что у него 3 положительных корня (достаточно посмотреть на значения в 0, 2, 4, 8), что у него нет рациональных корней (их числитель и знаменатель будут обязаны делить единицу, то есть быть равными ± 1). При этом произведение корней равно 1, сумма попарных произведений равна 16, $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac) = 9^2 - 2 \cdot 16 = 49$, значит большая диагональ равна 7.

Критерии

- Идея рассмотреть многочлен, корнями которого являются длины сторон – 5 баллов
- Полное решение за исключением того, что корни многочлена вещественны и положительны – 15 баллов
- Полное решение за исключением того, что корни многочлена иррациональны – 15 баллов

Задание 5 (2019-20.9-10.5)

Решение. Для начала мы приведем ложное решение пятой задачи, с нетривиальной дырой. Желаящим развить свою математическую культуру читателям предлагается в качестве полезного и непростого упражнения самостоятельно найти дыру в решении. Те, кого интересует просто как решается задача №5, могут сразу читать настоящее решение ниже.

Ложное решение. Обозначим данные n чисел за x_1, x_2, \dots, x_n . Без ограничения общности будем считать, что $S \geq 0$. Если это не так, то будем доказывать утверждение задачи для чисел $y_i = -x_i$ с положительной суммой. Из него будет следовать утверждение исходной задачи.

Докажем, что среди данных чисел существует набор из подряд идущих, удовлетворяющих неравенству из условия. То есть найдутся такие натуральные s и t ($1 \leq s \leq t \leq n$) что подмножество x_s, x_{s+1}, \dots, x_t – искомое.

Обозначим через m_1 первый индекс, для которого $x_1 + x_2 + \dots + x_{m_1} \geq \frac{S}{100}$, через m_2 – первый индекс, для которого $x_1 + x_2 + \dots + x_{m_2} \geq \frac{2S}{100}$, и так далее: $x_1 + x_2 + \dots + x_{m_i} \geq$

$\frac{iS}{100}$ по всем i до 100. Рассмотрим также разности $a_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{m_i} - \frac{iS}{100}$. Заметим, что m_{100} и a_{100} определены, поскольку по крайней мере для n выполняется неравенство $x_1 + x_2 + \dots + x_n = S \geq \frac{iS}{100}$ для любого i . Формально доопределим: $m_0 = 0$ и $a_0 = 0$. Заметим теперь, что так как выбранные нами индексы были первыми для своего условия и так как все числа x_i по модулю не превосходят 1, то все a_i лежат на отрезке $[0; 1]$. Чисел a_i всего 101 (для i от 0 до 100). Значит найдутся два индекса i и j , для которых $|a_i - a_j| \leq \frac{1}{100}$. Без ограничения общности $j > i$. Тогда $\left| (x_1 + x_2 + \dots + x_{m_i}) - (x_1 + x_2 + \dots + x_{m_j}) - \frac{iS}{100} + \frac{jS}{100} \right| \leq \frac{1}{100}$ или $\left| x_{m_i} + x_{m_{i+1}} + \dots + x_{m_j} - \frac{(j-i)S}{100} \right| \leq \frac{1}{100}$. Тем самым, числа $x_{m_{i+1}} + \dots + x_{m_j}$ — искомое.

Настоящее решение. Обозначим данные n чисел через x_1, x_2, \dots, x_n . Без ограничения общности будем считать, что $S \geq 0$. Если это не так, то будем доказывать утверждение задачи для чисел $y_i = -x_i$ с положительной суммой. Из него будет следовать утверждение исходной задачи.

Докажем, что среди данных чисел существует набор из подряд идущих, удовлетворяющих неравенству из условия. То есть найдутся такие натуральные s и t ($1 \leq s \leq t \leq n$) что подмножество x_s, x_{s+1}, \dots, x_t — искомое.

Обозначим через m_1 первый индекс, для которого $x_1 + x_2 + \dots + x_{m_1} \geq \frac{S}{100}$, через m_2 — первый индекс, для которого $x_1 + x_2 + \dots + x_{m_2} \geq \frac{2S}{100}$, и так далее: $x_1 + x_2 + \dots + x_{m_i} \geq \frac{iS}{100}$ по всем i от 1 до 99. Рассмотрим также разности $a_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{m_i} - \frac{iS}{100}$. Заметим, что m_i и a_i определены, поскольку по крайней мере для n выполняется неравенство $x_1 + x_2 + \dots + x_n = S \geq \frac{iS}{100}$ для любого i . Формально доопределим: $m_0 = 0$ и $a_0 = 0$. Заметим теперь, что так как выбранные нами индексы были первыми для своего условия и так как все числа x_i по модулю не превосходят 1, то все a_i лежат на отрезке $[0; 1]$.

Предположим, все a_i лежат на отрезке $[0; 1 - \frac{1}{100}]$. Тогда, так как чисел a_i всего 100 (для i от 0 до 99), найдутся два индекса i и j , для которых $|a_i - a_j| \leq \frac{1}{100}$. Без ограничения общности $j > i$. Тогда $m_j \geq m_i$ по определению чисел m_i . Получаем: $\left| (x_1 + x_2 + \dots + x_{m_i}) - (x_1 + x_2 + \dots + x_{m_j}) + \frac{jS}{100} - \frac{iS}{100} \right| \leq \frac{1}{100}$ или $\left| x_{m_i} + x_{m_{i+1}} + \dots + x_{m_j} - \frac{(j-i)S}{100} \right| \leq \frac{1}{100}$. Заметим, что можно взять $n = j - i$, поскольку $j - i > 0$ и $j - i \leq j < 100$. Тем самым, числа $x_{m_i}, x_{m_{i+1}} + \dots + x_{m_j}$ — искомые.

Пусть теперь для некоторого i разность a_i попала на полуинтервал $(1 - \frac{1}{100}; 1]$. Докажем, что в этом случае подмножество $x_1, \dots, x_{m_{i-1}}$ — искомое. Для этого достаточно показать, что $\frac{iS}{100} - \frac{1}{100} < x_1 + \dots + x_{m_{i-1}} \leq \frac{iS}{100}$.

Второе неравенство следует из определения m_i , ведь x_{m_i} — это первый индекс, для которого сумма стала не меньше $\frac{iS}{100}$. Первое неравенство равносильно следующему: $x_1 + \dots + x_{m_{i-1}} - \frac{iS}{100} > -\frac{1}{100}$. Но $x_1 + \dots + x_{m_{i-1}} - \frac{iS}{100} = a_i - x_{m_i}$, и это больше $\frac{1}{100}$, так как $a_m > 1 - \frac{1}{100}$ и $x_m \leq 1$.

Критерии

- Рассуждения, какой должна быть сумма выбранного подмножества, без указаний, как выбрать подмножество с такой суммой или почему это возможно сделать — 0 баллов
- Решение задачи в частном случае (например, если $|S| \leq 2$ или для конкретного набора чисел) — 0 баллов

- Доказательство более слабого утверждения, например построение требуемого подмножества для $1 \leq n \leq 100$ (либо $0 \leq n \leq 99$) вместо требуемого в задаче $1 \leq n \leq 99$; за исключением более слабого утверждения, описанного в следующем пункте – 0 баллов

- Доказано более слабое утверждение: что в условиях задачи можно выбрать несколько чисел так, чтобы при некотором натуральном $n < 100$ сумма выбранных чисел отличалась от $\frac{nS}{100}$ не более чем на $\frac{1}{99}$. Это гипотетический критерий, ни одной работы, удовлетворяющей ему, не было – 13 баллов

Задание 6 (2019-20.9-10.6)

См. решение 8 класса, задание 6 (2019-20.8.6).

Критерии

- Попытка доказывать неверный ответ – 0 баллов
- Пример на 23 – 8 баллов
- Из предположения что ответ меньше 23 выведено, что все 6-элементные подмножества являются большими – 8 баллов
 - Продвижения двух предыдущих пунктов вместе – 16 баллов
 - Доказано, что ответ не меньше 23, нет примера на 23 – 22 балла
 - Полное решение – 20 баллов

Задание 7

Решение. Посчитаем левую часть иным образом. Для каждого элемента множества из n элементов посчитаем, в какое количество пересечений троек $A_i \cap A_j \cap A_k$ он входит, и просуммируем эти количества по всем элементам. Легко видеть, что если элемент входит в a_i множеств, то он входит ровно в a_i^3 пересечений троек множеств (в качестве первого множества тройки годятся a_i множеств, в качестве второй и третьей — тоже a_i). Таким образом, левая часть это $n^2(a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3)$. Теперь заметим, что $a_1 + a_2 + \dots + a_n = |A_1| + \dots + |A_n|$, так как обе суммы подсчитывают двумя способами одну и ту же величину: количество пар (множество; элемент множества). Итого, надо доказать:

$$n^2(a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3) \geq (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^3.$$

Последнее неравенство равносильно неравенству между средним кубическим и средним арифметическим:

$$\sqrt[3]{\frac{a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3}{n}} \geq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}.$$

Критерии

- Решение основано на неправильной формуле включения-исключения – 0 баллов
- В пункте а) вводятся переменные и явным образом выписываются полиномиальные неравенства, для которых предъявляется работоспособный план доказательства, который не реализован (возможно из-за арифметической ошибки) – 5 баллов
 - Сведено к неравенству между средним кубическим и средним арифметическим – 10/20 баллов
 - Арифметическая ошибка при идеальной канве решения, если оно не является чисто вычислительным – 40 баллов

11 класс

Задание 1 (2019-20.11.1)

Ответ: могло.

Решение. Пусть $x_1 = x_2 = 2t$, $x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = -t$ (при произвольном действительном t). Тогда равны нулю $\binom{2}{1}\binom{4}{2} = 2 \cdot 6 = 12$ сумм, а именно:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_6 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_4 + x_6 = 0 \\ x_2 + x_4 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_5 + x_6 = 0 \\ x_2 + x_5 + x_6 = 0 \end{cases}$$

Критерии

- Попытка доказывать неверный ответ – 0 баллов
- Приводятся какие-то рассуждения о системах линейных уравнений, не содержащие явного указания системы требуемого вида, имеющей бесконечно число решений, или неявного доказательства ее существования – 0 баллов
- Приводится система требуемого вида, имеющая бесконечно много решений, но не написано доказательство того, что система имеет бесконечно много решений – 10 баллов

Задание 2 (2019-20.11.2)

См. решение и критерии 9–10 классов, задание 2 (2019-20.9-10.1).

Задание 3 (2019-20.11.3)

Ответ: $c = \frac{1}{3}$

Решение. **Первое решение.** Обозначим корни через x_1 и x_2 и воспользуемся теоремой Виетта. Задача переформулируется так: известно, что $x_1^{15} + x_2^{15} = x_1^9 + x_2^9 = 0$ и $x_1 + x_2 = 1$, найти $x_1 x_2$.

Для начала заметим, что $x_1 x_2 \neq 0$, поскольку в противном случае одно из x_1, x_2 равно нулю, тогда $x_1^9 + x_2^9 = 0$ влечет что и второе равно нулю, что противоречит $x_1 + x_2 \neq 0$.

Теперь посмотрим, что получится если сумму девярых степеней домножить на суммы шестых (ноль поскольку сумма девярых ноль) и вычесть сумму пятнадцатых (тоже ноль). $0 = (x_1^9 + x_2^9)(x_1^6 + x_2^6) - x_1^{15} + x_2^{15} = x_1^6 x_2^6 (x_1^3 + x_2^3) = c^6 (x_1^3 + x_2^3)$. Поскольку $c \neq 0$ имеем $x_1^3 + x_2^3 = 0$ (!). С другой стороны, $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = 1 \cdot (1^2 - 3c)$ откуда $c = \frac{1}{3}$.

Второе решение. Так же как в первом решении докажем равенство (!), вместо последнего шага сделаем следующее. Заметим, что если x_1, x_2 – действительные корни, то одновременное выполнение (!) и $x_1 + x_2 \neq 0$ невозможно из-за монотонности куба.

Если x_1, x_2 не действительные, то они сопряжены, тогда их кубы – тоже. Если сумма двух сопряженных чисел равна нулю, то их аргументы имеют вид $\frac{\pi}{2} + \pi k$, то есть до возведения в куб аргумент имел вид $\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{2} + \pi k\right)$, или эквивалентно $\frac{m\pi}{6} + n\pi$, где $m \in \{1, 3, 5\}$. Обозначив аргумент через r имеем для тех случаев соответственно $2 \cos \frac{\pi}{6} r = 1$, $2 \cos \frac{\pi}{2} r = 1$, $2 \cos \frac{5\pi}{6} r = 1$. В первом случае $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$, два других невозможны поскольку аргумент – неотрицательное число. Получаем $c = x_1 x_2 = r^2 = \frac{1}{3}$.

Критерии

- Правильный ответ без доказательства – 0 баллов
- Корректно выписана система полиномиальных уравнений на c , далее утверждается, что $c = \frac{1}{3}$ является ее корнем, доказательство того, что других корней нет, отсутствует или неверно – 6 баллов
- Корректно доказано, что все возможные значения c принадлежат некоторому конечному множеству, элементы которого выписаны явно (не как корни системы уравнений), но множество содержит не только $\frac{1}{3}$, и все множество указано в качестве ответа – 9 баллов
- Верное решение за исключением случая действительных корней – 15 баллов
- Верное решение, но отсутствует проверка, что $\frac{1}{3}$ подходит (доказано только что числа, не равные $\frac{1}{3}$, не подходят) – 17 баллов.
- В случае, если в решении присутствуют оба дефекта последних двух пунктов – все равно 15 баллов.

Задание 4 (2019-20.11.4)

Решение. Точки P и Q лежат соответственно на сторонах BC и CD квадрата $ABCD$. Прямые AP и AQ пересекают BD в точках M и N соответственно, а прямые PN и QM пересекаются в точке H . Докажите, что $AH \perp PQ$ тогда и только тогда, когда точки P, Q, M, N лежат на одной окружности.

Решение. Для этой задачи мы приведем нелюбимое геометрами счетное решение, но попробуем хотя бы счет сделать эстетичным. Начнем с обозначений. Пусть длина стороны квадрата ℓ . Продлим AH до пересечения с PQ (естественно, нам же ровно про эти два отрезка надо доказать, что они перпендикулярны), точку пересечения обозначим через R . Длины отрезков BP, PR, RQ и QD обозначим через x, y, z и t соответственно.

Мы ввели переменных слегка с запасом, задумаемся, какие соотношения на них мы знаем. Во-первых, записав теорему Пифагора для треугольника PCQ имеем: $(y + z)^2 = (\ell - x)^2 + (\ell - t)^2 = 2\ell^2 - 2\ell(x + t) + x^2 + t^2$. Во-вторых, запишем теорему Чевы для треугольника APQ . Заметим, что $AP = \sqrt{\ell^2 + x^2}$, поскольку BD – биссектриса треугольника ABP , она делит AP в отношении боковых сторон, то есть $AM = \frac{\ell}{\ell + x} \sqrt{\ell^2 + x^2}$ и $MP = \frac{x}{\ell + x} \sqrt{\ell^2 + x^2}$. Аналогично $AN = \frac{\ell}{\ell + t} \sqrt{\ell^2 + t^2}$ и $NP = \frac{t}{\ell + t} \sqrt{\ell^2 + t^2}$. Таким образом, т. Чевы гласит: $|PR||QN||AM| = y \frac{t}{\ell + t} \sqrt{\ell^2 + t^2} \frac{\ell}{\ell + x} \sqrt{\ell^2 + x^2} = z \frac{\ell}{\ell + t} \sqrt{\ell^2 + t^2} \frac{x}{\ell + x} \sqrt{\ell^2 + x^2} = |RQ||NA||MP|$.

Сокращая одинаковые множители (все они не равны нулю, ибо все не меньше $\ell > 0$) получаем $yt = zx$, мы позволим себе вольность записывать это соотношение как $\frac{y}{z} = \frac{x}{t}$, поскольку все переменные положительны из картинки.

Теперь поймем, как записывается условие задачи в терминах введенных переменных. С описанностью $PQNM$ все просто: эти четыре точки лежат на одной окружности тогда и только тогда, когда $|AP| \cdot |AM| = |AQ| \cdot |AN|$, пользуясь ранее выписанными длинами имеем $(\ell^2 + x^2) \frac{\ell}{\ell+x} = (\ell^2 + t^2) \frac{\ell}{\ell+t}$ что равносильно $(x-t)(\ell^2 - (x+y)\ell - xt) = 0$.

Чуть сложнее с условием, что $AR \perp PQ$. Из него, очевидно, следует что $y^2 - z^2 = (\ell^2 + x^2)(\ell^2 + t^2) = x^2 - t^2$ (для прямоугольных треугольников APR и AQR с общим катетом разность квадратов других катетов равна разности квадратов гипотенуз). Обратное тоже верно: запишем теорему косинусов для треугольников APR и AQR и вычтем равенства. Имеем:

$$\begin{aligned} (\ell^2 + x^2) - (\ell^2 + t^2) &= \\ &= y^2 - z^2 + |AR|^2 - |AR|^2 - 2y|AR| \cos \angle PRA + 2z|AR| \cos(180^\circ - \angle PRA) \end{aligned}$$

Значит равенство $x^2 - t^2 = y^2 - z^2$ влечет $2(y+z)|AR| \cos \angle PRA = 0$, но это и означает, что скалярное произведение отрезков AR и PQ равно нулю, то есть для алгебраиста они перпендикулярны. Для геометра – что отрезки перпендикулярны или один из них равен нулю, что невозможно в условиях задачи: $|PQ| = 0$ означает, что обе точки P и Q совпали с C , но они на сторонах квадрата, а не в вершине. $|AR| = 0$ означает, что A лежит на PQ , что тоже противоречит тому, что точки взяты на сторонах, а не на их продолжениях.

Итак, в задаче требуется доказать равносильность двух систем

$$\left\{ \begin{array}{l} (y+z)^2 = 2\ell^2 - 2\ell(x+t) + x^2 + t^2 \\ \frac{y}{z} = \frac{x}{t} \\ (x-t)(\ell^2 - (x+y)\ell - xt) = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (y+z)^2 = 2\ell^2 - 2\ell(x+t) + x^2 + t^2 \\ \frac{y}{z} = \frac{x}{t} \\ y^2 - z^2 = x^2 - t^2 \end{array} \right.$$

Этим и займемся, благо из трех уравнений два совпадают, надо что-то сделать с третьим. Левое оставим как есть, преобразуем правое.

Представим себе, что про переменные y и z нам сообщена их сумма и отношение: $y+z = a$ и $\frac{y}{z} = b$, как выразить $y^2 - z^2$ через a, b ? Очевидно, $z = a \frac{1}{b+1}$, $y = a \frac{b}{b+1}$, $y-z = a \frac{b-1}{b+1}$, $y^2 - z^2 = (y+z)(y-z) = a^2 \frac{b-1}{b+1}$. Подставив a^2 и b из первого и второго уравнения системы соответственно, видим, что третье уравнение переписалось в виде $(2\ell^2 - 2\ell(x+t) + x^2 + t^2) \frac{b-1}{b+1} = x^2 - t^2$, после преобразований получаем $(x-t)(2\ell^2 - 2(x+y)\ell - 2xt) = 0$ – то есть то же, что и в левой системе, с точностью до домножения на константу. Итак, системы действительно равносильны – задача решена.

Комментарий. То, что третье уравнение оказывается приводимым означает, что есть два разных случая, когда точки P, Q, M, N лежат на одной окружности. Один (очевидный) – когда $x = t$, и картинка симметрична. Другой – когда $\ell^2 - (x+y)\ell - xt$, в более геометрических терминах: когда PQ виден из точки A под углом 45° .

Критерии

- Доказано, что если $\angle PAQ = 45^\circ$, то точки P, Q, M, N лежат на одной окружности – 8 баллов

- Доказано в одну сторону при том, что обращение рассуждений не тривиально – 20 баллов

Задание 5 (2019-20.11.5)

См. решение и критерии 9–10 классов, задание 5 (2019-20.9-10.5).

Задание 6 (2019-20.11.6)

Решение. Объем тетраэдра с ребром 8 есть $\frac{128\sqrt{2}}{3}$, поскольку этот тетраэдр получается если взять не соединенные ребром вершины куба с ребром $4\sqrt{2}$. Заметим, что $\frac{128\sqrt{2}}{3} < 64$, значит если удастся тетраэдр разрезать на 64 тетраэдра с вершинами в отмеченных точках, то один из тетраэдров разбиения будет иметь объем меньше 1.

Докажем, что если внутри тетраэдра выбраны k точек, так что если добавить к ним 4 вершины тетраэдра, то среди полученных $k + 4$ точек никакие 4 не лежат в одной плоскости, тогда тетраэдр можно разрезать на $3k + 1$ тетраэдр с вершинами в выбранных точках.

Индукция по k . При $k = 0$ считаем, что тетраэдр разбит на один тетраэдр – самого себя. Пусть для k доказано, докажем для $k + 1$. Возьмем любые k из внутренних точек, по предположению индукции разобьем тетраэдр. Теперь добавим последнюю точку, и посмотрим, внутрь какого тетраэдра разбиения она попала. Этот тетраэдр разобьем на четыре, каждый из которых образован новой точкой и гранью разбиваемого тетраэдра. Разбитый тетраэдр заменим в разбиении четырьмя новыми, число тетраэдров в разбиении выросло на 3 (4 добавили, 1 убрали).

Итак, при $k = 21$ имеем разбиение на 64 тетраэдра, что и требовалось.

Критерии

- Идея разбивать на непересекающиеся тетраэдры и пользоваться принципом Дирихле, но отсутствует реализация (например, в корне неправильное число тетраэдров в разбиении, не 64 или 63, либо не доказано, почему можно разбить на столько тетраэдров, либо объем тетраэдра не посчитан или посчитан неверно, что не позволяет довести решение) – 12 баллов

- Вычислительная ошибка, не влияющая на общий план решения при безупречной канве решения – 27 баллов

Задание 7 (2019-20.11.7)

См. решение и критерии 9–10 классов, задание 7 (2019-20.9-10.7).

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»**

7 класс

Задание 1 (2020-21.7.1)

Ответ: да.

Решение. Взять из коробки «смешанные»: Красный \Rightarrow в коробке обозначенной «смешанные» – красные (потому что красные есть, но не смешанные), \Rightarrow в коробке «белые» – смешанные (потому что не белые и не красные) \Rightarrow в коробке «красные» – белые.

Критерии

- Неочевидное и непонятное следствие вида “в «смешанные» красный \Rightarrow в «красных» белые” – 11 баллов

Задание 2 (2020-21.7.2)

Решение. В зависимости от порядка операций, из x можно получить $2x + 2$, $2x + 3$ и $2x + 4$.

При $x > 0$ число $2x + 4$ не может быть на 60% больше, чем $2x + 3$ (так как 1 меньше 60% от $2x + 3$). Аналогично, $2x + 3$ не может быть на 60% больше, чем $2x + 2$. Итак, первое число это $2x + 4$, а второе – $2x + 2$.

То есть нам надо доказать следствие $2x + 4 > 1,6 \cdot (2x + 2) \Rightarrow 2x + 3 > 1,3(2x + 2)$ (для положительных x , что не окажется важным). Но оба неравенства равносильны $x < \frac{2}{3}$, значит из каждого следует другое.

Критерии

- Не разобран случай с другим соответствием чисел и школьников – 11 баллов
- Получена оценка $x < \frac{2}{3}$ – не меньше 8 баллов
- Доказано, как числа сопоставляются школьникам – 6 баллов

Задание 3 (2020-21.7.3)

Ответ: $(45^\circ, 45^\circ), (18^\circ, 72^\circ), \left(\frac{270^\circ}{7}, \frac{360^\circ}{7}\right)$.

Решение. Случай 1: проведены биссектрисы двух острых углов. Пусть биссектриса угла EOL пересекает катет MK в точке T , катет ML в точке S , обозначим $\angle EKM = \alpha$. Тогда $\angle KOF = 45^\circ \Rightarrow \angle STM = \alpha + 22,5^\circ, \angle TSM = 67,5^\circ - \alpha$. Отсекается треугольник STM , в котором есть прямой угол \Rightarrow если он равнобедренный, $\angle STM = \angle TSM \Rightarrow \alpha + 22,5^\circ = 67,5^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 22,5^\circ \Rightarrow$ искомые углы $(45^\circ, 45^\circ)$.

Случай 2: проведена биссектриса острого угла L и прямого угла K . Пусть биссектриса угла EOL пересекает катет KM в точке S , катет LM в точке T и $\angle KLO = \alpha$. Тогда $\angle EOL = 45^\circ + \alpha, \angle ETO = 22,5^\circ + \frac{3\alpha}{2} \Rightarrow \angle TSM = 67,5^\circ + \frac{\alpha}{2}$.

Итак, углы отсечённого треугольника STM составляют $22,5^\circ + \frac{3\alpha}{2}$, $67,5^\circ + \frac{\alpha}{2}$ и $90^\circ + 2\alpha$. Среди них есть два одинаковых. Углы $22,5^\circ + \frac{3\alpha}{2}$ и $67,5^\circ + \frac{\alpha}{2}$ не могут быть равны. Два других равенства приводят к $\alpha = 9^\circ$ и $\alpha = \frac{135^\circ}{7}$, то есть к ответам $(18^\circ, 72^\circ)$ и $\left(\frac{270^\circ}{7}, \frac{360^\circ}{7}\right)$.

Критерии

Для решения задачи надо разобрать 4 подслучая (один в первом случае и 3 во втором). Если правильно разобран(ы):

- один – 6 баллов
- два – 8 баллов
- три – 11 баллов

Задание 4 (2020-21.7.4)

Ответ: 432.

Решение. Красим 5 и 7 (9 вариантов). Красим 2, 4, 8 ($3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ вариантов). Осталось покрасить 3, 6 и 9. Красим 3. Если 3 и 2 одного цвета – по 2 способа на 6 и 9. Если разных – два способа выбрать цвет 3, затем однозначно 6 и 2 способа на 9. Итого $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 8$ способов на 3, 6, 9 и $9 \cdot 6 \cdot 8$ способов всего.

Критерии

- Правильно посчитано количество способов покрасить 2, 3, 6 – 8 баллов
- Неправильно посчитано только количество способов 2, 3, 6 (например, всегда красим 2 и 3 разными цветами) – не более 6 баллов

Задание 5 (2020-21.7.5)

Ответ: (2, 2, 2, 2), (1, 2, 3, 5), (2, 1, 3, 5), (1, 2, 5, 3), (2, 1, 5, 3), (3, 5, 1, 2), (5, 3, 1, 2), (3, 5, 2, 1), (5, 3, 2, 1).

Решение.

$$\begin{cases} 0 = cd - a - b \\ 0 = ab - c - d \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a - 1)(b - 1) + (c - 1)(d - 1) = (cd - a - b) + (ab - c - d) + 2 = 2$$

Каждое из $(a - 1)(b - 1)$ и $(c - 1)(d - 1)$ – целое неотрицательное число. Если это 1 и 1 $\Rightarrow (a, b, c, d) = (2, 2, 2, 2)$. Если 0 и 2 $\Rightarrow \{c, d\} = \{2, 3\}, \{a, b\} = \{1, x\}$ и $a + b = cd = 6$, откуда $x = 5$.

2 и 0 дадут перестановку значений переменных. Осталось проверить, что все найденные подходят (переходы были следствиями, не равносильностями!).

Критерии

Не снижаем за потерю части случаев с перестановками 1, 2, 3, 5. Считаем очевидными утверждения вида $a + b < ab$ при $a, b > 3$.

- Сведено к обозримому количеству случаев (например, доказано, что все числа меньше 6) – 8 баллов
- Получено равенство $(a - 1)(b - 1) + (c - 1)(d - 1) = (cd - a - b) + (ab - c - d) + 2 = 2$ или аналогичное – 8 баллов
- Нет проверки ответа (и односторонние следствия в решении) – 13 баллов

Задание 6 (2020-21.7.6)

Ответ: 27.

Решение. Назовем нижнюю левую клетку $(1, 1)$. Пример на 27 черных клеток: покрашены в черный цвет все клетки (a, b) , такие что $(a - b)$ делится на 3. Рассмотрим квадрат 9×9 без клеток $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$. Получившуюся фигуру можно замостить тринадцатью прямоугольниками 2×3 в которых будет 26 черных клеток. Ясно, что выброшенные клетки $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ не могут быть все черные, так как они содержатся в прямоугольнике 2×3 . Предположим, что среди клеток $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ нет черных клеток (то есть всего черных клеток 26). Квадрат без клеток $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$ тоже можно замостить 13 прямоугольниками 2×3 , поэтому среди $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$ тоже нет черных клеток. Значит, чтобы каждый из двух прямоугольников 2×3 с угловой клеткой $(1, 1)$ имел 2 черные, все три клетки $(2, 2), (2, 3), (3, 2)$ должны быть черными. Но это невозможно, поскольку они накрываются одним прямоугольником 2×3 .

Теперь предположим, что среди клеток $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ две черные. Тогда всего в квадрате 9×9 всего 28 черных клеток. Следуя ранее приведенному аргументу, получим, что в каждой из полосок $(1, 1), (2, 1), (3, 1), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (1, 3), (2, 3), (3, 3)$ также по две черные клетки. Среди клеток $(2, 1), (2, 2), (2, 3)$ все белые, так как эта полоска вместе с полоской $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$ составляет прямоугольник 2×3 , в котором всего 2 черные клетки. То же самое верно про тройки клеток $(4, 1), (4, 2), (4, 3)$ и $(1, 2), (2, 2), (3, 2)$, то есть клетки покрашены, как на рисунке, в которой опять же можно найти прямоугольник 2×3

с пятью белыми клетками, что приводит к противоречию.

б	б	б
ч	б	ч
б	б	б
ч	б	ч

Критерии

- Только правильный ответ и пример – 8 баллов
- Правильно доказано, что не может быть двух чёрных клеток рядом – 13 баллов
- Доказано, что если раскраска, удовлетворяющая условию, существует, то в ней 27 черных клеток, но не доказано существование (не приведен пример) – 17 баллов

8 класс

Задание 1 (2020-21.8.1)

Ответ: нет.

Решение. Обозначим исходную дробь $\frac{a}{b}$, а прибавленное число n . Имеем:

$$\begin{cases} \frac{a+n}{b+n} > \frac{3a}{2b} \\ \frac{a-n}{b-n} > \frac{3a}{2b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2ab + 2nb > 3ab + 3an \\ 2ab - 2nb > ab - an \end{cases} \Rightarrow 4ab > 4ab + 2an$$

что невозможно.

Критерии

- Домножение неравенства на число, о знаке которого ничего не сказано – не более 6 баллов

Задание 2 (2020-21.8.2)

Ответ: любому натуральному числу большему 1.

Решение. Пусть синих m , красных n (и $m > n$). Вероятность вынуть два шарика разного цвета есть $\frac{m}{m+n} \cdot \frac{n}{m+n-1} + \frac{n}{m+n} \cdot \frac{m}{m+n-1} = \frac{2mn}{(m+n)(m+n-1)}$; эта вероятность равна $\frac{1}{2}$, поскольку вытащив два шара мы получим или два одинаковых или два разных (третьего не дано, и ни один исход не может быть одновременно первого и второго типа – да, решения пишут зануды). Имеем: $4mn = (m+n)(m+n-1) \Leftrightarrow (m-n)^2 = m+n$.

Обозначив $m-n = a$ имеем $m = \frac{a^2+a}{2}$, $n = \frac{a^2-a}{2}$. Значение $a = 1$ не подходит (по условию $n > 0$), при всех остальных m и n натуральные, как и требовалось, поскольку a^2 и a имеют одинаковую четность.

Критерии

- Основное уравнение написано без каких-либо пояснений – 11 баллов
- Выписаны формулы, выражающие m и n через $m-n$, автор не проверяет положительность или целостность – 11 баллов если забыты оба условия, 13 если только одно
- Попытка выразить все через разность, не доведенная до конца (например, через $m-n$ выразили только $m+n$) – не более 8 баллов

Задание 3 (2020-21.8.3)

Решение. Обозначим числа из условия a_1, \dots, a_{2020} .

Вместо “ a делится на b ” достаточно $a \geq b$, то есть $a_n \geq a_{n+5}$ и $a_n \leq a_{n+8}$. В самом деле, при $n < 1995$ имеем $a_n \geq a_{n+5 \cdot 5 = n+25} \geq a_{n+25-3 \cdot 8} = a_{n+1}$. Аналогично, $a_n \leq a_{n+2 \cdot 8 = n+16} \leq a_{n+16- \cdot 5} = a_{n+1}$, то есть $a_n = a_{n+1}$. Мы не воспользовались этими соображениями для n близких к максимуму диапазона индексов, потому что для них $n+25$ может оказаться больше 2020. Но не беда, для больших n придумаем такое же рассуждение, но с “заходом в другую сторону”: $a_n \geq a_{n-3 \cdot 8 = n-24} \geq a_{n-24- \cdot 5} = a_{n+1}$ и $a_n \leq a_{n-3 \cdot 5 = n-15} \leq a_{n-15+2 \cdot 8} = a_{n+1}$.

Итак, все числа равны, а значит сумма первых ста делится на сумму последних ста (так как равна ей).

Критерии

- Числа 5 и 8 в условии заменены на какие-то другие, для которых задача успешно решена – не более 8 баллов
- В решении не замечено, что индекс $k = n + 25$ может выйти за границы, для которых a_k определено – 11 баллов

Задание 4 (2020-21.8.4)

См. решение и критерии 7 класса, задание 5 (2020-21.7.5).

Задание 5 (2020-21.8.5)

Ответ: 20°

Решение. Поскольку $AB = AD$ имеем $\angle ADB = \angle ABD = 80^\circ$, а поскольку $AD = DC$, имеем $\angle DAC = \angle CDA = 40^\circ$. Поэтому $\angle BAE = 60^\circ$, следовательно, треугольник ABE – правильный. Тогда, обозначив через X точку пересечения AD и BE имеем $\angle BXD = \angle BAX + \angle ABX = 80^\circ = \angle BDX$, то есть $BX = BD$. Из этого следует, что треугольники ABX и EAF равны по двум сторонам и углу между ними. Таким образом, $\angle AEF = \angle BAX = 20^\circ$.

Критерии

- Найден и доказан равносторонний треугольник – не меньше 6 баллов

Задание 6 (2020-21.8.6)

Ответ: 202 в обоих пунктах.

Решение. Пункт а). Цветов не может быть больше 202, иначе есть цвет, в который покрашен только один дом, тогда домов этого цвета ни в каком отрезке не может быть строго больше, чем любого другого. Покажем, как построить пример на 202 цвета, то есть чтобы для каждого цвета в него было покрашено ровно два дома, притом существовал бы отрезок, в который эта пара одноцветных попадает, а любая другая — нет.

Назовем 198-блоком следующую конструкцию: подряд стоят 198 домов, пары домов на расстоянии 99 (т. е. такие, между которыми ровно 98 других домов) покрасим в один цвет, и больше в цвет этой пары не будем красить другие дома (не только в этом блоке, но и вообще из участвующих домов); 2-блоком назовем стоящие подряд два дома, покрашенные в уникальный цвет. Тогда 404 дома можно раскрасить так: 2-блок, 198-блок, 2-блок, 2-блок, 198-блок, 2-блок.

Осталось показать, что этот пример верный. В самом деле, у любого 2-блока есть соседний 198-блок, а значит, можно взять 100 домов подряд, у которых 2-блок является крайним, а все остальные цвета встречаются по одному разу. Для цветов 198-блока можно взять 100 домов, содержащих оба дома цвета i . Тогда домов этого цвета будет два, а все остальные цвета будут встречаться на этом отрезке по одному разу.

Пункт б). Этот же пример позволяет реализовать 202 цвета на 406 домах: в конец добавим еще два дома, цвет которых совпадает с последним 2-блоком.

Оценка. Понятно, что в каждый цвет должно быть покрашено хотя бы два дома, значит, ответ для $n = 406$ не больше 203. Если для $n = 406$ ответ 203, то в каждый цвет покрашено ровно два дома. Занумеруем цвета в порядке их появления слева направо, и пусть дома i -го цвета имеют номера a_i и b_i , причем $a_i < b_i$. По определению $1 = a_1 < a_2 < \dots < a_{203}$. Докажем, что $b_1 < b_2 < \dots < b_{203} = 406$. Предположим противное, т. е. пусть для каких-то $i < j$ оказалось $b_j < b_i$. Вспомнив, что $a_j < b_j$ и

$a_i < a_j$, получаем, что $a_i < a_j < b_j < b_i$, то есть любой отрезок, содержащий a_i, b_i , также содержит a_j, b_j , то есть нет отрезка, на котором домов i -го цвета больше всего. Противоречие.

Заметим, что должны выполняться еще два неравенства: $b_i - a_i \leq 99$ (иначе нет отрезка из 100 домов, в который попали оба дома из пары a_i, b_i) и $b_{i+1} - a_{i-1} \geq 101$ (иначе каждый отрезок, содержащий a_i, b_i , также содержит a_{i-1}, b_{i-1} или a_{i+1}, b_{i+1}).

Все готово для решения. Среди первых 100 номеров домов есть ровно один номер из множества $\{b_i\}$, это b_1 : иначе, если там есть и b_2 , среди домов от 1 до 100 есть два дома второго цвета, тогда для первого цвета нет отрезка, в котором его больше чем любого другого (поскольку только отрезок $[1, 100]$ содержит два дома первого цвета, но он содержит и два дома второго). Значит, среди первых 100 домов ровно 99 имеют номера из множества $\{a_i\}$. Тогда среди 99 номеров от 101 до 199 должны присутствовать 98 чисел из множества $\{b_i\}$, следовательно, из множества $\{a_i\}$ там может быть максимум один номер — a_{100} . Мы доказали, что $a_{101} \geq 200$. Повторив то же самое рассуждение с другого конца, получим, что $b_{103} \leq 207$. Но это противоречит неравенству $b_{103} - a_{101} \geq 101$: мы не сможем найти отрезок из 100 домов для $i = 102$.

Критерии оценивания пункта а)

- Оценка без примера – 1 балл
- Продвижение в направлении примера: придуманы блоки – 2 балла, может складываться с предыдущим пунктом
- Только пример, оценки нет – 7 баллов
- Пример без объяснения, почему он работает – 7 баллов
- Оба предыдущих пункта – все равно 7 баллов

Критерии оценивания пункта б)

Пример не оценивается – за него участник уже получил баллы в пункте а).

- Серьёзные ошибки или плохие доказательства в рассуждениях до центральных домов (включая центральные количества, отличные от 8), есть замечание или попытка вывести противоречие из трёх пар в центральной группе – 10 баллов
- Не объяснено или плохо доказано противоречие для 8 домов и 3 цветов, остальное верно – 15 баллов

9–10 классы

Задание 1 (2020-21.9-10.1)

Ответ: $a_k = k^2$.

Общее начало двух решений: $(k + \frac{1}{2})^2 = k^2 + k + \frac{1}{4}$. Значит, $n \leq k^2 + k$ равносильно тому, что $\langle \sqrt{n} \rangle \leq k$, а $n \geq k^2 + k + 1$ равносильно тому, что $\langle \sqrt{n} \rangle \geq k + 1$. Значит, $\langle \sqrt{n+1} \rangle - \langle \sqrt{n} \rangle = 1$ равносильно тому, что n представляется в виде $k^2 + k$.

Решение 1

Следовательно, $b_{n+1} - b_n = n + 1 + \langle \sqrt{n+1} \rangle - n - \langle \sqrt{n} \rangle = 2$ равносильно тому, что n представляется в виде $k^2 + k$, в иных случаях $b_{n+1} - b_n = n + 1 + \langle \sqrt{n+1} \rangle - n - \langle \sqrt{n} \rangle = 1$.

Значит, верно, что если число a не встречается в последовательности, то существует такое i , что $b_i = a - 1$, а $b_{i+1} = a + 1$. Но мы знаем, что в этом случае $b_i = k^2 + k + k = (k + 1)^2 - 1$, а $b_{i+1} = k^2 + k + 1 + k + 1 = (k + 1)^2 + 1$. Следовательно, каждое такое a_i представляется в виде $(k + 1)^2$.

Решение 2

Докажем, что любое число вида k^2 не встречается в последовательности b_i . Для единицы это очевидно, так как $b_1 = 2$.

Теперь пусть число представляется в виде $(k + 1)^2$. Тогда если $i \leq k^2 + k$, то $b_k \leq k^2 + k + k < (k + 1)^2$, а если $i \geq k^2 + k + 1$, то $b_k \geq k^2 + k + 1 + k + 1 > (k + 1)^2$.

Теперь докажем, что все остальные числа встречаются в последовательности b_i . Пусть число x лежит в интервале $(k^2, (k + 1)^2)$. Тогда $b_{x-k} = x - k + \langle x - k \rangle = x - k + k = x$.

Критерии

- Верный ответ без основания – 2 балла
- Доказано, что квадраты получить невозможно, но не доказано, что все остальные числа получить можно – 7 баллов
- Незначительные ошибки, не влияющие на ход решения – 14 баллов

Задание 2 (2020-21.9-10.2)

Ответ: $(\frac{2}{3})^{2020}$.

Решение. Будем доказывать индукцией по n следующие два утверждения.

(1) Вероятность того, что $x_n \in [0, 2]$, равна $(\frac{2}{3})^{n-1}$.

(2) Вероятность того, что x_n попадет в заданный интервал на отрезке $[0, 2]$, пропорциональна его длине.

База индукции следует из условия задачи. Пусть (1) и (2) выполнены для $n = k$. По условию $x_{k+1} = f(x_k)$, где $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ определяется по формуле $f(x) = 3|x - 1| - 1$. Заметим, что прообраз отрезка $[0, 2]$ при отображении f есть объединение отрезков $[0, \frac{2}{3}]$ и $[1\frac{1}{3}, 2]$. Таким образом, вероятность того, что $x_{k+1} \in [0, 2]$, равна вероятности того, что $x_k \in [0, \frac{2}{3}] \cup [1\frac{1}{3}, 2]$. Суммарная длина отрезков $[0, \frac{2}{3}]$ и $[1\frac{1}{3}, 2]$ составляет 2 от длины отрезка $[0, 2]$. Поэтому из утверждений (1) и (2) для $n = k$ следует, что искомая вероятность равна

$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^k$. Утверждение (1) для $n = k + 1$ доказано. Теперь заметим, что функции $f|_{[0, \frac{2}{3}]}$ и $f|_{[1\frac{1}{3}, 2]}$ являются линейными, и их образы совпадают с отрезком $[0, 2]$. Таким образом, утверждение (2) для $n = k + 1$ следует из аналогичного утверждения для $n = k$. Переход индукции доказан.

Критерии

- Доказательство того, что если точка попала в промежуток $(\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$, то дальше точки в нужный отрезок не попадают – 2 балла
- Без основания утверждается, что x_{2021-i} должно лежать в i -ой итерации множества Кантора – 6 баллов
- Утверждение (2) используется, но явно не формулируется (и не доказывается) – 11 баллов
- Утверждение (2) сформулировано, но не доказано – 15 баллов

Задание 3 (2020-21.9-10.3)

См. решение и критерии 8 класса, задание 6 (2020-21.8.6).

Задание 4 (2020-21.9-10.4)

Решение 1: Четырёхугольник $BADQ$ вписан, поэтому $\angle BAD + \angle PQD = 180^\circ$. Из параллельности AB и MP следует, что $\angle BAD = \angle PMD$. Таким образом, $\angle PMD + \angle PQD = 180^\circ$. Следовательно, четырёхугольник $PMDQ$ является вписанным.

Четырёхугольник $BCQD$ тоже вписан, поэтому $\angle BCD = \angle PQD$. Из параллельности BC и PN следует, что $\angle BCD = \angle PND$. Таким образом, $\angle PND = \angle PQD$. Следовательно, четырёхугольник $PNQD$ тоже является вписанным.

Из вписанности четырёхугольников $PMDQ$ и $PNQD$ следует, что точки P, M, N, Q, D лежат на одной окружности.

Решение 2: Четырёхугольник $BCDQ$ вписанный, поэтому прямые QD и BC антипараллельны относительно пары прямых BQ и CD . По условию $BC \parallel NP$, следовательно, прямая QD антипараллельна NP относительно той же пары прямых. Таким образом, четырёхугольник $PNDQ$ является вписанным.

Аналогично доказывается, что $PMDQ$ вписанный. Таким образом, точки P, M, N, Q, D лежат на одной окружности.

Критерии

- Только доказательство того, что $MPND$ вписанный – 0 баллов.

Задание 5 (2020-21.9-10.5)

Решение. Сначала проверим по индукции, что $q_k \leq 9$ для всех k . Неравенство $q_1 \leq 9$ следует из того, что $n \leq 2019$. Пусть $q_i \leq 9$ для некоторого i . Так как $r_i \leq 201$, то $\overline{r_i q_i} \leq 2019$. Из этого следует, что $q_{i+1} \leq 9$. Переход индукции доказан.

Таким образом, условие можно переписать в виде

$$n = 202q_1 + r_1, \quad (1)$$

$$10r_i + q_i = 202q_{i+1} + r_{i+1} \text{ для всех } i \in \mathbb{N}. \quad (2)$$

Искомое равенство $\overline{0, q_1 q_2 q_3 \dots} = \frac{n}{2019}$ равносильно тому, что для любого k выполнены неравенства

$$0 \leq \frac{n}{2019} - \overline{0, q_1 q_2 \dots q_k} \leq 10^{-k}. \quad (3)$$

Умножив систему неравенств (3) на $2019 \cdot 10^k$, получим

$$0 \leq 10^k n - 2019 \cdot \overline{q_1 q_2 \dots q_k} \leq 2019. \quad (4)$$

Преобразуем среднюю часть системы (4) следующим образом:

$$\begin{aligned} 10^k n - 2019 \cdot \overline{q_1 q_2 \dots q_k} &= 10^k n - 2020 \cdot \overline{q_1 q_2 \dots q_k} + \overline{q_1 q_2 \dots q_k} = \\ &= 10^k n - 202 \cdot 10^k q_1 - 2020 \cdot \overline{q_2 q_3 \dots q_k} + \overline{q_1 q_2 \dots q_k} = \\ &= 10^k (n - 202 q_1) - 2020 \cdot \overline{q_2 q_3 \dots q_k} + \overline{q_1 q_2 \dots q_k} = \\ &= 10^k r_1 - 2020 \cdot \overline{q_2 q_3 \dots q_k} + \overline{q_1 q_2 \dots q_k}, \end{aligned} \quad (5)$$

где последнее равенство следует из (1).

Лемма 1. Для любого $s = 1, 2, \dots, k - 1$ выполняется равенство

$$10^{k-s+1} r_s - 2020 \cdot \overline{q_{s+1} \dots q_k} + \overline{q_s \dots q_k} = 10^{k-s} r_{s+1} - 2020 \cdot \overline{q_{s+2} \dots q_k} + \overline{q_{s+1} \dots q_k}$$

Доказательство.

$$\begin{aligned} 10^{k-s+1} r_s - 2020 \cdot \overline{q_{s+1} \dots q_k} + \overline{q_s \dots q_k} &= 10^{k-s} (r_s q_s - 202 q_{s+1}) - 2020 \cdot \overline{q_{s+2} \dots q_k} + \\ &+ \overline{q_{s+1} \dots q_k} = 10^{k-s} r_{s+1} - 2020 \cdot \overline{q_{s+2} \dots q_k} + \overline{q_{s+1} \dots q_k}, \end{aligned}$$

где последнее равенство следует из (2), если положить $i = s$. \square

Применим Лемму 1 последовательно $k - 1$ раз (для $s = 1, 2, \dots, k - 1$) к правой части равенства (5). Получим цепочку равенств

$$10^k r_1 - 2020 \cdot \overline{q_2 \dots q_k} + \overline{q_1 q_2 \dots q_k} = \dots = 100 r_{k-1} - 2020 \cdot q_k \cdot \overline{q_{k-1} q_k} = 10 r_k + q_k.$$

Таким образом, (4) равносильно неравенствам $0 \leq 10 r_k + q_k \leq 2019$, которые следуют из того, что $r_k \leq 201$ и $q_k \leq 9$.

Критерии

A0 Не доказано, что $q_i < 10 - 28$ баллов

A0 Ошибки в строгости неравенств – 28 баллов

A0+A1 – все равно 28 баллов

A2 Решение через деление в столбик, и при этом ничего не написано про случай, когда в некоторый момент в частном получается 2019 (или разобран только случай, при котором $n = 2019$, и не доказано, что иначе 2019 не может появиться ни на каком шаге)

– 25 баллов

A3 Решение через деление в столбик. Доказано, что если n не равно 2019, то остаток не может быть равен 2019 ни на каком шаге. При этом случай $n = 2019$ не разобран – 28 баллов

A4 Разность $\left(\frac{n}{2019} - \overline{0, q_1 q_2 \dots q_k}\right)$ выражена через q_{k+1} и r_{k+1} , далее из этого без доказательства делается вывод об искомом равенстве (оценка вышеуказанной разности отсутствует) – 25 баллов

A0+A2 – 25 баллов

A0+A3 – 28 баллов

A0+A4 – 25 баллов

Задание 6 (2020-21.9-10.6)

Ответ: при $n = 1$.

Решение. При $n = 1$ подойдет следующая последовательность команд: сдвинуться дважды вдоль \overline{AB} , потом дважды вдоль \overline{BC} , потом дважды вдоль \overline{AB} .

Пусть $n > 1$. Разделим треугольник на 9 маленьких треугольников прямыми, каждая из которых параллельна одной из сторон треугольника и делит две другие в отношении 2:1. Назовем точки на этих прямых опасными.

Разобьем все команды на серии одинаковых. Если в серии 1 команда, то робот может ее проигнорировать, так что можно считать, что таких серий не было.

Решение 1. Утверждение: Выполняя текущую серию, робот может сделать так, чтобы не попасть на опасную прямую, сонаправленную следующей серии. Докажем это по индукции.

База индукции очевидна.

Переход: по предположению индукции робот сейчас стоит не на опасной прямой, сонаправленной текущей серии команд. Поскольку серия состоит из как минимум двух команд, некоторые из которых робот может проигнорировать, в общем случае у него есть как минимум две возможные позиции, в которые он может попасть после выполнения текущей серии. Расстояние между соседними возможными позициями робота равно одному его шагу, то есть 1 метру. Значит, хотя бы одна из этих позиций не лежит на опасной прямой, сонаправленной следующей серии, так как расстояние между ними равно n .

Возможен случай, что у робота есть только одна возможная позиция, в которую он может попасть при выполнении текущей серии команд: если после первого же шага в нужном направлении он окажется на границе треугольника. Но эта позиция, очевидно, является безопасной, так как по предположению индукции робот сейчас сдвигается не вдоль опасной прямой. Следовательно, переход доказан.

Поскольку робот может сделать так, чтобы ни в какой момент времени не сдвигаться вдоль опасной прямой, мы не сможем заставить его наехать на мину.

Решение 2. Позволим роботу размножаться: из каждого существовавшего на каком-то ходе робота будут получаться роботы во всех позициях, в которых робот может быть сейчас. Будем рассматривать множества позиций, занятых роботами после серии команд двигаться в одном направлении, далее будем называть их просто Множествами Позиций. Назовем точку мертвой, если в ней пересекаются две проведенные прямые, полуживой, если она принадлежит ровно одной проведенной прямой, и живой в остальных случаях.

Докажем индукцией по числу серий команд, что множество позиций всегда содержит или одну живую точку, или две полуживые, принадлежащие прямым разных направлений. Это очевидно. И это означает, что робота нельзя гарантированно загнать на мину.

Критерии

A0 Разобран случай $n = 1$ – 3 балла

A1 Считается, что робот видимый – 0 баллов

A2 Идея избегания 6 прямых – 12 баллов, складывается с A0, но не с A3

Задание 7 (2020-21.9-10.7)

Ответ: $(749, 500\sqrt{3} + 1]$

См. решение 11 класса, задание 6 (2020-21.11.6).

Критерии

- Доказано только, что в результате применения операции точка, не лежавшая в круге, становится ближе к центру – 0 баллов. Комментарий: после довательность $x_n = 2 + \frac{1}{n}$ убывает, отсюда не следует что она становится меньше 1.

A1 Плоскость разделена на 6 зон прямыми, проходящими через точку O. Показано, что композиция двух шагов является параллельным переносом на удвоенную сторону треугольника, причем выбор стороны зависит от зоны, где находилась точка – 5 баллов

A2 Найдено самое дальнее расстояние – 5 баллов, складывается с баллами за A1

11 класс

Задание 1 (2020-21.11.1)

Решение. Немного рассуждений, избыточных для решения этой задачи

Покажем индукцией по i , что m_i – это наименьшее натуральное число n_i , для которого $n_i\alpha \geq i$. База: для удобства будем считать 0 натуральным числом, и все последовательности тоже начинать с нулевого члена. Тогда, во-первых, $m_0 = 0$ поскольку $\{0\alpha\} = 0 < \alpha$, и 0 – первое натуральное число с таким свойством, поскольку оно просто первое. С другой стороны, $n_0 = 0$ поскольку $n_0\alpha \geq 0$ и опять же, 0 – первое натуральное число с этим свойством. Итак, $m_0 = n_0$.

Переход. Пусть $m_i = n_i$. Тогда для всех натуральных чисел k из отрезка $[n_i + 1, n_{i+1} - 1]$ имеем $\{k\alpha\} = i$ из определения n_{i+1} . Но тогда $\{n_i\alpha\} = \{n_i\alpha\} + (k - n_i)\alpha \geq \alpha$. С другой стороны, $n_{i+1}\alpha = (n_{i+1} - 1)\alpha + \alpha < i + 1 + \alpha$, то есть $\{n_{i+1}\alpha\} < \alpha$. Итак, $m_{i+1} = n_{i+1}$.

Пункт а). Из приведенных выше рассуждений следует система неравенств (самая левая)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2020} > \alpha \geq \frac{1}{2021} \\ \frac{2}{4040} > \alpha \geq \frac{2}{4041} \\ \frac{3}{6061} > \alpha \geq \frac{3}{6062} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2020 < \frac{1}{\alpha} \leq 2021 \\ 2020 < \frac{1}{\alpha} \leq 2020 \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2020 \frac{1}{3} < \frac{1}{\alpha} \leq 2020 \frac{1}{2} \\ 2020 \frac{1}{3} < \frac{1}{\alpha} \leq 2020 \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

Преобразуем как написано выше, благо все числа положительны. Имеем, что условие выполняется для любого α , такого что $\frac{1}{\alpha}$ лежит в полуинтервале $(2020 \frac{1}{3}; 2020 \frac{1}{2}]$.

Отметим, что для решения задачи не обязательно описывать множество всех таких α (как сделано выше), достаточно указать одно, например, $\frac{2}{4041}$, и доказать, что оно подходит.

Пункт б) Действуя аналогично, имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2020} > \alpha \geq \frac{1}{2021} \\ \frac{2}{4041} > \alpha \geq \frac{2}{4042} \\ \frac{3}{6061} > \alpha \geq \frac{3}{6062} \\ \frac{4}{8081} > \alpha \geq \frac{4}{8082} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2020 < \frac{1}{\alpha} \leq 2021 \\ 2020 \frac{1}{2} < \frac{1}{\alpha} \leq 2021 \\ 2020 \frac{1}{3} < \frac{1}{\alpha} \leq 2020 \frac{2}{3} \\ 2020 \frac{1}{4} < \frac{1}{\alpha} \leq 2020 \frac{1}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow 2020 \frac{1}{2} < \frac{1}{\alpha} \leq 2020 \frac{1}{2}$$

Приходим к противоречию, что $2020 \frac{1}{2} < 2020 \frac{1}{2}$, что доказывает, что такого α не существует.

Критерии

- Ответы без доказательства – 0 баллов

A1 В п. а) верно указан промежуток, которому должно принадлежать α – 2 балла

A2 Без доказательства выписаны начальные системы неравенств из вышеприведенного решения – 3 балла в а), 4 балла в б). (баллы за A2 включает A1 и не складываются с ними)

- Множественная путаница знаков (в другую сторону или строгие/нестрогие), не приведшие к неверному ответу – 1 балл к номиналу.

B1 Сформулировано, но не доказано утверждение, что m_i – минимальное число, для которого $m_i\alpha \geq i$ – 2 и 3 балла соответственно. Баллы за критерии серии B не складываются с баллами серии A – это путь второго решения.

B2 Сформулировано и доказано утверждение из B1, (но непостижимым образом задача после этого не решена) – 4 и 6 баллов соответственно.

C Из-за путаницы со строгими знаками “доказано”, что есть единственное значение α в пункте б), при верной общей логике решения – 5 баллов

Задание 2 (2020-21.11.2)

Решение. Будем называть последовательность, удовлетворяющую условию задачи ПУУЗ.

Первое решение. Заметим, что следующая операция из ПУУЗ делает ПУУЗ: из последовательности выкидываем первый член, а все остальные делим на 2. В самом деле, все члены остались плюс или минус степенями двойки, и положительных все еще бесконечно. Назовем эту операцию *сокращением*.

Докажем по индукции утверждение: любое натуральное n для любой ПУУЗ представляется в виде суммы некоторые ее различных членов.

База. Докажем, что в таком виде представляется 1. В самом деле, у любой ПУУЗ есть положительные члены, пусть первый из них 2^k . Тогда заметим, что $(-2^0) + (-2^1) + \dots + (-2^{k-1}) + 2^k = 1$.

Переход. Пусть утверждение доказано для всех натуральных чисел, меньших n . Рассмотрим $n \geq 2$ и ПУУЗ A . Если n четное – представим $\frac{n}{2}$ в виде суммы нескольких различных членов сокращения A , этому представлению соответствует представление n в виде суммы различных членов A . Если n нечетное – вычтем из него первый член A , (который равен 1 или -1) и результат поделим пополам. Мы получили одно из чисел $\frac{n+1}{2}$, оно натуральное и строго меньше n , значит для него уже доказано, что оно представляется в виде суммы различных членов произвольной ПУУЗ, в частности – сокращения A . Снова строим соответствующее представление n в виде суммы различных членов A .

Второе решение. Зафиксируем произвольную ПУУЗ a_0, a_1, a_2, \dots . Докажем более сильное утверждение:

Лемма 1. Для произвольного натурального или нулевого k множество целых чисел, представимых в виде суммы некоторых различных членов последовательности, выбранных из первых k , есть отрезок длины 2^k .

Замечание. Как всегда, когда речь идет о подмножествах множества целых чисел, длиной отрезка мы называем число целых чисел на нем, а не его геометрическую длину. Так, отрезок $\{9, 10, 11, 12\}$ имеет длину 4, а не 3. Так же, как всегда, будем считать, что сумма пустого множества слагаемых равна нулю.

Докажем Лемму 1 по индукции. База: для $k = 0$ утверждение верно, поскольку представим только 0, одно целое число — это отрезок длины $1 = 2^0$. Переход. Пусть утверждение доказано для некоторого k , то есть числа, представимые ввиду суммы различных членов последовательности a_0, a_1, \dots, a_{k-1} образуют отрезок $[n, n + 2^k - 1]$. Рассмотрим все числа, представимые как суммы различных членов, выбранных из a_0, \dots, a_k . Заметим, что любое представление или не включает a_k , и тогда представляет какое-то число из $[n, n + 2^k - 1]$, или включает, и тогда представляет какое-то число из $[a_k + n, a_k + n + 2^k - 1]$. Вспомним что $a_k = \pm 2^k$ и посмотрим, чему равно объединение двух вышеозначенных отрезков в обоих случаях. Заметим, что оно – всегда отрезок (два отрезка легли в точности в стык), и его длина всегда 2^{k+1} . Переход доказан.

Выведем из доказанного утверждения задачу. По условию, положительных членов бесконечно много. Тогда мы можем выбрать k так, чтобы сумма положительных членов была больше любого наперед заданного числа N . Но для этого k в виде суммы различных

членов последовательности (из первых k) представляется и 0 (как сумма пустого множества), и сумма всех положительных членов среди первых k , а по Лемме 1 – и все числа между 0 и всеми положительными, в частности все число от 0 до N . В силу произвольности N мы доказали, что все натуральные числа представляются.

Критерии

A0 Любой процесс, конечность которого не очевидна (например, алгоритм идет по рядам в бесконечную сторону), при том, что в работе конечность не доказывается – 0 баллов

A1 Процесс, конечность которого очевидна (например, сразу выделяется конечное число кусков, в которых будут лежать все ненулевые знаки представления, далее куски только объединяются или сокращаются, но никогда не напаршиваются в бесконечную сторону), однако в описании процесса пропущен случай, разбирающийся аналогично разобранным – 10 баллов

B1 Приведено верное явное описание представления, но не доказано, что таким образом представлено именно требуемое число – 10 баллов

Комментарий: В большинстве решений, где представление строилось в результате процесса, достаточно очевидно, что, если процесс завершается, то результат представляет именно требуемое число, в решениях через явный вид это как правило не очевидно, и примерно эквивалентно по сложности доказательству того, что процесс завершается за конечное число шагов.

Задание 3 (2020-21.11.3)

Ответ: 42 в обоих пунктах.

Решение. Пункт а). Цветов не может быть больше 42, иначе есть цвет, в который покрашен только один дом, тогда домов этого цвета ни в каком отрезке не может быть строго больше, чем любого другого. Покажем пример на 42 цвета, то есть такую раскраску, что для каждого цвета в него было покрашено ровно два дома, притом существует отрезок из 20 домов, в который эта пара одноцветных попадает целиком, а любая другая – нет.

Назовем 38-блоком следующую конструкцию: подряд стоят 38 домов, пары домов на расстоянии 19 (т.е. такие, между которыми ровно 18 других домов) покрашены в один цвет, и больше этого цвета домов нет (не только в блоке но вообще из участвующих домов); 2-блоком назовем стоящие подряд два дома, покрашенные в уникальный цвет. 84 дома надо раскрасить так: 2-блок, 38-блок, два 2-блока, 38-блок, 2-блок. Осталось доказать, что эта раскраска подходит, мы оставляем это читателю в качестве упражнения (но каждый участник, который оставил это жюри в качестве несложного упражнения, *недосчитался 1 балла*).

Пункт б). Этот же пример позволяет реализовать 42 цвета на 86 домах – в конец добавим еще два дома, цвет которых совпадает с последним 2-блоком.

Оценка. Понятно, что каждого цвета должно быть хотя бы два дома, значит ответ для $n = 86$ не больше 43. Если для $n = 86$ ответ 43, то каждого цвета ровно два дома. Занумеруем цвета в порядке их появления слева направо, и пусть дома i -го цвета имеют номера a_i и b_i , причем $a_i < b_i$. По определению $1 = a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{43}$. Докажем, что $b_1 < b_2 < b_3 < \dots < b_{43} = 86$. Предположим противное, т. е. для каких-то $i < j$ оказалось $b_j < b_i$. Вспомнив, что $a_j < b_j$ и $a_i < b_i$ видим, что $a_i < a_j < b_j < b_i$, то есть любой отрезок, содержащий a_i , b_i также содержит a_j , b_j , то есть нет отрезка, на котором домов i -го цвета больше всего – привели предположение к противоречию.

Докажем еще два полезных неравенства: $b_i - a_i \leq 19$ – иначе нет отрезка из 20 домов, в который попали оба из a_i , b_i ; и $b_{i+1} - a_{i-1} \geq 21$ – иначе каждый отрезок, содержащий a_i , b_i , также содержит или a_{i-1} , b_{i-1} или a_{i+1} , b_{i+1} .

Все готово для решения. Среди первых 20 номеров ровно одна b -шка, это b_1 : иначе, если там есть и b_2 , среди домов от 1 до 20 есть два дома второго цвета, тогда для первого цвета нет отрезка, в котором его больше чем любого другого (поскольку только отрезок $[1, 20]$ содержит два дома первого цвета, но он содержит и два дома второго). Значит среди первых 20 домов ровно 19 a -шек. Значит из соответствующих им b -шек 18 лежат среди 19 номеров от 21 до 39, то есть там максимум одна a -шка, это может быть только a_{20} . Мы доказали, что $a_{21} \geq 40$. Повторив то же самое рассуждение с другого конца, получим, что $b_{23} \leq 46$. Но это противоречит неравенству $b_{23} - a_{21} \geq 21$ (частный случай доказанного выше для $i = 22$).

Критерии

Решение пункта а состоит из:

V1 Доказательства оценки: *не приносит баллов, но снимает 1 балл если не написано.*

V2 Указание верного примера: *стоит 5 баллов (таким образом, если есть V1 + V2 + V3: оценка 7).*

V3 Доказательство того, что пример из V2 работает. *Не может встречаться без V2, приносит 1 балл.*

C Если пример, работающий для пункта а), написан в пункте б) – оценивается пункт а) как будто пример написан там, (если это больше баллов, чем родной текст пункта а).

• Пример в пункте б) не оценивается, за него уже получены баллы в пункте а) – *19 баллов пункта б) – только за оценку*

D0 Оценка $k \leq 43 - 0$ баллов.

E0 Любые попытки описания явного вида “единственно возможной” раскраски в 43 цвета, содержащие пропущенный случай – *0 баллов.*

E1 Доказано, что если бы была покраска в 43 цвета, то центральный отрезок из 8 домов содержал бы для трех цветов оба дома этого цвета – *13 баллов.*

Задание 4 (2020-21.11.4)

Первое решение. Докажем, что четырехугольник $ADXY$ вписанный. Для этого нам достаточно показать равенство $MA \cdot MX = MY \cdot MD$. Для этого заметим, что эти произведения равны MB^2 и MC^2 соответственно (степень точки M относительно окружностей Ω_1 и Ω_2).

Теперь докажем вписанность $BXYC$. Из первого утверждения получаем равенство углом DAX и XYM . Кроме того, равны углы MBX и MAB по свойству касательной и MYC и MCD из подобия соответствующих треугольников. Поскольку также равны углы BAD и DCO , то получаем, что сумма углов XBC и XYC равна 180° , что и требовалось.

Из этого получаем, что $ZX \cdot ZB = ZY \cdot ZC$, что соответствует тому, что точка Z лежит на радикальной оси окружностей Ω_1 и Ω_2 . Очевидно, что на ней же лежат точки M и середина стороны AD .

Второе решение (набросок). Инверсия с центром M и радиусом MB переводит вписанную трапецию $ABCD$ во вписанный 4-угольник $XBCY$. Тогда радикальные оси BX и CY пересекаются на радикальной оси окружностей Ω_1 и Ω_2 , которая проходит через середины AD и BC .

Критерии

A1 Вписанность $ADXY$ – *6 баллов.*

A2 Вписанность $BXYC$ – *15 баллов, не складываются с A1, A1+A2=A2=15.*

B1 Точки O, X, Y на одной прямой, вкпе с идеей сделать инверсию – *9 баллов.*

Задание 5 (2020-21.11.5)

Ответ: 4020.

Решение. Лемма. В Гришиной сумме могут быть учтены те и только те числа α , в которых производная функции $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ обращается в ноль, причем каждое такое α может быть посчитано максимум для одно c_i .

Доказательство. Как известно, число α является кратным корнем многочлена $T(x)$ если и только если α является корнем многочлена $T(x)$ и его производной $T'(x)$. Пусть α – кратный корень $P(x) + c \cdot Q(x)$, имеем левую из систем:

$$\begin{cases} P(\alpha) + c \cdot Q(\alpha) = 0 (*) \\ P'(\alpha) + c \cdot Q'(\alpha) = 0 (**) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q(\alpha) \neq 0 \\ P'(\alpha) - \frac{P(\alpha)}{Q(\alpha)} Q'(\alpha) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q(\alpha) \neq 0 \\ \frac{P'(\alpha)Q(\alpha) - P(\alpha)Q'(\alpha)}{Q^2(\alpha)} = 0 \end{cases}$$

Первая равносильность заслуживает пояснений: из уравнения (*) если $Q(\alpha) = 0$ что и $P(\alpha) = 0$, то невозможно поскольку многочлены взаимнопросты. Если же $Q(\alpha) \neq 0$, то деление на него является равносильным переходом, а c однозначно находится из (*). Второй переход – просто поделили на $Q(x)$.

Осталось заметить, что $\frac{P'(\alpha)Q(\alpha) - P(\alpha)Q'(\alpha)}{Q^2(\alpha)}$ это в точности производная $P(x)$.

Итак, мы получили что все числа, посчитанные в Гришиной сумме, это корни многочлена $T(x) = P'(x)Q(x) - P(x)Q'(x)$, который имеет не более чем 4020 степень (при взятии производной степень многочлена уменьшается на единицу, при перемножении многочленов – складывается, при вычитании не увеличивается), покажем что $T(x)$ не может быть тождественно нулем (на самом деле покажем, что степень ровно 4020). Пусть p_{2021} и q_{2000} – старшие (а значит – ненулевые) коэффициенты многочленов $P(x)$ и $Q(x)$ соответственно. Тогда коэффициент $T(x)$ при x^{4020} есть $2021p_{2021}q_{2000} - 2000p_{2021}q_{2000} = 21p_{2021}q_{2000} \neq 0$. Таким образом, мы доказали оценку сверху: сумма не может быть больше 4020.

Осталось построить пример, когда сумма равна 4020. Возьмем $P(x)$ и $Q(x)$ такими, что все их корни вещественны, различны и все корни $P(x)$ лежат левее всех корней $Q(x)$. Тогда есть 2020 отрезков между соседними корнями $P(x)$, на каждом из этих отрезков функция $f(x)$ непрерывна (все корни знаменателя правее), равна нулю в концах отрезка и не равна нулю в остальных точках, значит в какой-то точке производная принимает нулевое значение по теореме Ролля – нашли 2020 нулей производной. Теперь посмотрим на интервалы между соседними корнями $Q(x)$, и также на открытый луч от самого правого из них до плюс бесконечности. На каждом интервале функция непрерывна, не меняет знак (поскольку не принимает нулевого значения – все корни числителя лежат левее), в концах интервалов $f(x)$ стремится к бесконечности (поскольку это корни числителя), при $x \rightarrow +\infty$ аналогично $f(x)$ стремится к бесконечности, так как степень числителя больше степени знаменателя. Значит на каждом из промежутков модуль достигает минимума во внутренней точке, там производная обращается в ноль (альтернативно можно воспользоваться теоремой Ролля для функции $\frac{1}{f(x)}$) – нашли еще 2000 нулей производной.

Критерии

A Чистое доказательство оценки – 14 баллов.

A0 Оценка без доказательства – 0 баллов.

A7 При доказательстве не упомянуто, что один и тот же корень производной $\frac{P}{Q}$ не может быть посчитан при разных значениях c_i – (–2) балла из итоговой суммы. Если это хотя бы упомянуто (очевидно, что...) – нет претензий.

A8 Не рассматривает случай обращения в ноль знаменателя – (–2) балла из итоговой суммы.

A9 Не доказано, что многочлен $P'(x)Q(x) - P(x)Q'(x)$ не может быть тождественно нулем: – (–4) балла из итоговой суммы.

Критерии A7, A8 и A9 не могут давать более чем – 4 балла в сумме, то есть даже допущены все три ошибки, доказательство оценки стоит 10 баллов, а не 6.

B Чистое построение примера вместе с доказательством существования всех корней – 14 баллов.

B1 Пример верный, но доказано существование только 4019 корней – 4 балла.

Задание 6 (2020-21.11.6)

Ответ: $(\sqrt{1515^2 + 1515 + 1}, \sqrt{3 \cdot 1010^2 + 3 \cdot 1010 + 1} + 1]$

Решение пункта а). Пусть O – центр окружности S (и описанной окружности треугольника ABC соответственно). Прямые OA , OB и OC разделят плоскость на 6 частей, которые назовем областями. Пусть эти прямые пересекают окружность S в точках A_1 , A_2 , B_1 , B_2 и C_1 , C_2 соответственно (A_1 и A на одном луче от O , A_2 – на другом, для других точек аналогично). Тогда стороны угла B_2OC_2 являются серединными перпендикулярами к отрезкам AC и AB , а значит, для всех точек угла B_2OC_2 (равного 120°) и только для них A является ближайшей из A, B, C . При этом для точек, которые лежат внутри угла C_2OA_1 , но вне круга S , после операции вершина C становится ближайшей, а внутри угла A_1OB_2 – вершина B . Для вершин B и C аналогично.

Рассмотрим, что происходит при применении нескольких операций к точке X_0 . Пусть X_k – образ точки X_0 , после применения к ней k операций. Докажем следующие утверждения:

Утверждение 0. Если X_k лежит в S , то все X_n при $n > k$ – тоже.

Очевидно.

Так что теперь можем без ограничения общности считать, что X_0 лежит в угле A_1OB_2 и вне круга S .

Утверждение 1. Вектор X_0X_2 равен удвоенному вектору AB .

В самом деле, для X_0 ближайшая вершина A , для X_1 – B , композиция симметрий относительно A потом B – параллельный перенос на вектор $2AB$.

Соответственно, если все точки $X_0, X_2, X_4, \dots, X_{2k}$ лежат в A_1OB_2 но не в S , то все вектора $X_0X_2, X_2X_4, X_4X_6, \dots, X_{2k}X_{2k+2}$ равны $2AB$.

Утверждение 2. Пусть X_{2k+2} – первая из четных точек, не лежащая одновременно в угле A_1OB_2 и вне круга S . Тогда X_{2k+2} лежит в одной из трех областей: S , A_1OC_2 и B_2OC_1 .

Очевидно.

Итак, без ограничения общности можно считать, что X_{2k+2} попала в A_1OC_2 .

Утверждение 3. Если X_{2k+2} – первая из четных точек, попавшая в A_1OC_2 , то X_{2k+4} попадет в S или A_1OB_2 , X_{2k+6} попадет в S или A_1OC_2 и так далее (за каждые два хода точка перескакивает через границу между теми же двумя соседними углами, или запрыгивает в S).

Очевидно.

Итак, если точка когда-то за две операции перескочит из угла в соседний – то дальше за каждую пару операций точка перепрыгивает между ровно этими двумя соседними углами, пока не попадет в круг S . Докажем, что это рано или поздно произойдет. В самом деле, пусть точка за двойную операцию переходит между A_1OC_2 и A_1OB_2 . Тогда она за каждую двойную операцию смещается на вектор $2AB$ или $2AC$. Оба вектора имеют проекцию $-\frac{3}{4}$ на луч OA , значит рано или поздно проекция точки на OA будет иметь отрицательную координату, то есть точка покинет углы A_1OC_2 и A_1OB_2 . По Утверждению 3 сделать это четная точка может только попав в S , что завершает доказательство пункта A .

Решение пункта б). Как доказано выше, каждому из шести углов, на которые разделена плоскость, сопоставлен свой вектор e_1, \dots, e_6 , такой что квадрат операции для точки, лежащей в данном угле, есть перенос на соответствующий вектор. Тогда множество точек, попадающих в круг S не более чем за 1010 операций – это множество кругов, получаемых из круга S при параллельных переносах на всевозможные линейные комбинации векторов e_1, \dots, e_6 с целыми неотрицательными коэффициентами, сумма которых не больше 1010, точки попадающие ровно на 1010 шаге лежат в кругах, у которых только два циклически соседних коэффициента отличны от нуля. Тогда самый близкий к S граничный круг (обозначим его S' а его центр O') – представляющийся в виде $505e_i + 505e_{i+1}$, то есть $OO' = 1515$. Заметим, что для S' только его дуга размером 120° , отвернутая от S , не покрыта остальными кругами, итого самая ближняя к O граничная точка Y такова, что $\angle OO'Y = 120^\circ$, то есть $|OY| = \sqrt{1515^2 + 1515 + 1}$.

По аналогичным соображениям, точки переходящие в S за 2021 ход – образы кругов радиуса 1 с центрами в точках A_1, B_1, C_1 при переносах на ту же систему векторов. Тогда самый далекий от S круг (обозначим его S' а его центр O') получается при переносе на вектор $1010e_i$, то есть имеющий длину $1010\sqrt{3}$. Поскольку OA_1 образует угол в 150° с e_i имеем $|OO'| = \sqrt{3 \cdot 1010^2 + 3 \cdot 1010 + 1}$. Точка на границе круга еще на 1 дальше, итого ответ $\sqrt{3 \cdot 1010^2 + 3 \cdot 1010 + 1} + 1$.

Набросок альтернативного решения. Нарисуем на плоскости треугольную решетку, так чтобы вершинами одного из треугольников были точки A_2, B_2, C_2 (в обозначениях основного решения). Присвоим этому треугольнику метку 0, далее по индукции присвоим метки всем треугольникам: каждый еще не помеченный треугольник, соседний по стороне с треугольником с меткой n , получит метку $n + 1$. Тогда несложно доказать, что при применении операции точки из треугольника с меткой $n > 0$ переходят в какой-то из треугольников с меткой $n - 1$ (а точки из треугольника с меткой 0 – в треугольники с меткой 1). Тогда множество точек, не более чем за n операций, переходящих в круг S – объединение кругов, описанных вокруг всех треугольников с метками не больше n . Итак, мы получили альтернативное описание того же объединения кругов, что и в основном пути решения, осталось сделать тот же подсчет.

Задание 7 (2020-21.11.7)

Ответ: $\frac{1}{2}n^2$.

Решение. Докажем ответ $C = \frac{1}{2}$. Во-первых, докажем, что $f(n) \leq \frac{1}{2}n^2$. Для этого полезно доказать более сильное утверждение: для произвольной фигуры из S клеток количество квадратов 2×2 в семействе, таком что все квадраты лежат в фигуре и для любого квадрата найдется клетка, покрытая только им, не превосходит $\frac{S}{2}$. Рассмотрим два

случая: для семейства найдется клетка A , покрытая четырьмя квадратами, и случай, когда такой клетки не найдется.

Если такая клетка A нашлась, то рассмотрим четыре покрывающих ее квадрата. Они образуют квадрат 3×3 с клеткой A в центре. И поскольку в каждом из четырех квадратов 2×2 должна быть клетка, покрытая только им – это четыре угловые клетки квадрата 3×3 , так как все остальные покрыты хотя бы дважды. Но тогда никакой другой квадрат 2×2 из семейства не покрывает клетки квадрата 3×3 , иначе он покрывает и угловую клетку, а она должна быть покрыта только один раз. Итак, все остальные квадраты лежат в множестве площади $S - 9$. В этот момент доказательства еще не поздно решить, что на самом-то деле мы ведем индукцию по S), благо база тривиальна. Итак, всего квадратов в семействе оказывается не больше $4 + \frac{S-9}{2} = \frac{S-1}{2} < \frac{S}{2}$.

Пусть клетки, покрытой четырьмя квадратами из семейства, не найдется. Поместим в каждую клетку множества единичный заряд. Теперь пусть каждая клетка, покрытая k квадратами из семейства, отдаст каждому из этих квадратов по $\frac{1}{k}$ заряда (таким образом, раздаст весь свой заряд). Тогда каждый квадрат семейства получил заряд не меньше 2, потому что минимум от одной клетки получил 1, и от остальных получал не меньше $\frac{1}{3}$ от каждой. Итого, всего полученного заряда не меньше, чем дважды число квадратов в семействе, а отданного заряда не больше S , итого квадратов в семействе не больше $\frac{S}{2}$.

Теперь построим пример, доказывающий, что $f(n) \geq \frac{1}{2}n^2 - 4n$, следовательно неравенство $f(n) \leq Cn^2$ при $C < 1$ неверно при всех достаточно больших n .

Возьмем бесконечную клетчатую плоскость и покрасим ее в два цвета следующим образом: выберем одно из двух направлений диагонали, покрасим все клетки каждой диагонали в один цвет: две диагонали в белый, следующие две в черный и так далее с периодом 4. Теперь выберем квадрат $n \times n$, в который черных клеток попало не меньше чем белых, то есть хотя бы $\frac{1}{2}n^2$. Теперь на каждую черную клетку внутри квадрата $n \times n$ положим квадрат 2×2 так, чтобы кроме этой черной клетки квадрат содержал только белые (это можно сделать единственным образом). Удалим все квадраты 2×2 , частично вылезшие за границы квадрата n , их не больше $4n$. Требуемое семейство построено.

Критерии

- Чистое доказательство оценки $C \leq \frac{1}{2} - 22$ балла.
- Чистое построение примера, доказывающего, что $C \geq \frac{1}{2} - 12$ баллов.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика»**

7 класс

Задание 1 (2021-22.7.1)

Ответ: 76 и 70.

Решение. Обозначим через x возраст, в котором Сидоров производил свои подсчёты. Тогда возраст Сидоровой в этот момент составлял $x - 6$ лет, а в момент заключения брака им было $\frac{x}{2}$ и $\frac{x}{2} - 6$ лет соответственно. Через 14 лет Сидоровой будет $x + 8$ лет. Имеем: $(x + 8) - \left(\frac{x}{2} - 6\right) = \frac{2}{3}(x + 8)$, откуда $x = 52$, т. е. вступили в брак в 26 и 20 лет соответственно.

Критерии

- Составлено правильное уравнение, затем арифметическая ошибка – 7 баллов.

Задание 2 (2021-22.7.2)

Ответ: 1011 положительных и 1010 отрицательных.

Решение. Будем двигаться вдоль исходного ряда и фиксировать знаки чисел. Из условия следует, что знак при этом менялся 1010 раз – чётное число. Поэтому знаки первого и последнего числа совпадают. Значит, добавленное произведение будет положительным.

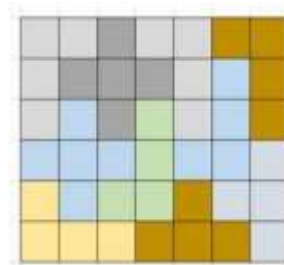
Критерии

- Только ответ и/или замечание что для нахождения искомого количества нужно понять только знак произведения крайних чисел – 0 баллов.

Задание 3 (2021-22.7.3)

Ответ: можно, всегда два креста.

Решение. Пусть x и y – число четырёхклеточных и пятиклеточных фигурок соответственно. Тогда получаем уравнение $4x + 5y = 42$, из которого видно, что y – чётное число, не кратное 4 и не превосходящее 8. То есть, либо 2, либо 6. Но случай $x = 3$, $y = 6$ невозможен, поскольку угловые клетки нельзя покрыть пятиклеточными крестами и четырёхклеточных фигур должно быть хотя бы четыре. Случай $x = 8$, $y = 2$ изображён на рисунке.



Критерии

- Только доказано, что крестов либо 2 либо 6 – 1 балл.
- Только приведён пример такого разрезания – 10 баллов.

Баллы по двум критериям могут складываться.

Задание 4 (2021-22.7.4)

Ответ: да, существует.

Решение. Их существует даже бесконечно много. Например, годится и любая пара чисел вида $a = 4n$, $b = 6n + 3$, поскольку у первого числа наибольший и наименьший 2 и $2n$, а у второго 3 и $2n + 1$. Также подходят пары вида p^2 и q^2 , где p и q – различные простые числа.

Критерии

- Решение опирается на неверное утверждение вида «наименьший собственный делитель $3(n + 1)$ это 3» – не более 10 баллов.

Задание 5 (2021-22.7.5)

Решение. Опустим из вершины прямого угла B перпендикуляр BE на гипотенузу. При этом точка E совпадёт с серединой гипотенузы, т. е. $AC = 2CE$. $\angle BKE = 60^\circ$, поскольку это внешний угол треугольника BKS , а его углы при B и C равны 15° и 30° соответственно. Итак, отрезок BM образует угол 60° с прямой AC , значит он вдвое длиннее своей ортогональной проекции на эту прямую. С другой стороны, его ортогональная проекция – это EC , поскольку перпендикуляры, опущенные из точек B и M попадают в точки E и C соответственно. Итак, $BM = 2CE$. Вспоминая, что $AC = 2CE$ имеем требуемое.

Критериев нет, или решена или не решена.

Задание 6 (2021-22.7.6)

Ответ: не обязательно.

Решение. Условие означает, что среди любых трёх подряд лежащих палочек наименьшая будет больше разности двух других. Приведём конструкцию, для которой это выполняться не будет. Будем брать не 111 палочек, а любое их количество, кратное трём. При этом вместо палочек будем работать с набором чисел $1, 2, 3, \dots, 3k$. Сперва выложим круг из $2k$ чисел от $k+1$ до $3k$: $2k, 2k+1, 2k-1, 2k+2, 2k-2, 2k+3, \dots, k+2, 3k-1, k+1, 3k$. Разницы между соседями будут таковы: $1, 2, 3, \dots, 2k-2, 2k-1, k$. Затем вставим числа $1, 2, \dots, k$ в промежутки с разностями $1, 3, 5, \dots, 2k-1$ соответственно. При этом во все промежутки, кроме первого, вставляется число меньше разности. Для первой тройки $2k, 2k+1, 1$ неравенство треугольника также не выполняется.

Критерии

- Приведён правильный пример, но не доказано, что он работает – 14 баллов.

8 класс**Задание 1 (2021-22.8.1)**

Ответ: (1; 3) и (2; 3).

Решение: Число $a * b$ есть произведение натуральных чисел от a до $a + b - 1$, а число $b * a$ есть произведение натуральных чисел от b до $a + b - 1$. Поэтому данное равенство означает, что произведение натуральных чисел от a до $b - 1$ равно 2, в частности $b - 1 \geq a$. Далее, в произведении нет ни одного сомножителя больше двух, то есть это или одно число 2, или $1 \cdot 2$. В первом случае $2 = a = b - 1$, во втором $a = 1$ и $b - 1 = 2$.

Критерии

- Только правильный ответ – 2 балла.
- Замечено, что при $a < b$ в $a * b$ есть все сомножители $b * a$ и еще «новые» от a до $b - 1$ – 11 баллов.

Задание 2 (2021-22.8.2)

Решение. Пусть O – точка пересечения диагоналей, E – середина отрезка AK , F – середина отрезка KD , M – середина отрезка AD . Тогда, рассматривая средние линии в треугольниках ACK , BDF и ACD , приходим к равенствам $OF = \frac{BK}{2} = \frac{CK}{2} = OE = \frac{CD}{2} = OM$. Что и требовалось.

Критерии

- Доказано, что расстояние от центра параллелограмма до середины AD равно расстоянию до середины другой стороны, но не рассмотрена третья – 8 баллов.

Задание 3 (2021-22.8.3)

Ответ: нет, не стоит.

Решение. Предположим, что все так как Вася говорит. Рассмотрим остаток от деления произведения $p_1 p_2 \dots p_{2020}$ на 4. Во-первых, это число нечетное, а значит нечетны и все делители всех чисел $n_1, n_2, \dots, n_{2021}$. Далее, все делители числе $n_2, n_3, \dots, n_{2020}$ входят в это произведение дважды, а квадрат любого нечётного числа при делении на 4 даёт остаток 1. Поэтому рассматриваемое произведение по модулю 4 будет сравнимо с $3 \cdot 13 = 39$, то есть будет давать остаток 3. Но число 2021 при делении на 4 даёт остаток 1.

Критерии

- Бездоказательно утверждается, что $\frac{p_1 p_2 \dots p_{2020}}{n_1 n_{2021}}$ не может иметь остаток 3 от деления на 4 – 5 баллов.
- Бездоказательно утверждается, что число вида $39x^2$ не может иметь остаток 2021 от деления на 10000 (иметь последние цифры 2021) – 5 баллов.

Задание 4 (2021-22.8.4)

Ответ: нет, не может.

Решение. Пусть такой обход существует. Покажем все клетки в 9 цветов, каждый цвет отвечает фиксированой паре остатков от деления на три координат клетки по вертикали и горизонтали (см. рис.). Ясно, что банальный ход ведёт из любой клетки в клетку того же цвета, а не банальный – в клетку другого. Поэтому при обходе клетки каждого цвета посещаются парами, за исключением начала и конца маршрута. Но в каждом из цветов нечетное число клеток, и только на два цвета могут прийти начало и конец.

Критерии

• Присутствует правильное разбиение на цвета и получено противоречие с нечетностью количества клеток в цвете, но не учитывается эффект начала и конца пути – 11 баллов.

Задание 5 (2021-22.8.5)

См. решение и критерии 7 класса, задание 6 (2021-22.7.6).

Задание 6 (2021-22.8.6)

Ответ: $\binom{t-1}{4}$.

Решение. На протяжении этого решения число сочетаний из n по k обозначается $\binom{n}{k}$, читателей, более привыкших к нотации C_n^k просим обращать внимание на “перевернутый” порядок индексов: $\binom{n}{k} = C_n^k$.

Итак, нам требуется найти число пар $N_1 = \overline{a_1 b_1 c_1 d_1}$ и $N_2 = \overline{a_2 b_2 c_2 d_2}$, таких что $N_1 + N_2 = \overline{a_3 b_3 c_3 d_3}$, причем выполняются три соотношения $b_i c_i = a_i b_i + c_i d_i$ при $i \in \{1, 2, 3\}$.

Наше решение задачи состоит из двух этапов:

Утверждение 1. Пары (N_1, N_2) биективно соответствуют четверкам (b_1, c_1, b_2, c_2) , таким что $b_1 - c_1 \geq 2, b_2 - c_2 \geq 2$ и $c_1 + c_2 \geq t - 1$.

Комментарий 1. Говоря более развернуто, в Утверждении 1 сказано следующее: у каждой удовлетворяющей условию задачи пары (N_1, N_2) их цифры (b_1, c_1, b_2, c_2) таковы, как сказано в Утверждении 1, и обратно, каждая четверка (b_1, c_1, b_2, c_2) , удовлетворяющая условию Утверждения 1, ровно одним способом достраивается до пары $(N_1 = \overline{a_1 b_1 c_1 d_1}, N_2 = \overline{a_2 b_2 c_2 d_2})$, удовлетворяющей условию задачи.

Утверждение 2. Количество четверок (b_1, c_1, b_2, c_2) , удовлетворяющих условиям Утверждения 1, есть в точности $\binom{t-1}{4}$.

План решения намечен, осталось его осуществить.

Лемма 1. Всякое интересное число имеет вид:

$$N = \overline{(b-c-1)bc(t-b+c)},$$

где $0 \leq b, c \leq t-1$ и $b-c \geq 2$. И обратно, всякая запись такого вида является корректной записью в t -ичной системе счисления интересного числа.

Доказательство. Условие, что число $N = \overline{abcd}$ является интересным есть $\overline{bc} = \overline{ab} + \overline{cd}$, или эквивалентно

$$(t-1)(b-c) - ta - d = 0 \quad (*).$$

Значит, по заданному значению $b-c$ пара (a, d) восстанавливается не более чем одним способом, иначе число $(t-1)(b-c)$ имело бы больше одной записи в t -ичной системе счисления. Но заметим, что при подстановке $a = b-c-1, d = t-b+c$ равенство верно тождественно, кроме того, $a \geq 1$ (за это отвечает условие $b-c \geq 2$), неравенства $a \leq t-1$ и $0 \leq d$ очевидно следуют из $0 \leq b, c \leq t-1$; наконец $d \leq t-1$ (и даже $\leq t-2$) опять же потому что $b-c \geq 2$.

Доказательство утверждения 1. Пусть $N_1 = \overline{a_1 b_1 c_1 d_1}, N_2 = \overline{a_2 b_2 c_2 d_2}$, – два интересных числа. Рассмотрим “ t -ичную запись без переносов” $\overline{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2)(d_1 + d_2)}$, она конечно же может и не быть правильной t -ичной записью, поскольку некоторые из “цифр”

могут быть больше t ; но она удовлетворяет равенству (*), поскольку ему удовлетворяют $\overline{a_1 b_1 c_1 d_1}$, и $\overline{a_2 b_2 c_2 d_2}$. Посмотрим, что происходит, когда мы “вспоминаем”, что надо сделать перенос. Если перенос из разряда единиц, то d уменьшается на t , а c увеличивается на 1, значит всего левая часть (*) увеличивается на 1. Аналогично если перенос из разряда t — то c уменьшается на t и b увеличивается на 1, всего левая часть (*) увеличивается на $t^2 - 1$. Аналогично при переносе из разряда t^2 левая часть (*) уменьшается на t^2 . Заметим, что из одного разряда не может быть сделано больше одного переноса: то, что стоит в разряде есть сумма двух цифр, плюс возможно единичка, пришедшая из переноса — это точно меньше $2t$. Значит, если соотношение (*) выполнялось до всех переносов и выполняется после всех — то либо не было сделано ни одного переноса, либо были сделаны все три. Докажем, что первый вариант невозможен.

В самом деле, $a_1 + d_1 = t - 1$ по Лемме 1, аналогично $a_2 + d_2 = t - 1$. Но если из разряда единиц не было переносов, из разряда t^3 его тоже не было (число осталось четырехзначным), тогда сумма цифр в этих разрядах сейчас равна $a_1 + d_1 + a_2 + d_2 = 2(t - 1)$. Но такую сумму двумя цифрами можно набрать единственным образом: $(t - 1) + (t - 1)$. То есть $a_1 + a_2 = t - 1$. По Лемме 1 это означает $b_1 - c_1 + b_2 - c_2 = t + 1$, то есть $b_1 + b_2 \geq t + 1$ — тогда из разряда t^2 есть перенос — противоречие!

Итак, должны осуществиться ровно три переноса. Докажем, что это эквивалентно условию $c_1 + c_2 \geq t - 1$. В разряде единиц стоит $2t - b_1 - b_2 + c_1 + c_2 \geq 2 + c_1 + c_2$ — при $c_1 + c_2 \geq t - 1$ перенос есть; в разряде t стоит $c_1 + c_2 + 1$ (единичка пришла от переноса) — перенос есть тогда и только тогда, когда $c_1 + c_2 \geq t - 1$; в разряде t^2 стоит $b_1 + b_2 + 1 \geq c_1 + c_2 + 5$ — при $c_1 + c_2 \geq t - 1$ перенос есть, наконец из разряда t^3 переноса нет когда он есть из разряда единиц. \square

Для Утверждения 2 мы приведем комбинаторное доказательство.

Комбинаторное доказательство Утверждения 2 с наводящими соображениями.

Напомним, что выражение $\binom{n+k}{k}$ считает способы расставить в ряд n белых и k чёрных шаров. Научимся через такие функции выражать ответы в задачах типа нашей, начнем с более простой.

Поучительный пример 1. Пусть мы хотим перечислить пары (c_1, c_2) , такие что $0 \leq c_1, c_2 \leq t - 1$ и $c_1 + c_2 \geq t - 1$. Построим для этого биекцию между такими парами, и расстановками в ряд двух черных и $t - 1$ белого шарика следующим образом: для расстановки посчитаем число белых шариков, стоящих правее левого черного шарика (не важно до или после правого черного) — назовем это число c_1 ; аналогично посчитаем число белых шаров, стоящих левее правого черного — назовем это число c_2 . Очевидно, оба числа лежат в заказанных пределах, притом $c_1 + c_2 \geq t - 1$ — каждый белый шарик посчитан хотя бы один раз, те что стоят между черными посчитаны дважды. Оставляем читателю додумать, почему построена именно биекция, то есть по паре (c_1, c_2) можно построить расстановку шариков в ряд, притом ровно одну. Итак, количество таких пар (c_1, c_2) есть в точности $\binom{t+1}{2}$.

Поучительный пример 2. Отлично, усложним задачу. Пусть мы ищем число четверок (b_1, c_1, b_2, c_2) , таких что $0 \leq b_1, c_1, b_2, c_2 \leq t - 1$, $b_1 \geq c_1$, $b_2 \geq c_2$ и наконец $c_1 + c_2 \geq t - 1$. Давайте смотреть на расстановки в ряд четырех черных шаров и $t - 1$ белого. Первый черный шар будет отвечать за b_1 , второй за c_1 , для каждого из них соответствующими числами мы будем называть число белых шаров вправо от них, тогда автоматически получится, что $b_1 \geq c_1$ (всякий белый шар, который правее второго слева черного, также правее и первого слева черного). Аналогично третий и четвертый черные шары отвечают за числа c_2 и b_2 соответственно, причем числа равны количеству белых шаров

левее соответствующего черного. Аналогично имеем $b_2 \geq c_2$ а также $c_1 + c_2 \geq t - 1$ полностью аналогично прошлому примеру. Итак, количество таких четверок (b_1, c_1, b_2, c_2) есть в точности $\binom{t-1}{4}$.

А теперь, собственно, то, что нам нужно. Напомним: мы ищем число таких четверок (b_1, c_1, b_2, c_2) , что $0 \leq b_1, c_1, b_2, c_2 \leq t - 1, b_1 \geq c_1 + 2, b_2 \geq c_2 + 2$ и наконец $c_1 + c_2 \geq t - 1$. Чтобы действовать как в примере 2 нам нужно было бы пересчитать расстановки в ряд 4 черных и $t - 1$ белого шара, такие что между первым и вторым черными стоят хотя бы два белых, и между третьим и четвертым черными стоят хотя бы два белых. Сделаем это так: перечислим все расстановки в ряд четырех черных и $t - 5$ белых, таких расстановок ровно $\binom{4+t-5}{4} = \binom{t-1}{4}$. Теперь в каждую из расстановок добавим два белых шара между первым и вторым черными, и два белых между третьим и четвертым черными. Оставляем читателю доказать, что построена биекция между множеством всех расстановок четырех черных и $t - 5$ белых, и множеством расстановок с приведенным выше дополнительным условием четырех черных и $t - 1$ белого.

Заметим, что возможно и чисто алгебраическое доказательство утверждения 2, которое мы не приводим по двум причинам: во-первых, оно ничем не хорошо по сравнению с комбинаторным, но технически существенно сложнее. Во-вторых, никто из участников, пытавшихся пройти этим путем, к завершению не подошел даже близко.

Критерии

- Получен общий вид интересного числа – 3 балла
- Доказано, что таких пар интересных чисел столько же, сколько и четвёрок (b_1, c_1, b_2, c_2) , для которых $b_1 - c_1 \geq 2, b_2 - c_2 \geq 2, c_1 + c_2 \geq t - 1$ – 6 баллов

9–10 классы

Задание 1 (2021-22.9-10.1)

См. решение и критерии 11 класса, задание 1 (2021-22.11.1).

Задание 2 (2021-22.9-10.2)

Общая преамбула ко всем трем решениям. Пусть стороны треугольника $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Не умаляя общности, $a \leq b \leq c$. Тогда A_2 лежит на отрезке AB , причём $AA_2 = \frac{c-b}{2}$. Точка B_2 лежит на отрезке AB , причём $BB_2 = \frac{c-a}{2}$. Точка C_2 лежит на отрезке AC , причём $CC_2 = \frac{b-a}{2}$.

Решение 1. Заметим, что условие задачи не симметрично. Исправим это. Найдем, где на прямой CA лежит точка A_3 – пересечение с прямыми CA и A_1A_2 . Обозначим отрезок $AA_3 = x$, положительное направление в сторону, противоположную точке C . Тогда т. Менелая для точек A_1, A_2, A_3 в треугольнике ABC гласит:

$$\frac{AA_2}{A_2B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CA_3}{A_3A} = \frac{c-b}{c+b} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{b+x}{-x} = -1.$$

после стандартных преобразований получаем $x = \frac{c-b}{2}$. Поскольку $AA_2 = AA_3$, прямая A_3A_2 перпендикулярна внешней биссектрисе угла A , то есть параллельна внутренней. Следовательно, она является биссектрисой угла $B_1A_1C_1$. Аналогично, прямые B_1B_2 и C_1C_2 – биссектрисы углов треугольника $B_1A_1C_1$ и значит все три прямые пересекаются в центре вписанной окружности треугольника $B_1A_1C_1$.

Решение 2. Назовём невписанные окружности, касающиеся отрезков BC, CA , и AB , W_A, W_B, W_C соответственно. Заметим, что точка A_2 середина отрезка между точками касания W_C с отрезком AB и W_B с продолжением луча BA за точку A . Точка A_1 – середина отрезка между точками касания W_C с продолжением луча CB за B и W_B с продолжением луча BC за C . Значит, A_1A_2 радикальная ось окружностей W_B и W_C . Аналогично, получаем, что прямые B_1B_2 радикальная ось W_A, W_C , C_1C_2 радикальная ось W_A, W_B . Значит прямые A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 пересекаются в одной точке радикальном центре окружностей W_A, W_B, W_C .

Решение 3. Посчитаем, в каком отношении отрезки A_1A_2 , и C_1C_2 делят отрезок B_1B_2 . Применим теорему Менелая для треугольника AB_1B_2 и секущей C_1C_2 . Получим

$$\frac{AC_1}{C_1B_2} \cdot \frac{B_2X}{XB_1} \cdot \frac{B_1C_2}{C_2A} = \frac{c/2}{a/2} \cdot \frac{B_2X}{XB_1} \cdot \frac{-a/2}{(a+b)/2} = -1,$$

где X точка пересечения B_1B_2 и C_1C_2 , здесь и далее длины всех отрезков на прямых AB, BC, AC считаются комбинированием формул из преамбулы. Итак, $\frac{B_2X}{XB_1} = \frac{a+b}{c}$. Теперь пусть X' – точка пересечения B_1B_2 и A_1A_2 . Треугольники A_1B_1X' и A_2B_2X' подобны (A_1B_1 – средняя линия в треугольнике ABC), $\frac{B_2X'}{X'B_1} = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{(a+b)/2}{c/2}$. Значит, $X = X'$, ч.т.д.

Критерии

- Решение задачи в частном случае (например, если ABC – равнобедренный); либо недоведенный счет в координатах (или любым другим стандартным методом) – 0 баллов.

Задание 3 (2021-22.9-10.3)

См. решение и критерии 11 класса, задание 2 (2021-22.11.2).

Задание 4 (2021-22.9-10.4)

См. решение 8 класса, задание 6 (2021-22.8.6).

Критерии

A0 Попытка для частных значений t решить задачу перебором. Либо найдено количество интересных чисел вместо того, что спрашивалось в задаче – 0 баллов (но на этом пути могут быть получены промежуточные результаты, подпадающие под действие критерия A3 и оцениваемые по нему).

A3 Доказано, что интересное число задается двумя своими цифрами, получено выражение через эти цифры двух оставшихся и выписаны неравенства, которым должны удовлетворять генерирующие цифры. Например:

- для a и b выражаются как $c = b - a - 1, d = t - a - 1$, причем $1 \leq a \leq t - 1, 0 \leq b \leq t - 1, b - a \geq 1$;
- для b и c выражаются как $a = b - c - 1, d = t - b - c$, причем $0 \leq b, c \leq t - 1, b - c \geq 2$;
- для b и d выражаются как $a = t - 1 - d, c = b + d - t$, причем $0 \leq b, d \leq t - 1, b + d \geq t$;

– 8 баллов. Подчеркнем, что выражения двух оставшихся цифр без неравенства на две генерирующие не стоят ничего.

B3 Доказано, что при если сложении двух интересных чисел получается интересное, то есть переносы хотя бы в двух разрядах – 8 баллов (аддитивно с A3, итого $A3+B3=16$). Что в этом случае есть все три переноса – не приносит дополнительных баллов.

Задание 5 (2021-22.9-10.5)

Решение. План решения: мы докажем два ключевых факта: что биссектриса AL угла BAC также является биссектрисой угла XAM ; и что AH перпендикулярна BC . Тогда в треугольнике ABC медиана AM и высота AH симметричны относительно биссектрисы AL – отсюда мы выведем, что угол A прямой.

Через Ω_1 и Ω_2 обозначим вписанную и невписанную окружность из условия соответственно, через I_1 и I_2 – их центры. Пусть P – та из точек касания P, Q , что лежит на стороне BC , аналогично пусть R лежит на BC . Введя обозначения для длин сторон треугольника и явным образом выразив отрезки, на которые точки касания вписанной и невписанной окружности делят стороны треугольника, можно показать, что $PM = MR$ (оставляется читателю). Значит все четыре точки P, Q, R, S лежат на окружности Γ с центром M и радиусом PM .

Точка X лежит на радикальной оси (для пересекающихся окружностей – просто прямой через общие точки) окружностей Ω_1 и Γ ; аналогично X лежит на радикальной оси окружностей Ω_2 и Γ ; значит X лежит и на радикальной оси Ω_1 и Ω_2 . Но M тоже лежит на этой радикальной оси, поскольку касательные из M равны. Значит, XM – радикальная ось Ω_1 и Ω_2 , тогда она перпендикулярна биссектрисе AL угла BAC . Поскольку $AH = AM$, в равнобедренном треугольнике AHM высота AL является биссектрисой. Первый ключевой факт доказан.

Заметим, что прямая QR перпендикулярна PQ (это ясно, если вспомнить определение окружности Γ), значит QR проходит через точку P' , симметричную точке P относительно I_1 .

Лемма 1. Пусть в треугольнике ABC вписанная окружность W с центром I и внеписанная окружность W_A с центром I_A касаются стороны BC в точках P, R соответственно. Точка P' симметрична P относительно I . Точка R' симметрична R относительно I_A . Тогда точки A, P, R' лежат на одной прямой, а также точки A, P', R лежат на одной прямой.

Доказательство. Но другое описание точки P' таково: если рассмотреть гомотегию с центром в A , переводящую Ω_2 в Ω_1 , то образом точки R будет точка P' . Значит, при этой гомотегии прямая QR (она же $P'R$) остается на месте, значит эта прямая проходит через точку A .

Итак, PQ – высота треугольника APR . Аналогично и RS – высота треугольника APR , значит X – его ортоцентр, то есть прямая AX перпендикулярна прямой PR , она же BC . Второй ключевой факт доказан.

Итак, в треугольнике ABC высота и медиана из вершины A симметричны относительно биссектрисы из этой вершины. Тогда угол A прямой. Это следует из:

Лемма 2. В произвольном треугольнике ABC с центром описанной окружности O прямая, содержащая высоту AH и прямая AO симметричны относительно биссектрисы угла A .

Доказательство оставляем читателю в качестве полезного упражнения. Указание: посчитайте углы через дуги.

Критерии

A0 Недоведенный счет в координатах, решение задачи при дополнительных предположениях – 0 баллов.

A1 Отмечено, что четырехугольник $PQRS$ – вписанный – 2 балла.

A2 К предыдущему добавлено, что точка X – радикальный центр трех окружностей: вписанной, внеписанной и описанной около $PQRS$ – 5 баллов.

A3 X – ортоцентр APR – 10 баллов.

A5 Доказано, что биссектриса угла BAC также является биссектрисой угла XAM – 15 баллов.

Баллы за разные пункты не складываются, меньшие уже включены в большие.

Задание 6 (2021-22.9-10.6)

Ответ: $2 - \frac{2}{1011}$.

Решение. Докажем, что $C \geq 2 - \frac{2}{1011}$. Рассмотрим набор из 1010 чисел -1 , и 1011 чисел $\frac{1010}{1011}$. Ясно что при любой расстановке по кругу два положительных окажутся рядом, значит найдется дуга с суммой $\frac{2020}{1011}$.

Покажем, что при любом количестве чисел n верна оценка $C(n) \leq 2 - \frac{2}{\lfloor (n+2)/2 \rfloor}$. Доказывать это будем, как ни странно, индукцией по n .

База при $n = 1, 2, 3$ проверяется непосредственно.

Так же заметим, что для расстановки чисел по кругу условие, что сумма на любой дуге по модулю не больше C , эквивалентно условию, что для произвольной позиции на

круге множество сумм по всем дугам, имеющим левый конец в этой позиции, уместается на отрезке длины C . Этой переформулировкой мы и будем пользоваться в дальнейшем.

Лемма. Определим операцию преобразования набора: заменим в наборе два числа разных знаков a и $-b$ (пусть $a, b \geq 0$) на одно число $a - b$. Тогда если полученный набор допускает расстановку для некоторого числа C и выполняется $a + b \leq C$, то исходный допускал расстановку для C .

Доказательство. Расставим по кругу преобразованный набор, и воспользуемся переформулированным условием, начиная от позиции, на которой стоит добавленное число $a - b$. Тогда по переформулированному условию все суммы дуг, начинающихся в этой позиции (включая сумму, равную нулю) покрываются отрезком длины C . Тогда в этот отрезок попало и одно из чисел a и $-b$, поскольку они не могут лежать с разных сторон от отрезка – расстояние между ними равно $a + b$, то есть не превосходит длины отрезка. Если попало число a – заменим $a - b$ на числа $a, -b$ (в таком порядке), у полученной расстановки те же суммы, что у исходной, и еще сумма a , лежащая где нужно. Аналогично заменим $a - b$ на числа $-b, a$ если попало $-b$.

Теперь докажем индукционный переход. Рассмотрим набор из n чисел не больших 1 по модулю с суммой 0. Рассмотрим наименьшие по модулю положительное и отрицательное число. Если их сумма модулей не больше $\frac{2\lfloor(n+2)/2\rfloor-2}{\lfloor(n+2)/2\rfloor}$ – то можно воспользоваться Леммой. Пусть их сумма больше.

Тогда это возможно при четном n только если положительных и отрицательных поровну. Тогда разобьем их на пары, как при доказательстве Леммы. Тогда сумма чисел в каждой паре (то есть “новое” число) по модулю не превосходит $\frac{2}{\lfloor(n+2)/2\rfloor}$. Наша задача расположить их по кругу так, чтобы для некоторой позиции A сумма по любой дуге с левым концом в A лежала бы на отрезке $\left[0, \frac{\lfloor(n+2)/2\rfloor-2}{\lfloor(n+2)/2\rfloor}\right]$, это очевидно можно сделать. Теперь вспомним, что каждое новое число — это на самом деле два старых, и расположим эти старые в порядке положительное-отрицательное. Добавились суммы, получающиеся из старых добавлением одного из первых чисел пары, то есть не более чем единицы. Поскольку все старые суммы лежали на отрезке длины $\frac{\lfloor(n+2)/2\rfloor-2}{\lfloor(n+2)/2\rfloor}$, теперь все суммы лежат на отрезке длины $1 + \frac{\lfloor(n+2)/2\rfloor-2}{\lfloor(n+2)/2\rfloor}$, что и требовалось.

Пусть $n = 2k - 1$, тогда сумма модулей наименьших по модулю положительного и отрицательного чисел может быть слишком большой только если количество положительных и отрицательных чисел отличается на единицу. Без ограничения общности пусть положительных k . Каждое положительное число, кроме самого маленького, объединим в пару с отрицательным. Получили набор из k чисел (оставшееся положительное и $k - 1$ сумм в парах, суммы в парах по модулю не больше $\frac{2}{k-1}$), оставшееся положительное обозначим X , естественно $\frac{k-2}{k} \geq X \geq \frac{k-1}{k}$. Мы хотим эти числа расставить по кругу с началом отсчета так, чтобы последним стояло X , а все суммы кроме суммы $k - 1$ пары лежали на отрезке $\left[-\frac{k-2}{k-1}X, 0\right]$. Для этого сначала выберем пару, которая встанет $(k - 1)$ -й по номеру: достаточно взять ее меньше либо равной чем $-\frac{1}{k-1}X$, а такая найдется из среднего значения. Затем все остальные пары расставить, как угодно, чтобы их сумма не выходила из коридора – это возможно, потому что модуль чисел маленький.

Теперь перейдем от расстановки пар к расстановки исходных чисел, поставив числа в каждой паре в порядке отрицательное-положительное. Поскольку до этого все суммы

лежали на отрезке $[-\frac{k-2}{k-1}X, 0]$, значит и на отрезке $[-\frac{k-2}{k}, 0]$, теперь они лежат на отрезке – победа.

Критерии

А В направлении примера (т.е. доказательства, что $C \geq \frac{2020}{1011}$). Пример, показывающий, что для меньшего C не работает – 13 баллов. Любые меньшие значения C – 0 баллов.

В0 Любая оценка не сильнее чем $|a| + |b|$, где a – максимальное из положительных чисел, а b – минимальное (т. е. максимальное по модулю). А также любой алгоритм расстановки, обеспечивающий лишь что, что сумма на дугах с одним фиксированным концом не больше C – 0 баллов.

11 класс

Задание 1 (2021-22.11.1)

Ответ: не существует.

Решение. Стандартным ходом при решении задач на функциональные уравнения является подставить какое-то значение переменной, при котором два часто возникающих и не равных друг-другу тождественно выражения оказываются равны, и посмотреть, какие следствия из этого удастся вывести. Применительно к данной задаче на роль такой подстановки простится значение x_0 , для которого выполнялось бы $x_0 = x_2 + 1 \pmod{7}$.

Задумаемся, а существует ли такое x_0 ? Условие равносильно квадратному уравнению в остатках: $x_2 - x_0 + 1 \equiv 0$ (в этом абзаце все сравнимости по модулю 7), эквивалентно $x_0 \equiv \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \equiv \frac{1 \pm \sqrt{-3+7}}{2} \equiv \left\{ \frac{3}{2}; \frac{-1}{2} \right\} \equiv \left\{ \frac{3+7}{2}; \frac{-1+7}{2} \right\} \equiv \{5; 3\}$. Или можно было просто перебором остатков, благо их всего 7, убедиться, что любой из 3 и 5 подходит.

Что же нам дает равенство $3 = 3^2 + 1 \pmod{7}$? Просится от обеих частей взять функцию $f(3) = f((3^2 + 1) \pmod{7}) = f((3)^2 + 1) \pmod{11}$. Чтобы подчеркнуть полученное, обозначим $f(3) = y$ и выбросим среднюю часть: $y = (y^2 + 1) \pmod{11}$. Отсюда следует $y^2 - y + 1 \equiv 0$ (в этом абзаце все сравнимости по модулю 11), отметим, что это именно следствие, а не равносильность. Выясним, имеет ли сравнимость решения, действуя стандартно $y \equiv \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$. А извлекается ли квадратный корень из -3 по модулю 11? Заметим, что $1^2 \equiv (-1)^2 \equiv 1, 2^2 \equiv (-2)^2 \equiv 4, 3^2 \equiv (-3)^2 \equiv 9, 4^2 \equiv (-4)^2 \equiv 5$ и $5^2 \equiv (-5)^2 \equiv 3$. Мы перебрали все остатки, среди квадратов не нашлось -3 , значит корень не извлекается, значит уравнение $y^2 - y + 1 \equiv 0$ не имеет решений.

Итак, требуемой функции f не существует.

Критерии

A0 Правильный ответ без доказательства – 0 баллов.

A9 Есть все, кроме доказательства того, что нужный остаток не является квадратичным вычетом по модулю 11, или любое эквивалентное утверждение (данный квадратный трехчлен не имеет корней по модулю 11), про которое указан способ проверить его конечной последовательностью вычислений – *полный балл*.

Обратите внимание: под данный критерий не попадают утверждения, не имеющие явной отсылки к модулю, по которому могут быть доказаны конечным перебором. Типичный пример – утверждение “число вида $44k - 3$ при целом k не может быть квадратом целого числа” не подпадает под данный критерий

Задание 2 (2021-22.11.2)

Ответ: $\frac{p^5}{5p^2 - 6p + 2}$ (в варианте 9–10 класса столько же)

Решение. Заполним табличку: в клетке (i, j) запишем, на какое максимальное число Вася может гарантированно к концу игры умножить имеющуюся у него сейчас сумму, если сейчас в ящике осталось i черных и j красных шаров. Легко понять, что стоит с краю: если уже не осталось черных шаров, то Вася может смело ставить все деньги на красный шар, соответственно увеличивая капитал в p раз за каждый из оставшихся красных шаров. Аналогично если не осталось красных. Это и отмечено в таблице ниже.

3	p^3			
2	p^2			
1	p			
0	1	p	p^2	p^3
Черных шаров Красных шаров	0	1	2	3

Теперь поймем, что должно стоять в клетке (i, j) если мы уже знаем, что в клетках $(i - 1, j)$ и $(i, j - 1)$ стоят числа x и y соответственно. Пусть для определенности $x \leq y$.

Во-первых, в оптимальной стратегии Вася не должен делать положительные ставки на оба исхода. В самом деле, пусть по своей стратегии он должен сейчас поставить суммы a и b , причем $a \geq b > 0$. Тогда пусть вместо этого он поставит $a - b$ денег на тот исход, на который должен был ставить a , и на $2b$ больше денег оставит не поставленными. Тогда при любом исходе он будет иметь на $(2 - p)b$ денег больше, чем имел бы, если бы ставил a и b .

Теперь поймем, сколько же Вася должен ставить. Ставить он должен на тот цвет, выпадение которого приводит в клетку с числом x (напомним, $x \leq y$), в противном случае если этот цвет выпадет, Вася не сможет увеличить свой капитал более чем в x раз, а мы строим стратегию лучше. Для определенности обозначим количество васиных денег через D и пусть он поставит εD денег на цвет, выпадение которого приводит в клетку с числом x . Тогда если выпал этот цвет – Вася оказался в этой клетке имея $(1 + (p - 1)\varepsilon)D$ денег, соответственно закончит игру, имея не менее $(1 + (p - 1)\varepsilon)xD$ денег (и не может гарантированно иметь больше). Если же выпал цвет, приводящий в клетку с числом y , Вася попал туда, имея $(1 - \varepsilon)D$ денег, значит закончит игру, имея не меньше $(1 - \varepsilon)yD$ денег (и не может гарантированно иметь больше). Итак, гарантированный минимум при этой стратегии есть $\min((1 + (p - 1)\varepsilon)xD, (1 - \varepsilon)yD)$. Поскольку первая из функций под минимумом возрастающая по ε , а вторая – убывающая, максимум минимума достигается при значении ε , для которого функции принимают одно значение. Имеем

$$(1 + (p - 1)\varepsilon)xD = (1 - \varepsilon)yD;$$

откуда $\varepsilon = \frac{y-x}{y+(p-1)x}$. То есть $(1 + (p - 1)\varepsilon)xD = (1 - \varepsilon)yD = \frac{pxy}{y+(p-1)x}D$. Иными словами, в интересующей нас клетке должно стоять число $\frac{pxy}{y+(p-1)x}$. Пользуясь этой формулой и значениями в клетках на краях, заполним всю табличку:

3	p^3	$\frac{p^4}{3p - 2}$	$\frac{p^5}{5p^2 - 6p + 2}$	$\frac{p^5}{5p^2 - 6p + 2}$
2	p^2	$\frac{p^3}{2p - 1}$	$\frac{p^3}{2p - 1}$	$\frac{p^5}{5p^2 - 6p + 2}$
1	p	p	$\frac{p^3}{2p - 1}$	$\frac{p^4}{3p - 2}$
0	1	p	p^2	p^3
Черных шаров Красных шаров	0	1	2	3

Критерии

A0 Правильный ответ без доказательства. Любые стратегии без доказательства оптимальности (или с неверным доказательством оптимальности). Верно доказанная лемма, что не выгодно ставить одновременно на оба цвета – 0 баллов.

A2 Верно разобран случай, когда остались два шара одного цвета и один другого – 8 баллов для 11 класса, 5 баллов для 9–10 классов.

A5 Присутствует идея заполнения таблицы, аналогичная решению, но что-то пошло не так более существенно, чем простая арифметическая ошибка – 10 баллов, критерий применялся только в 9–10 классах.

A7 При верной логике решения на последнем шаге допущена арифметическая ошибка, приведшая к неверному ответу – 14 баллов для 11 класса, 15 баллов для 9–10 классов.

A8 Решение, полное за исключением отсутствия объяснения, что не надо ставить на оба цвета одновременно – полный балл.

Задание 3 (2021-22.11.3)

Решение. Введем обозначения для длин сторон: $BC = a, AC = b, AB = c$. Сделаем инверсию с центром C и радиусом $R = \sqrt{\frac{1}{2}ab}$ с симметрией относительно биссектрисы угла C . Гипотенуза AB и окружность Эйлера треугольника ABC переходят друг в друга. В самом деле, середины сторон прямоугольного треугольника и вершина его прямого угла образуют лежат в вершинах прямоугольника, значит все четыре на одной окружности. Значит при инверсии образ окружности – прямая, легко посчитать, что эта прямая отсекает от лучей CA и CB отрезки длины a и b соответственно, то есть симметрична AB относительно биссектрисы угла A .

Лемма. Вписанная и невписанная окружности треугольника ABC переходят друг в друга.

Доказательство. Действительно, касательная из C к вписанной окружности равна её радиусу r , а касательная из C к невписанной окружности равна полупериметру p . Таким образом, их произведение $pr = S(ABC)$ – площади треугольника ABC . Итак, $pr = R^2$. \square

Следовательно, T_1 переходит в S_2 , а T_2 переходит в S_1 . Угол $\angle S_1CT_1$ переходит в угол $\angle S_2CT_2$, значит они равны.

Критерии

A7 Полное решение за исключением доказательства, что при инверсимметрии вписанная окружность переходит во невписанную – 18 баллов.

Задание 4 (2021-22.11.4)

Ответ: $d = \frac{1}{m}$, где $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$.

Решение. Сразу заметим, что при $d = 0$ равенство из условия невозможно, так что далее мы везде считаем, что $d \neq 0$ даже когда не напоминаем об этом явно. (это тривиальное замечание, но если его не сделать – можно потерять немного баллов).

Предположим, что такие многочлены P и Q нашлись. Тогда можно считать, что они взаимно-просты (иначе поделим оба на общий множитель – новая пара тоже удовлетворяет условию), и у Q старший коэффициент равен 1 (домножим P и Q на константу, чтобы старший коэффициент стал равен 1). Введем обозначение для

разложения Q на линейные множители (естественно, воспользовавшись существованием такого разложения в комплексных числах):

$$Q(x) = (x - \alpha_1)^{n_1}(x - \alpha_2)^{n_2} \dots (x - \alpha_k)^{n_k}.$$

Далее нам потребуется известное утверждение о разложении рациональной функции в сумму простейших дробей.

Лемма 1 (о разложении на простейшие дроби). Существует и единственно представление вида

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = P_0(x) + \frac{P_1(x)}{(x - \alpha_1)^{n_1}} + \frac{P_2(x)}{(x - \alpha_2)^{n_2}} + \dots + \frac{P_k(x)}{(x - \alpha_k)^{n_k}}; \quad (*)$$

где степень $P_i(x)$ меньше n_i при $1 \leq i \leq k$, причем $P_i \neq 0$.

Это стандартный факт, доказательство которого можно прочесть во многих учебниках, и даже в Википедии в статье “Разложение рациональной дроби на простейшие”.

Для комплексного числа α множество чисел вида $\alpha + md$, где $m \in \mathbb{Z}$ – целое, будем называть *цепью* числа α .

Ключевое утверждение: если α – корень Q , то числа 0 и 1 принадлежат цепи α .

Доказательство. Пусть α – корень Q , тогда обозначим через m_- и m_+ такие минимальное и максимальное значения m , при которых $\alpha + md$ является корнем Q . Заметим, что m_- и m_+ определены корректно: множество значений m не пусто (поскольку 0 подходит) и конечно, поскольку у Q конечное число корней (первое место, в котором важно, что $d \neq 0$). Тогда пусть не оба числа 0 и 1 лежат в цепи α . Тогда одно из двух чисел $\alpha + (m_- - 1)d$ и $\alpha + m_+d$ не является ни 0 ни 1 (второе место: нам важно, что $\alpha + (m_- - 1)d$ и $\alpha + m_+d$ – два разных числа). Рассмотрим эти два случая.

Пусть $\alpha + m_+d = \alpha_i$ – не равно ни 0 ни 1. Посмотрим на равенство из условия

$$\frac{P(x)}{Q(x)} - \frac{P(x+d)}{Q(x+d)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

и разложим левую часть на простейшие дроби. Поскольку α_i – корень Q , в разложение $\frac{P(x)}{Q(x)}$ входит член со знаменателем $(x - \alpha_i)^{n_i}$ и ненулевым числителем. Но α_i – не корень $Q(x+d)$, иначе $\alpha_i + d = \alpha + (m_+ + 1)d$ было бы корнем $Q(x)$, что противоречило бы максимальной m_+ . Тогда член со знаменателем $(x - \alpha_i)^{n_i}$ не входит в разложение $\frac{P(x+d)}{Q(x+d)}$, значит члену с таким знаменателем слева не с чем сократиться – но он не входит в правую часть – противоречие.

Аналогично пусть $\alpha + (m_- - 1)d = \alpha_i - d$ – не равно ни 0 ни 1. Посмотрим на равенство из условия

$$\frac{P(x)}{Q(x)} - \frac{P(x+d)}{Q(x+d)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

и разложим левую часть на простейшие дроби. Поскольку $\alpha_i - d$ – корень $Q(x+d)$, в разложение $\frac{P(x+d)}{Q(x+d)}$ входит член со знаменателем $(x - \alpha_i + d)^{n_i}$ и ненулевым числителем. Но $\alpha_i - d = \alpha + (m_- - 1)d$ – не корень $Q(x)$, обратное противоречило бы минимальности m_- . Тогда член со знаменателем $(x - \alpha_i + d)^{n_i}$ не входит в разложение $\frac{P(x+d)}{Q(x+d)}$, значит члену с таким знаменателем слева не с чем сократиться – но он не входит в правую часть – противоречие.

Итак, мы доказали, что если у многочлена Q есть комплексные корни, то в цепь этого корня входят числа 0 и 1 , то есть выполняется равенство $d = \frac{1}{m}$ для какого-то целого m . Если же у Q нет комплексных корней, то он – ненулевая константа, то есть $\frac{P(x)}{Q(x)}$ и $\frac{P(x+d)}{Q(x+d)}$ – многочлены, тогда их разность не может равняться $\frac{1}{x(x+1)}$ (это еще одно почти тривиальное замечание, не сделав которое можно потерять немного баллов).

Осталось показать, что все значения вида $d = \frac{1}{m}$, где $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$ подходят. Для $m > 0$ достаточно взять функцию

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{1}{m}} + \frac{1}{x + \frac{2}{m}} + \dots + \frac{1}{x + \frac{m-1}{m}}$$

и привести сумму к общему знаменателю, числитель взять в качестве P , а знаменатель – Q . Для $m < 0$ то же самое сделать с суммой

$$\frac{-1}{x+1} + \frac{-1}{x + \frac{-m-1}{-m}} + \frac{-1}{x + \frac{-m-2}{-m}} + \dots + \frac{-1}{x + \frac{1}{-m}}$$

Критерии

A – здесь оцениваются продвижения в построении примеров для подходящих d .

A0 Примеры только для значений 1 и -1 – 0 баллов.

A7 Явным образом указано Q , на коэффициенты P выписана система линейных уравнений. Сказано, что она верхнетреугольная, но нет упоминания (тем более – доказательства), что на диагонали коэффициенты не нулевые – 7 баллов.

A9 Пример при всех возможных значениях d – 10 баллов.

B – здесь оцениваются продвижения в доказательстве, что не подходят все не подходящие значения d . Все пункты с этой литерой аддитивны с серией **A**.

B3 При альтернативном пути решения доказано, что существует некоторый многочлен $R(x)$ (степень которого не зависит от d), такой что $R(x)Q(x)$ делится на $Q(x+d)$ – 10 баллов.

B4 Доказано, что $(x+1)Q(x)$ делится на $Q(x+d)$ – 15 баллов.

B6 В лемме о разложении на простейшие нет упоминания, что числитель у любого корня ненулевой – 11 баллов.

B8 Лемма о разложении на простейшие дроби сформулирована, но не доказывалась или доказывалась неверно – *то же, что в B9*

B9 Полное доказательство, что подходят только эти значения d – 22 балла (в сумме с **A9** дает максимальный балл по задаче).

Задание 5 (2021-22.11.5)

Решение. Нам будет полезен аналог целой части $\langle x \rangle$, выражающий для двух чисел с разностью x расстояние по окружности между образами этих чисел, если намотать числовую прямую на единичную окружность: будем говорить, что $\langle x \rangle = \{x\}$ при $\{x\} \leq 1$ и $\langle x \rangle = 1 - \{x\}$ при $\{x\} > 1$ (здесь $\{x\}$ обозначает обычную целую часть числа x). Тогда, например, если длина дуги между точками α и β равна ϕ , то длина дуги между 2022α и 2022β равна $\langle 2022\phi \rangle$.

Предположим противное: что проведено бесконечное число хорд, но все они не пересекаются. Нам будет удобно представлять, что мы последовательно добавляем новые точки в порядке их номеров и рисуем получающиеся хорды.

Для краткости точку $P(2022^n \phi)$ будем обозначать просто P_n . Заметим, что точки не повторяются: если бы оказалось, что $P_m = P_n$ при $m > n$, то выполнялось бы $P_{m+1} = P_{n+1}$, $P_{m+1} = P_{n+1}$ и т. д., тогда число хорд было бы конечным. Итак, каждая новая точка попадает строго между ранее поставленными.

Определим по индукции понятие *активной дуги n -го шага*. Для натурального $n = 1$ будем ей считать ту из двух дуг P_0P_1 , на которую попадает P_2 . Заметим, что тогда все точки P_n лежат на активной дуге первого шага. В самом деле, пусть все точки от 2-й до m -й лежат на активной дуге 1-го шага, а $(m + 1)$ -я там не лежит. Тогда хорды P_0P_1 и P_mP_{m+1} пересекаются.

Теперь предположим, что мы уже индукцией по n доказали, что все точки P_m попадают на активную дугу n -го шага при $m > n$. Определим активную дугу $(n + 1)$ -го шага. P_{n+1} лежит на n -й активной дуге, значит делит ее на две части. На одну из этих частей попадает точка P_{n+2} – эту часть и будем называть активной дугой $(n + 1)$ -го шага. Тогда чтобы индукция работала нам осталось доказать, что все точки P_m лежат на этой дуге при $m \geq n + 2$. Понятно, что концы дуги – это какие-то из предыдущих точек P , значит есть фрагмент ломанной, соединяющий их. Значит если P_m еще лежит на дуге, а P_{m+1} – уже нет, и P_{m+2} не совпадает ни с одной из предыдущих точек P (что упоминалось ранее) – значит, P_mP_{m+1} пересекается с указанным фрагментом ломанной.

Как легко видеть, каждая следующая активная дуга является подмножеством предыдущей. Более того, обозначим через ϕ_n , длину активной дуги, а через ψ_n – длину дуги $P_{n-1}P_n$ (той из двух, которая лежит внутри активной). Тогда или

$$\phi_n = \psi_n \text{ или } \phi_n = \phi_{n-1} - \psi_n. \quad (*)$$

Поскольку $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$ – невозрастающая последовательность положительных чисел, она имеет предел. Докажем, что этого не может быть.

Если предел равен нулю, то нулю же равен и предел последовательности $\{\psi_n\}_{n=1}^{\infty}$, поскольку $\psi_n \leq \phi_{n-1}$. Но заметим, что $\psi_{n+1} = \langle 2022\psi_n \rangle$. То есть если $\psi_n \leq \frac{1}{4044}$, то $\psi_{n+1} = 2022\psi_n$. Кроме того, ψ_n всегда не равно нулю (иначе две точки совпали). Значит для $\varepsilon = 1$ в последовательности встречаются члены большие ε со сколь угодно большими номерами – ноль не является пределом.

Пусть предел равен положительному числу a . Тогда по (*) последовательность ψ_n разбилась на две подпоследовательности, предел одной равен нулю, предел другой – a , причем по доказанному выше вторая содержит бесконечное число членов. Заметим, что a – неподвижная точка преобразования $\psi \rightarrow \langle 2022\psi \rangle$. Тогда аналогично $|\psi_{n+1} - a| = 2022|\psi_n - a|$, если $|\psi_n - a| \leq \frac{1}{4044}$.

Выберем $\varepsilon < \frac{a}{20220}$, будем говорить о числах 0 и a , как о двух пределах. Начиная с какого-то номера все ψ_n должны попадать в ε -окрестность одного из двух пределов. Но тогда при переходе от ψ_n к ψ_{n+1} расстояние до предела будет расти в 2022 раза – рано или поздно ψ_n выскочит из ε -окрестности текущего предела и еще не дотянется до ε -окрестности другого предела.

Комментарии. Многие участники пытались доказывать факт, что при фиксированных α и ϕ углы вида $\alpha^n \phi$ (при всех натуральных n) всюду плотны на окружности. По-видимому, перепутав его с фактом, что для не соизмеримого с π угла α углы вида $n\alpha$ всюду плотны на окружности. Второй факт верен, первый нет.

Критерии

A0 Утверждения вида “если $\frac{\phi}{\pi}$ рационально, то различных точек конечное число”, если точка повторилась, то повторятся и все последующие, если точек конечное число, то и хорд конечное число – 0 баллов.

A3 Четкая формулировка и доказательство леммы, что последовательность длин хорд не может иметь предел – 16 баллов.

A4 В большей общности: что последовательность длин хорд не может разбиваться на две, каждая из которых имеет предел (причем одна – нулевой). Либо аналогичное утверждение про последовательность точек, а не длин хорд между последовательными точками – 24 балла.

B3 Четкая структура решения, сводящая задачу к лемме из критерия A4, но без доказательства этой леммы – 18 баллов.

Задание 6 (2021-22.11.6)

Ответ: $C = 56$.

Решение. Докажем оценку $C \leq 56$. Пусть существует стратегия, позволяющая ошибаться не более чем в k битах (т. е. $C = 60 - k$). Тогда заметим, что Наблюдатель, знающий стратегию Фокусника, сообщенное Ассистентом слово, и набор бит, в которых ошибся Фокусник, может восстановить написанное Зрителем слово. В самом деле, Наблюдатель берет слово, которое должен был написать Фокусник, и меняет его в тех местах, где Фокусник ошибся. Значит количество различных пар вида “слово, сообщенное Ассистентом, и набор мест, в которых фокусник ошибся” не меньше, чем различных слов, которые мог написать зритель. То есть $2^{44} \left(\binom{60}{0} + \binom{60}{1} + \dots + \binom{60}{k} \right) \geq 2^{60}$. Перепишем в виде $\left(\binom{60}{0} + \binom{60}{1} + \dots + \binom{60}{k} \right) \geq 2^{16}$, и заметим, что при $k \leq 3$ неравенство неверно: $2^{16} > 64000$, но $\binom{60}{0} + \binom{60}{1} + \binom{60}{2} + \binom{60}{3} < 1 + 60 + \frac{60^2}{2} + \frac{60^3}{6} = 1 + 60 + 1800 + 36000$.

Теперь попробуем показать, из каких соображений строится пример. Для начала напомним конструкцию, известную как математикам, так и программистам: двоичный код длины 15, позволяющий передать 11 бит полезной информации и исправить ошибку не более чем в одном бите (также известен как 15-битный код Хэмминга). Построим его.

Для начала заметим, что есть ровно 11 слов длины 4 из нулей и единиц, содержащих хотя бы две единицы (всего слов $2^4 = 16$, минус одно из одних нулей, минус четыре с одной единицей). Припишем такие слова номерам от 1 до 11, как угодно, например, как в таблице:

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11
0011	0101	1001	0110	1010	1100	0111	1011	1101	1110	1111

Теперь построим код таким образом: в первые 11 бит запишем те биты, которые хотим передать (первые 11 позиций будем называть *информационными*). В последние 4 бита запишем следующие контрольные суммы. В 12-й запишем сумму по модулю два тех из первых 11 бит, приписанное 4-значное число которых имеет 1 в первом разряде, то есть биты №№ 3,5,6,8,9,10,11. В 13-й – сумму тех из первых 11 бит, приписанное 4-значное число которых имеет 1 во втором разряде, в 14-й – сумму бит, имеющих 1 в третьем разряде приписанного слова, в 15-й – в четвертом. Покажем, почему этот код позволяет исправить одну ошибку при передаче.

Пусть Получатель получил кодовое слово, возможно искаженное в одном бите. Получатель точно так же по первым 11 битам посчитает 4 контрольные суммы, и сравнит их с четырьмя полученными. Если совпали все четыре – то слово дошло без искажений. В самом деле, если бы искажился контрольный бит – в нем было бы расхождение, а если информационный – то расхождения были бы во всех контрольных, в которые он входит. Аналогично, если расхождение есть ровно в одном контрольном бите, то искажился именно он. В самом деле, если искажился другой контрольный – то все информационные дошли правильно, тогда в этом контрольном расхождения бы не было; а если искажился информационный, то все контрольные дошли правильно, и тогда расхождения были бы во всех контрольных, в которые входит искаженный информационный, а таких контрольных хотя бы два (именно за этим мы приписывали комбинации нулей и единиц, содержащие хотя бы две единицы). По аналогичным соображениям если получатель видит не менее двух расхождений с контрольными битами, то искажен точно информационный. Тогда достаточно из 11 информационных позиций выбрать ту, в приписанном 4-битном слове которой единицы стоят ровно на тех местах, на которых есть расхождения с контрольными суммами – это и есть искаженная позиция.

Теперь подумаем в других терминах, что же мы построили. У нас есть код из 2^{11} кодовых слов. Каждое из этих слов можно исказить 16 способами (ничего не менять, или изменить один из 15 бит). Все 16×2^{11} полученных в результате слов будут разными. В самом деле, если бы какое-то слово w получалось двумя разными способами: искажением кодового слова u_1 и искажением кодового слова u_2 (в обоих случаях – не более чем в одном бите), то код бы не исправлял одну ошибку – Получатель может получить слово w , но в этом случае не может понять, послали ему u_1 или u_2 . Итак, все 16×2^{11} слов разные, но это означает что вообще любое из слов длины 15 получается искажением какого-то из кодовых слов не более чем в одном бите.

На этом и построим стратегию Фокусника и Ассистента. Ассистент видит написанное зрителем 60-битное слово, режет его на четыре 15-битных слова w_1, w_2, w_3, w_4 . Как доказано выше, для них найдутся кодовые слова u_1, u_2, u_3, u_4 , такие что w_i отличается от u_i не более чем в одном символе. Тогда Ассистент выбрасывает из каждого кодового слова контрольные символы, получает четыре слова длины 11, то есть одно слово длины 44. Его он и передает Фокуснику. Фокусник восстанавливает контрольные суммы, получает слово $u_1 u_2 u_3 u_4$, отличающееся от исходного максимум в четырех битах – победа.

Критерии

А: эти критерии оценивают прогресс в доказательстве оценки $C \leq 56$.

А0 Голый ответ. Доказательство, что $C < 60$ – 0 баллов.

А7 Получено ключевое утверждение, что если можно ошибиться не более k раз (т. е. $C = 60 - k$) то $\binom{60}{0} + \binom{60}{1} + \dots + \binom{60}{k} \geq 2^{16}$, но не указано правильное значение k , для которого неравенство становится верным – 18 баллов.

А9 Корректно доказанная оценка – 20 баллов.

Баллы за разные литеры складываются

В0 Построение любых алгоритмов, доказывающих $C \geq 52$ – 0 баллов.

В3 Мечты в духе “нас бы устроил Хэминговский код с такими-то свойствами”, если требуется исправлять больше одной ошибки, и нет соображений, как его строить – 10 баллов.

В8 Пример чистый по модулю существования совершенного кода Хэминга, исправляющего одну ошибку, которое постулировано, но не доказано – то же, что В9.

В9 Пример 56 – 30 баллов. (Таким образом А9+В9 дает полную цену задачи)

**Всероссийская олимпиада школьников «Высшая проба»
Профиль «Информатика»**

Аннотация

Олимпиада «Высшая проба по информатике» проводится для учеников 9–11 классов во многих регионах, что позволяет школьникам проявить свои таланты и умения независимо от места их проживания.

Задания олимпиады по информатике представляют собой задачи по алгоритмам и структурам данных. Решением каждой задачи является программа, написанная на одном из допустимых языков программирования. Проверка задач осуществляется автоматически на заранее подготовленном наборе тестов, результат проверки доступен участникам прямо во время тура. Такой способ проведения олимпиады повышает объективность оценки.

Для решения заданий олимпиады требуется углубленная подготовка по многим темам школьной программы. Большинство тем задач олимпиады пересекаются с Международной олимпиадой по информатике и Всероссийской олимпиадой по информатике, что позволяет участникам олимпиад совместить подготовку к этим олимпиадам.

Знания и умения, полученные при подготовке к олимпиаде, помогают не только при обучении в университете, но и в профессиональной деятельности. Победители и призеры олимпиады «Высшая проба» по информатике успешно продолжают обучение в ведущих университетах, в том числе на Факультете компьютерных наук ВШЭ.

Предисловие

Об олимпиаде

Олимпиада «Высшая проба» по информатике проводится в двух возрастных категориях (9–10 классы и 11 класс) в два этапа. Первый этап проходит в режиме онлайн и состоит из 4 задач. Участники, показавшие лучшие результаты на первом этапе, приглашаются на второй, очный этап, который проходит приблизительно на 20 площадках по всей России и длится 4 часа. Задание очного этапа состоит из 4–5 задач.

Решением задачи является программа, написанная на одном из допустимых языков программирования (в том числе C++, Python, Pascal). Решение разных задач может быть написано на разных языках программирования. Решение проверяется с помощью автоматической тестирующей системы на заранее подготовленном наборе тестов. За каждый пройденный тест начисляется определённое количество баллов. В ходе работы не допускается использование литературы, записей, электронных устройств.

О подготовке к олимпиаде

Успешная подготовка к олимпиадам по информатике (и в частности, к олимпиаде «Высшая проба») включает в себя несколько аспектов. Во-первых, это знание алгоритмов и структур данных, указанных в перечне тем олимпиады. Здесь важно отметить, что понимание этих алгоритмов предполагает наличие у учащегося сильной математической базы. Поэтому нередко учащиеся параллельно готовятся к олимпиадам и по информатике, и по математике.

Другой навык, который также важен в олимпиадной информатике – умение быстро и правильно написать программную реализацию решения задачи. В настоящий момент одними из самых популярных и удобных для этого языков программирования являются Python и C++. Изучить основы работы с ними можно в том числе посредством прохождения онлайн-курсов, ссылки на которые указаны ниже. Следует уделять внимание и развитию навыка строения математической модели задачи – чтения и разбора условий задач, ведь нередко за сложными формулировками скрывается простое решение.

Эти качества развиваются посредством постоянной практики, регулярного прорешивания задач. Не во всех школах на уроках информатики программированию и алгоритмам уделяется достаточное для подготовки к олимпиадам внимание. В этом случае может осуществляться самостоятельная подготовка с помощью специальных интернет-ресурсов, некоторые из которых приведены ниже. Ежегодно подготовкой к олимпиадам по информатике занимаются различные профильные смены и летние школы. Так, Высшая школа экономики организует Летнюю школу по компьютерным наукам. Во многих городах занятия олимпиадной информатикой организуются при университетах либо в учреждениях дополнительного образования.

Перед олимпиадами полезно прорешать задачи из архивов прошлых лет. Архив заданий олимпиады «Высшая проба» по информатике находится на официальном сайте олимпиады.

**Перечень и содержание тем
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»**

9–11 классы

Тема 1. Целочисленная арифметика

Арифметические операции (умножение, деление, остатки, сложение, вычитание). Битовые операции и работа с отдельными битами.

Тема 2. Условный оператор

Ветвления, конструкции if-else и if else-if, выбор из многих вариантов.

Тема 3. Вещественная арифметика

Арифметические операции с вещественными числами. Точность. Округления.

Тема 4. Операторы цикла

Операторы цикла for, while, do ... while. Операторы break и continue.

Тема 5. Массивы

Одномерные и многомерные массивы. Динамическое выделение памяти. Ввод и вывод массивов.

Тема 6. Процедуры и функции

Локальные и глобальные переменные. Передача параметров по значению и по ссылке. Рекурсия.

Тема 7. Работа со строками

Стандартные функции для обработки строк. Конечные автоматы.

Тема 8. Арифметические алгоритмы

НОД и НОК, системы счисления, длинная арифметика, простые числа и разложение на делители, остатки, быстрое возведение в степень.

Тема 9. Алгоритмы поиска

Линейный поиск, двоичный поиск, поиск подстроки в строке, два указателя.

Тема 10. Алгоритмы сортировки

Сортировка подсчетом, сортировка выбором, сортировка пузырьком, применение встроенных сортировок.

Тема 11. Перебор и методы его оптимизации

Полный перебор, связь с задачами о системе счисления. Рекурсивный перебор и методы его оптимизации.

Тема 12. Динамическое программирование

Рекуррентные последовательности, простое динамическое программирование. Динамическое программирование с несколькими параметрами, по подстрокам, по подмножествам, по профилю, по поддеревьям.

Тема 13. Жадный алгоритм

Области применения и стандартные задачи, решаемые жадным алгоритмом. Доказательство применимости.

Тема 14. Алгоритмы на невзвешенных графах

Обход в ширину и глубину и их применение. Топологическая сортировка, компоненты связности, поиск циклов, проверка на двудольность, мосты, точки сочленения, конденсация. Паросочетания. Эйлеров цикл.

Тема 15. Алгоритмы на взвешенных графах

Поиск кратчайших путей: алгоритмы Дейкстры, Беллмана-Форда, Флойда. Минимальные остовные деревья. Потоки.

Тема 16. Вычислительная геометрия

Скалярное и косое произведение. Площади. Взаимное расположение фигур на плоскости и в пространстве. Выпуклые оболочки.

Тема 17. Линейные структуры данных

Стек, дек, очередь. Решение задачи о проверке правильной скобочной последовательности, минимум в окне, обратная польская нотация.

Тема 18. Деревья

Бинарное дерево поиска. Сбалансированность бинарных деревьев поиска. Корневые деревья, система непересекающихся множеств. Дерево отрезков, решение задач RMQ и RSQ. Куча. Дерево Фенвика.

Тема 19. Хеши и хеш-таблицы

Хеш-функции, остатки. Хеш-таблицы. Решение задач о массовом поиске подстрок с помощью суффиксного массива. Бинарный поиск с хешами префиксов.

Тема 20. Разреженные таблицы

Sparse table. Использование разреженных таблиц для решения задачи поиска наименьшего общего предка в дереве.

Тема 21. Эвристические методы и стандартные идеи

Метод «Разделяй и властвуй», метод Монте-Карло, meet-in-the-middle.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ИСТОЧНИКИ

Основные источники

1. Шень А., Программирование: теоремы и задачи – М.: Издательство МЦНМО, 2017.
2. Кормен, Т., Лейзерсон, Ч., Ривест, Р., Штайн, К. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: Вильямс, 2005.
3. Крупнейшая русскоязычная библиотека описаний и реализаций алгоритмов программирования <http://e-maxx.ru/>

Дополнительные источники

1. Онлайн-курс «Введение в программирование (C++)», М.С. Густокашин – <https://stepik.org/course/363>
2. Онлайн-курс «Основы программирования на Python», М.С. Густокашин – <https://www.coursera.org/learn/python-osnovy-programirovaniya/home/welcome>
3. Социальная сеть, посвященная программированию и соревнованиям по программированию <https://codeforces.com>. На сайте регулярно проводятся соревнования, навыки участников отражает рейтинг, а прошедшие соревнования могут быть использованы для подготовки

Задания заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»

9–10 классы

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов за работу – 100

Максимальное количество баллов за задачу – 25

Задача А. Круглый Граф

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

У графа Михаила есть n усадеб расположенных по кругу. Он хочет построить несколько подземных переходов между усадьбами, чтобы перемещаться между ними быстрее. Вы можете выбрать какое-то число k , такое, что для каждой усадьбы она будет соединена с соседними k усадьбами слева и k усадьбами справа. Какое же минимальное k вы должны выбрать, чтобы кратчайшее расстояние между любыми двумя усадьбами было не больше d ? Расстояние между двумя усадьбами измеряется в количестве переходов, которые нужно сделать, чтобы добраться из одной усадьбы в другую.

Формат входных данных

Первая строка содержит одно целое число t ($1 \leq t \leq 10$) – число наборов входных данных. Для каждого набора входных данных на новой строке вводится два целых числа n и d ($3 \leq n \leq 10^{12}$, $1 \leq d \leq 10^{12}$).

Формат выходных данных

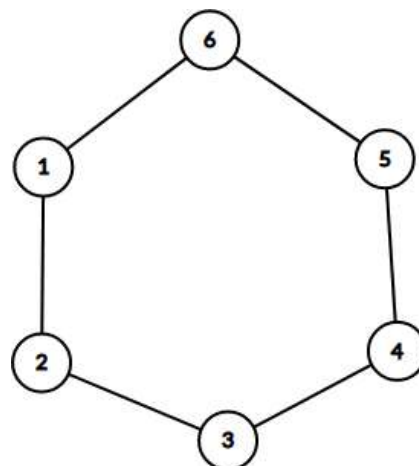
Для каждого набора входных данных выведите одно число – минимальное k удовлетворяющее условию. Числа разделяйте переводами строк или пробелами.

Пример

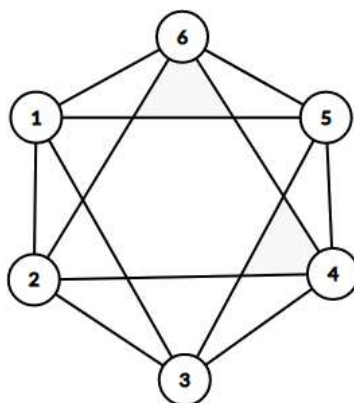
стандартный ввод	стандартный вывод
2	2
6 2	1
3 1	

Замечание

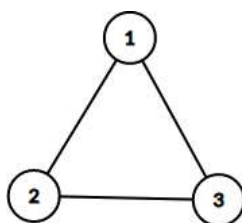
В первом наборе входных данных если мы соединим каждую усадьбу с каждым из соседей (т. е. если $k = 1$), то для попадания в противоположную усадьбу нужно будет совершить 3 перехода (см. рисунок)



Если соединить каждую усадьбу с двумя соседями ($k = 2$) будет ситуация как на рисунке и потребуется не больше двух переходов для попадания из любой усадьбы в любую.



Во втором наборе данных мы просто соединяем все усадьбы ($k = 1$).



Система оценки:

Решения, корректно работающие при $n, d \leq 10^4$, получают не менее 25% баллов.

Решения, корректно работающие при $n, d \leq 10^9$, получают не менее 70% баллов.

Задача В. Игра в спички

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даша и Света играют со спичками, составляя из них разные фигурки. Всего у девочек есть ровно k спичек, и сегодня их задача – собирать прямоугольные сетки. Фигура называется прямоугольной сеткой размера $n \times m$, если спички представляют собой прямоугольник размера $n \times m$ расчерченный на единичные квадраты, где каждый отрезок, разъединяющий квадратики, изображается спичкой (для лучшего понимания рассмотрите примеры). А вот формы у прямоугольников бывают разные. Соответственно задача Даши – собрать прямоугольник минимальной площади из ровно k спичек, а Светы – собрать прямоугольник максимальной площади из ровно k спичек. Помогите девочкам найти размеры искоемых прямоугольников.

Формат входных данных

В первой строке вводится целое число t ($1 \leq t \leq 10$) – число наборов входных данных. Далее каждый набор описывается одним числом k ($1 \leq k \leq 10^9$) – числом спичек, которые есть у девочек.

Формат выходных данных

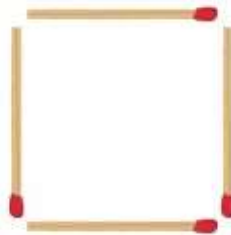
Для каждого набора входных данных выведите минимальную и максимальную возможную площадь, занимаемую прямоугольной сеткой из ровно k спичек. Если же прямоугольник собрать невозможно, вместо обоих чисел необходимо вывести одно число «-1».

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	1 1
4	2 2
7	7 8
22	-1
3	

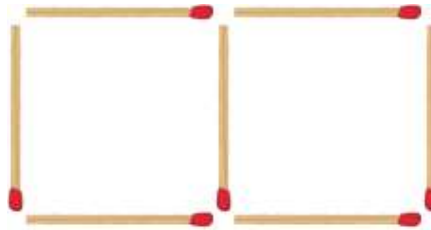
Замечание

В первом наборе данных единственный возможный вариант, это квадрат (прямоугольник 1×1) составленный из спичек.



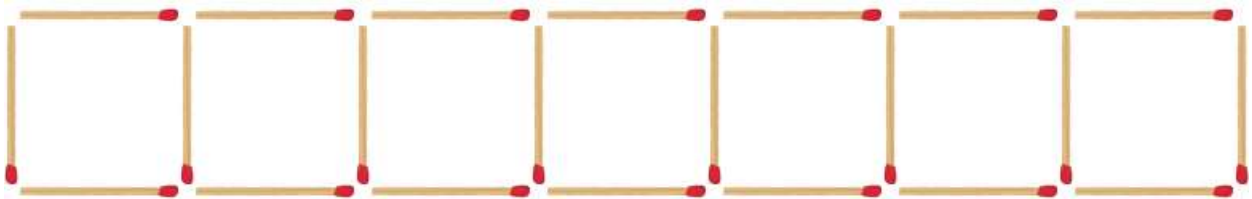
1×1

Во втором наборе данных возможны варианты прямоугольника 1×2 и 2×1 , оба имеют площадь 2.

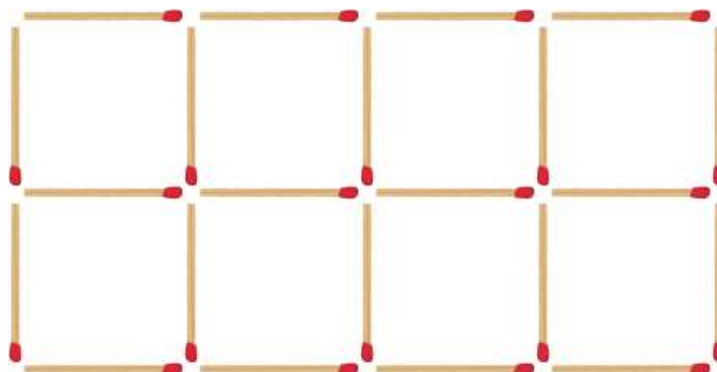


1×2

В третьем наборе данных возможны варианты 1×7 , 7×1 , 2×4 и 4×2 , первые два имеют площадь 7, следующие два имеют площадь 8.



1×7



2×4

В четвертом наборе данных из 3 спичек невозможно собрать никакой прямоугольник.

Система оценки:

Решения, работающие корректно при $k \leq 1000$, получают не менее 30% баллов.

Решения, работающие корректно при $k \leq 10^6$, получают не менее 60% баллов.

Задача С. Битовая сортировка

Имя входного файла: стандартный ввод

Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Девочке Софии очень нравится бинарная запись числа. Однажды вечером она выписывала случайные числа. По счастливой случайности все эти числа были k -битными, то есть для любого числа a_i , которое София написала, выполняется $0 \leq a_i < 2^k$. После этого ее заинтересовал вопрос: если она может поменять значение одного бита в одном из чисел на противоположное, то за какое минимальное количество подобных действий она сможет отсортировать свой список по неубыванию?

Формат входных данных

В первой строке вводится число t ($1 \leq t \leq 100$) – количество наборов входных данных. Для каждого набора входных данных вводятся числа n и k ($1 \leq n \leq 100, 1 \leq k \leq 30$). В следующих n строках вводятся k -битные целые числа a_i которые написала София ($0 \leq a_i < 2^k$). Числа записаны в двоичной системе счисления (от старших разрядов к младшим) с ровно k битами.

Гарантируется, что сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 100.

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите одно число – минимальное количество действий, необходимых для сортировки массива.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	1
3 3	2
000	2
101	0
010	
3 3	
000	
111	
010	
3 3	
100	
111	
010	
1 1	
0	

Замечание

В первом наборе данных достаточно изменить первый бит во втором числе. Тогда получится последовательность 000,001,010, что в десятичной системе будет 0,1,2.

Во втором наборе данных можно изменить первые два бита второго числа. Тогда получится последовательность 000,001,010, что в десятичной системе будет 0,1,2.

Во третьем наборе данных можно изменить первый и последний бит последнего числа. Тогда получится последовательность 100,111,111, что в десятичной системе будет 4,7,7.

В четвертом примере ничего менять не надо, так как последовательность уже неубывающая.

Система оценки:

Решения, работающие корректно при $n \leq 2$ получают не менее 10% баллов.

Решения, работающие корректно при $n \leq 10$ получают не менее 40% баллов.

Решения, работающие корректно при $k \leq 10$ получают не менее 40% баллов.

Задача D. Run, Pancake, Run

Имя входного файла: стандартный ввод

Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Тимур решил заняться пробежками по общежитию. Он мотивирует себя блинами.

Общежитие состоит из n комнат, некоторые пары из которых соединены переходами длиной 10 метров. Общежитие является деревом, то есть для каждой пары комнат существует ровно один путь их соединяющий.

Каждая комната содержит тарелку, в которой находится ровно k блинов. Каждый переход содержит тарелку, в которой находится ровно 2 блина.

Пробежка Тимура выглядит следующим образом:

1. Тимур стартует в любой из комнат и ест в ней 1 блин. Переходит к шагу 2.
2. Тимур, находясь в комнате v , выбирает некоторую комнату u , такую, что:
 - Переход между v и u существует и содержит хотя бы 1 блин.
 - Комната u содержит хотя бы 1 блин.

Если такой комнаты не существует, Тимур расстраивается и немедленно прекращает пробежку. Иначе он переходит к шагу 3.

3. Тимур перебегает из v в u , съедая по одному блину в переходе между ними и в комнате u , после чего возвращается к шагу 2.

Тимуру стало интересно, какое максимальное количество метров он сможет пробежать, если выберет стратегию оптимально. Помогите ему определить это.

Формат входных данных

Первая строка теста содержит одно целое число t ($t \leq 100$) – количество наборов тестовых данных. Затем следуют t наборов тестовых данных, разделенные пустой строкой.

Первая строка набора тестовых данных содержит два целых числа n, k ($1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq k \leq 10^9$).

Следующая $(n - 1)$ строка набора тестовых данных содержит два целых числа v, u ($1 \leq v, u \leq n, u \neq v$) – описание переходов. Гарантируется, что переходы задают дерево.

Гарантируется, что сумма n в тестовых наборах не превосходит 10^5 .

Формат выходных данных

Для каждого набора тестовых данных выведите в отдельной строке одно целое число – ответ на него.

Система оценки

Группа	Баллы	Доп. ограничения		Комментарий
		sum_n	k	
0	0	–	–	Тесты из условия
1	2	$n \leq 1\,000$	$k = 1$	
2	2	–	$k = 1$	
3	3	$n \leq 300$	$k = 2$	
4	4	$n \leq 20$	–	
5	4	$n \leq 1\,000$	–	
6	5	–	–	

Тесты к этой задаче состоят из 6 групп. Каждый тест в группе оценивается в 1 балл.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3	40
7 1	40
1 2	20
1 3	
2 4	
2 5	
3 6	
3 7	
4 2	
1 2	
1 3	
1 4	
2 10	
1 2	
1	160
12 2	
7 8	
4 5	
7 11	
8 10	
6 7	
4 3	
9 7	
3 2	
4 6	
1 2	
12 11	

11 класс

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов за работу – 100

Максимальное количество баллов за задачу – 20

Задачи А, В, С и D аналогичны задачам 9–10 классов.

Задача Е (дополнительная задача для 11 класса). Метро

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	6 секунд
Ограничение по памяти:	768 мегабайт

В столице Берляндии построили первую линию метро. Линия содержит $n + 1$ станцию и n перегонов между ними, i -й перегон соединяет станции с номерами i и $i + 1$ и стоимость проезда по нему равна c_i .

Перед полным открытием метро правительство Берляндии планирует сделать m тестовых запусков метро. В i -м запуске будут открыты станции, номера которых не меньше l_i и не больше r_i , а также все перегоны между этими станциями. В каждом тестовом запуске метро для каждой пары станций с номерами a и b , таких что $a < b$, будет пущен поезд из станции a в станцию b , с остановками на всех промежуточных станциях. Например если всего в метро 5 станций и во время тестового запуска будет открыты станции между 2 и 4, то будет пущен поезд со станции 2 на станцию 3, со станции 3 на станцию 4 и со станции 2 на станцию 4 с промежуточной остановкой на станции 3.

Чтобы показать доступность метро, правительство Берляндии для каждого тестового запуска выбирает число k_i и считает k_i -й минимальный по стоимости проезда перегон среди открытых перегонов в i -й день, при этом каждый перегон учитывается столько раз, сколько поездов по нему проезжает. Другими словами правительство Берляндии хочет выписать стоимость проезда по каждому перегону столько раз, сколько поездов по нему проехало, после чего отсортировать полученный массив по возрастанию и найти в нём k_i -е число. Помогите правительству Берляндии найти такой перегон для каждого из тестовых запусков.

Формат входных данных

В первой строке вводятся два целых числа n и m ($1 \leq n, m \leq 300\,000$) – число перегонов и число тестовых запусков метро.

В следующей строке вводятся n чисел $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ ($1 \leq c_i \leq 500\,000$) – стоимости проезда по перегонам метро.

Следующие m строк описывают тестовые запуски. В i -й строке вводятся три целых числа l_i , r_i и k_i ($1 \leq l_i < r_i \leq n + 1, 1 \leq k_i \leq \frac{1}{6}(r_i - l_i)(r_i - l_i + 1)(r_i - l_i + 2)$) – первая открытая станция, последняя открытая станция и какой по стоимости перегон надо найти.

Формат выходных данных

Для каждого тестового запуска в отдельной строке выведите стоимость k_i -го минимального по стоимости перегона среди всех открытых перегонов в i -й день, при этом

учитывая каждый перегон столько раз, сколько поездов по нему проезжают в i -й тестовый запуск.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 6	1
1 2 3 2 3	2
1 3 2	2
1 4 7	3
3 6 4	3
1 6 35	2
2 5 7	
2 6 10	

Замечание

В задаче 21 тестов, каждый тест кроме первого независимо оценивается в 1 балл. Тесты можно разделить на 10 групп:

Группа	Макс. балл	Дополнительные ограничения				Комментарий
		n	m	c_i	k_i	
0	0	–	–	–	–	Тесты из условия.
1	1	$n \leq 10$	$m \leq 100$	$c_i \leq 10$	–	
2	2	$n \leq 100$	$m \leq 100$	$c_i \leq 100$	–	
3	2	$n \leq 100$	–	$c_i \leq 100$	–	
4	2	$n \leq 500$	$m \leq 500$	$c_i \leq 500$	–	
5	2	$n \leq 10\,000$	$m \leq 10\,000$	$c_i \leq 10\,000$	–	
6	2	$n \leq 100\,000$	$m \leq 100\,000$	$c_i \leq 30$	–	
7	3	$n \leq 100\,000$	$m \leq 100\,000$	–	–	
8	2	–	–	$c_i \leq 2$	–	
9	2	–	–	$c_i \leq 500$	$k_i \leq 500$	
10	2	–	–	–	–	

Задания заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»

9–10 классы

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 400

Максимальное количество баллов за задачу – 100

Задача А. Набрать сумму денег

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Мальчик Витя хочет понять, сколькими способами он может расплатиться за свою игрушку стоимостью N рублей, при этом в магазине нет денег для сдачи. Так как у него есть неограниченное число купюр номиналом 50, 100 и 200 рублей, то ему слишком сложно дать ответ на этот вопрос. Помогите ему.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит единственное неотрицательное целое число N ($0 \leq N \leq 10^6$) – стоимость игрушки.

Формат выходных данных

Выведите количество различных способов купить игрушку стоимостью ровно N рублей купюрами 50, 100, 200 рублей при условии невозможности выдачи сдачи Вите.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
50	1
36	0
200	4

Задача В. Велодорожки

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Мэр одного города очень любит следить за тенденциями и воспроизводить их в своём городе. До него дошла новость о популярности велодорожек. Теперь он хочет проложить велодорожки в своём городе и сделать это лучше, чем в других городах! Поэтому он решил сделать велодорожки даже на главной площади города.

Главная площадь представляет собой прямоугольник шириной w и высотой h , замощённый квадратными плитками со стороной 1. Мэр хочет, чтобы было проложено две велодорожки **одинаковой ширины**: одна горизонтальная и одна вертикальная. К сожалению, ремонт на площади проводился достаточно давно и на некоторых плитках уже

появились трещины. Мэр хочет проложить велодорожки так, чтобы после этого на площади остались только целые плитки. При строительстве велодорожек плитки на их месте убираются. Можно только убирать плитки с площади и нельзя менять местами или добавлять новые. Чтобы потратить меньше денег, мэр хочет сделать велодорожки наименьшей возможной ширины, при этом ширина дорожек должна быть целым числом. Определите, какой должна быть ширина велодорожек.

Формат входных данных

В первой строке входных данных содержатся три целых числа w, h, n ($1 \leq w, h \leq 10^9$, $1 \leq n \leq \min(w \times h, 3 \cdot 10^5)$) - ширина и высота площади и количество потрескавшихся плиток соответственно.

В следующих n строках содержится по 2 целых числа x_i, y_i ($1 \leq x_i \leq w, 1 \leq y_i \leq h$) – координаты потрескавшихся плиток. $(x_i, y_i) \neq (x_j, y_j)$ при $i \neq j$.

Формат выходных данных

Выведите единственное число c ($1 \leq c \leq \min(w, h)$) – наименьшую возможную ширину велодорожек.

Система оценки

Тесты к этой задаче состоят из 5 групп. Баллы за каждую группу ставятся только при прохождении всех тестов группы и всех тестов **необходимых** групп.

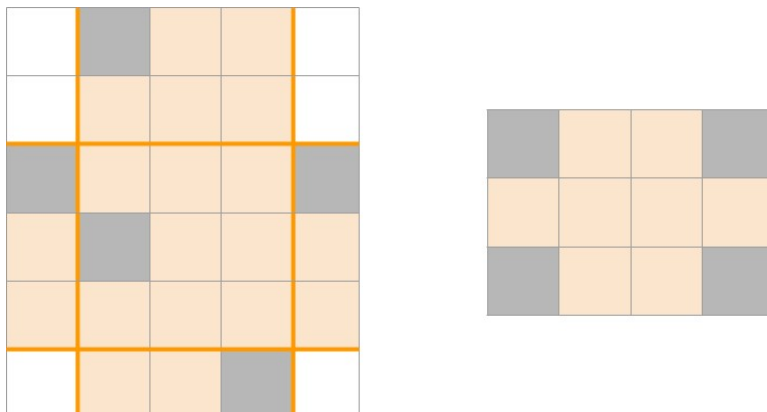
Группа	Баллы	Доп. ограничения		Необх. группы	Комментарий
		w, h	n		
0	0	–	–	–	Тесты из условия.
1	10	$w, h \leq 500$	$n \leq 500$	0	
2	10	$w, h \leq 2000$	$n \leq 2000$	0, 1	
3	10	$w, h \leq 2000$	–	0, 1, 2	
4	30	$w, h \leq 3 \cdot 10^5$	–	0-3	
5	40	–	–	0-4	

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5 6 5 5 4 2 6 4 1 2 3 1 4	3
4 3 4 1 1 4 3 4 1 1 3	3

Замечание

Ниже приведены картинки к примерам из условия. Серым отмечены потрескавшиеся плитки. Во втором примере ширина дорожек равна меньшей из сторон прямоугольника.

**Задача С. Налог**

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даниилу на совершеннолетие состоятельные родители подарили n квартир и его радости не было предела до того момента, пока он не узнал, что со вступлением во взрослую жизнь появляются налоги. В Берляндии (стране, в которой живет Даниил) действует налог на недвижимость, зависящий только от площади максимальной квартиры, которой владеет гражданин. Даниил научился уменьшать площадь квартиры, однако за это тоже нужно платить: пусть площадь квартиры, которую он хочет уменьшить равна x , тогда, тогда квартиру можно уменьшить в y раз, заплатив ровно y монет, если после этого площадь останется целым числом, причем для каждой квартиры можно повторять такую операцию несколько раз. Всего у Даниила k монет, помогите ему узнать какую минимальную площадь максимальной квартиры он может получить, заплатив не более k монет.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа n и k ($1 \leq n \leq 10^5$, $0 \leq k \leq 10^9$) – количество квартир и количество монет соответственно.

Вторая строка содержит n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^6$) – площади квартир.

Формат выходных данных

Выведите одно число - минимальную площадь максимальной квартиры, которую он может получить.

Система оценки

Решения, корректно работающие для $n \leq 3$ получают не менее 30 баллов.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 10	9
27 15 20	

Задача D. Близкие строки

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Определим *близость* двух строк следующим образом: выделим у обеих строк наибольший общий префикс (совпадающие буквы в начале строк) и удалим его. Затем выделим наибольший общий суффикс у обеих строк (совпадающие буквы в конце строк) и тоже удалим его. Сумма длин удалённого префикса и суффикса будет равна близости этих строк.

К примеру, *близость* строк **programming** и **pruning** равна пяти: сначала удаляем наибольший общий префикс **pr**, затем удаляем наибольший общий суффикс **ing**. Сумма длин этих строк равна $2+3 = 5$. Также *близость* строк **hse** и **hsehsehse** равна трём, поскольку после удаления наибольшего общего префикса **hse**, длина наибольшего общего суффикса у пустой строки и **hsehse** равна нулю.

Дан набор из n строк. Для каждой строки найдите ближайшую к ней из набора, исключая саму эту строку.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит одно целое число $n \geq 2$ – число строк.

Каждая из следующих n строк содержат одну строку из строчных букв латинского алфавита.

Формат выходных данных

В единственной строке выходных данных выведите n чисел, разделённых пробелом – номера ближайших строк для каждой строки. Строки пронумерованы от 1 до n в том порядке, в котором они перечисляются во входном файле.

Если возможных ответов несколько, выведите любой из них.

Система оценки

Тесты к задаче разделены на четыре группы. Баллы за каждую группу ставятся только при прохождении всех тестов группы и всех тестов из предыдущих групп.

Обозначим за k как максимальную длину строки, а $S = \sum_{i=0}^n |s_i|$ как суммарную длину всех строк.

Группа	Баллы	n	k	S
1	15	$n \leq 2000$	$k \leq 100$	$S \leq 2 \cdot 10^5$
2	25	$n \leq 10^6$	$k \leq 100$	$S \leq 10^6$
3	40	$n \leq 10^6$	$k \leq 10^6$	$S \leq 10^6$
4	20	$n \leq 10^6$	$k \leq 10^6$	$S \leq 12 \cdot 10^5$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
6 pruning problem hse algorithm programming hsehsehse	5 5 6 2 1 3
3 double duplicate duplicate	3 3 2

11 класс

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 500

Максимальное количество баллов за задачу – 100

Задачи А, В, С и D аналогичны задачам 9–10 классов.

Задача Е (дополнительная задача для 11 класса). Очередные странные операции

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

У Валеры есть мультимножество неотрицательных целых чисел размера n и q запросов на изменение этого мультимножества. Мультимножество может содержать несколько одинаковых элементов.

Запросы бывают трёх типов:

1. Прибавить 1 ко всем числам в мультимножестве.
2. Добавить число в мультимножество.
3. Удалить один экземпляр значения из мультимножества (если таких чисел в мультимножестве нет, ничего делать не нужно).

Валера – большой поклонник битовых операций, в особенности операции побитового исключающего или (xor). Ему очень хочется узнать каким был результат выполнения операции xor для всех элементов мультимножества после каждого изменения.

В программировании Валера не очень силён, поэтому решить эту задачу предстоит вам.

Формат входных данных

В первой строке вводятся два целых числа n, q ($1 \leq n, q \leq 200\,000$) – размер массива a и количество запросов.

Во второй строке вводится n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n ($0 \leq a_i \leq 10^{18}$) – изначальное мультимножество чисел Валеры.

В следующих q строках будет информация о запросах по одному на строке. Каждая из них будет начинаться с числа $type_i$ ($1 \leq type_i \leq 3$) – типа запроса.

Если это запрос второго, или третьего типа, через пробел после типа будет число $value_i$ ($0 \leq value_i \leq 10^{18}$) – значение, которое нужно добавить в мультимножество, если $type_i = 2$ и удалить, если $type_i = 3$.

Формат выходных данных

В i -й строке выведите результат выполнения операции xor для всех чисел в мультимножестве Валеры после первых i изменений.

Система оценки

Тесты к этой задаче состоят из 3 групп. Баллы за каждую группу ставятся только при прохождении всех тестов группы и всех тестов некоторых из предыдущих групп. Обратите внимание, прохождение тестов из условия не требуется для некоторых групп.

Группа	Баллы	Доп. ограничения		Необх. группы	Комментарий
		n, q	a_i		
0	0	–	–	–	Тесты из условия.
1	22	$n, q \leq 100$	–	0	
2	16	–	$a_i \leq 100$	–	Нет запросов второго типа
3	62	–	–	0 – 2	

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 5	7
0 1 3 4 4	7
1	5
2 0	5
1	3
3 7	
3 6	

Задания заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»

9–10 классы

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 400

Максимальное количество баллов за задачу – 100

Задача А. 3 точки

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны три целых числа a, b и c – координаты точек на числовой прямой. За одну операцию можно выбрать упорядоченную пару точек, координату одной из них увеличить на 1, а координату другой уменьшить на 1. Иными словами, если у нас были две точки с координатами u и v , мы выбрали пару (u, v) , то после операции у нас будут точки с координатами $u + 1$ и $v - 1$. Определите, возможно ли такими операциями сделать координаты всех точек равными, и если это возможно, то найдите минимальное количество операций за которое это можно сделать. В некоторых тестах также необходимо найти последовательность операций позволяющих этого добиться.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число t ($t = 0$ или $t = 1$). В случае, если $t = 0$ необходимо вывести только минимальное количество операций, а в случае, если $t = 1$ необходимо также вывести сами операции.

Вторая строка содержит три целых числа a, b и c – изначальные координаты точек на числовой прямой ($|a|, |b|, |c| \leq 10^9$, если $t = 0$ и $|a|, |b|, |c| \leq 10^5$, если $t = 1$).

Формат выходных данных

В первой строке выведите **Yes** или **No**, в зависимости от того, можно ли сделать координаты всех точек равными.

Во второй строке выведите минимальное количество операций.

Если $t = 1$, то в $(i + 2)$ -ой строке выведите u и v , если i ая операция заключалась в выборе пары (u, v) .

Если возможных вариантов ответа несколько – выведите любой из них.

Система оценки

В этой задаче 20 тестов, не считая тестов из условия. Каждый тест оценивается независимо в 5 баллов.

Решения, верно работающие при $t = 0$, будут получать не менее 50 баллов.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
0 1 4 2	No
1 5 6 7	Yes 1 5 7
0 -10000 0 10000	Yes 10000

Задача В. Коммуникация на высоком уровне

Имя входного файла: стандартный ввод

Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В городе в ряд построено n новых небоскребов, которые вы хотите обеспечить современной связью. Для этого вы хотите установить по датчику на каждом небоскребе. На i -м из них вы можете его установить не ниже a_i и не выше b_i . Задержкой для двух датчиков на высотах h_1 и h_2 называется величина $|h_1 - h_2|$. Вы хотите минимизировать сумму задержек для пар соседних зданий. Более формально, если датчики выставлены на высотах d_1, d_2, \dots, d_n , требуется минимизировать величину $|d_1 - d_2| + |d_2 - d_3| + \dots + |d_{n-1} - d_n|$.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит единственное целое число t ($1 \leq t \leq 10^3$) – количество наборов входных данных. Описание наборов входных данных следует ниже.

Первая строка каждого набора входных данных содержит одно целое число n ($1 \leq n \leq 10^6$) – длину массивов a, b .

Следующие две строки содержат по n целых чисел: массивы a и b ($0 \leq a_i \leq b_i \leq 10^9$) соответственно.

Гарантируется, что сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 10^6 . В системе оценки сумма n обозначена как sum_n .

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите две строки. Первая строка должна содержать ответ - минимальную суммарную задержку. Вторая строка должна содержать n целых чисел d_1, d_2, \dots, d_n – высоты расставленных датчиков. Должно выполняться $a_i \leq d_i \leq b_i$. Если решений несколько, выведите любое.

Система оценки

Задача состоит из 20 тестов, не считая тестов из условия. Каждый тест оценивается независимо в 5 баллов. Все тесты можно разделить на следующие группы:

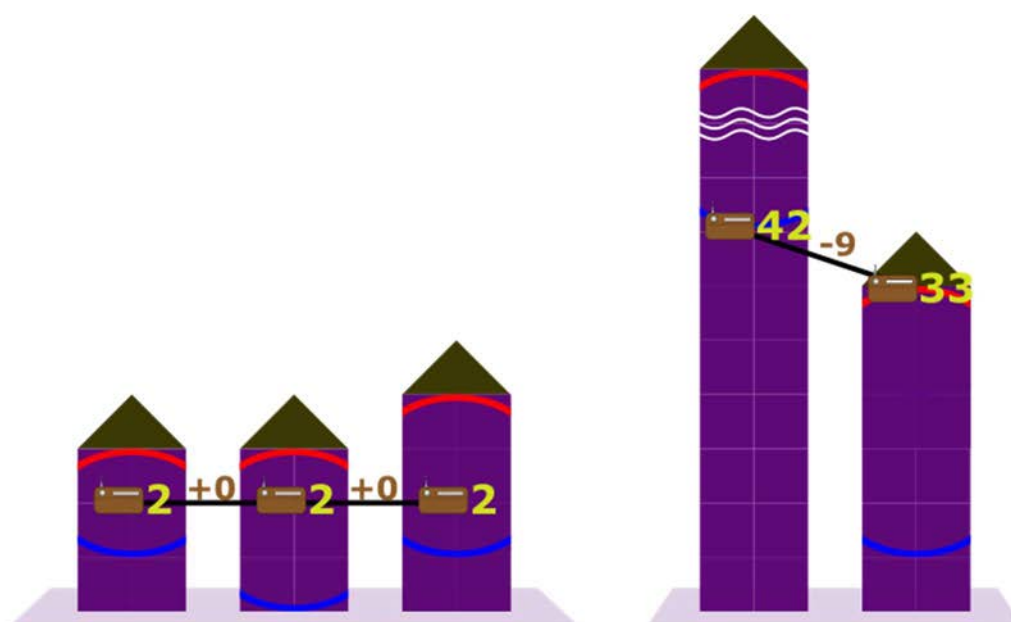
Группа	Макс. балл	Доп. ограничения			Комментарий
		n	sum_n	b_i	
0	0	–	–	–	Тесты из условия
1	20	$n \leq 20$	$sum_n \leq 2000$	$b_i \leq 20$	
2	20	$n \leq 500$	$sum_n \leq 2000$	$b_i \leq 1000$	
3	30	$n \leq 500$	$sum_n \leq 2000$	–	
4	30	–	–	–	

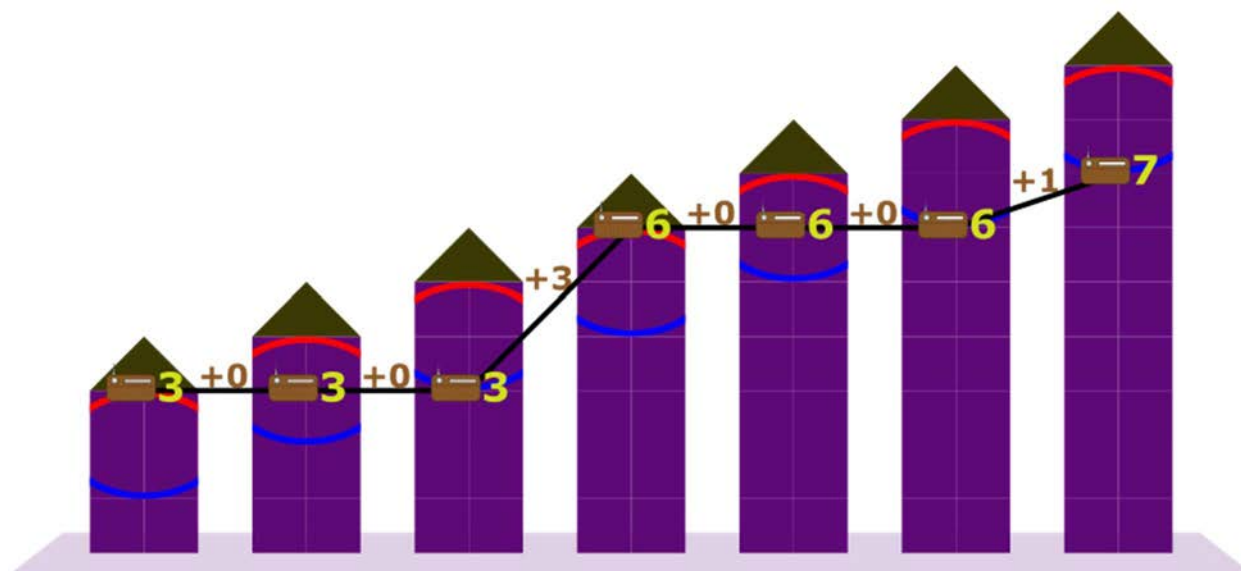
Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3	0
3	2 2 2
1 0 1	9
3 3 4	42 33
2	4
42 10	3 3 3 6 6 6 7
239 33	
7	
1 2 3 4 5 6 7	
3 4 5 6 7 8 9	

Замечание

Ниже приведены иллюстрации для решений тестовых случаев из примера.





Задача С. Выбор полосы

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1.5 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Вы решили проехать по платной дороге, которая состоит из K полос. Также на этой дороге стоит $N + 1$ терминал для оплаты проезда (один в начале, другой в конце и остальные посередине дороги). Терминалы нумеруются числами от 1 до $N + 1$, где 1 – терминал у начала дороги, а $N + 1$ – терминал у конца дороги.

Вы знаете, что время проезда между терминалом i и терминалом $i + 1$ по полосе j ($1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq K$) равно $A_{i,j}$. Также в любом терминале вы можете сменить полосу, каждое перемещение на соседнюю полосу занимает X минут. Можно сместиться на несколько полос.

Вам нужно найти, за какое минимальное время вы сможете добраться от начала дороги (от любой полосы терминала 1) до конца дороги (любой полосы терминала $N + 1$).

Кроме этого, в будущем планируется Q ремонтов, занумерованных от 1 до Q . Нужно определить минимальное время проезда во время ремонтов. Во время ремонта i по полосе l_i нельзя проехать между терминалами t_i и $t_i + 1$. Ремонты происходят последовательно, одновременно идёт только один ремонт. Обратите внимание, что в некоторых подзадачах $Q = 0$, то есть ремонтов не будет.

Формат входных данных

В первой строке вводятся три целых числа N, K и X ($2 \leq N, K \leq 10^6, N \cdot K \leq 10^6, 1 \leq X \leq 10^9$) – число терминалов, полос и время смены полосы на соседнюю соответственно.

В следующих N строках содержится по K целых чисел $A_{i,1}, A_{i,2}, A_{i,3}, \dots, A_{i,K}$ ($1 \leq A_{i,j} \leq 10^9$) – времена проезда между терминалами.

В следующей строке вводится одно целое число Q ($0 \leq Q \leq 10^6$) – количество ремонтов.

В следующих Q строчках вводится по два целых числа t_i и l_i ($1 \leq t_i \leq N$, $1 \leq l_i \leq K$) – параметры ремонта.

Формат выходных данных

В первой строке выведите минимальное время, за которое вы можете добраться от начала до конца дороги.

В следующих Q строках – минимальное время, за которое вы можете добраться от начала до конца дороги во время ремонта.

Система оценки

В этой задаче 25 тестов, кроме тестов из условия. Каждый тест оценивается в 4 балла. Тесты можно разделить на следующие группы:

Номер	Макс. балл	Ограничения		
		N	K	Q
1	12	$N \leq 10$	$K \leq 2$	$Q = 0$
2	12	$N \leq 10$	$K \leq 10$	$Q = 0$
3	12	$N \leq 100$	$K \leq 300$	$Q = 0$
4	12	$N \leq 100$	$K \leq 300$	$Q \leq 100$
5	12	$N \leq 100$	$K \leq 10^4$	$Q = 0$
6	12	$N \leq 10^4$	$K \leq 300$	$Q \leq 10^4$
7	28	–	–	–

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 2	15
12 2 10	15
10 10 4	21
3 7 8	
2	
1 1	
1 2	
3 2 5	40
20 30	45
10 5	40
20 10	40
6	45
1 1	40
1 2	50
2 1	
2 2	
3 1	
3 2	

Замечание

В первом тестовом примере минимальное время достигается следующим образом:

1. Путь начинается с полосы номер 2. После этого мы доезжаем до терминала номер 2 тратя на это 2 минуты.

2. Далее требуется перейти с полосы номер 2 на полосу с номером 3, затратив на это дополнительно 2 минуты, а время для достижения третьего терминала будет равно 4 минутам. Суммарное время для достижения терминала номер 3 равно $2 + 2 + 4 = 8$ минут.

3. Далее требуется перейти с полосы номер 3 на первую полосу. Для этого потребуется дополнительно $2 + 3 = 7$ минут. Суммарное время для достижения последнего терминала – $8 + 2 + 3 = 15$ минут.

Ответ на первый запрос – 15 минут, т. к. наш исходный путь не использует полосу номер 1.

Ответ на второй запрос – 21 минута, потому что оптимальный путь теперь начинается с полосы номер 3.

Задача D. Подвязывание малины

Имя входного файла: стандартный ввод

Имя выходного файла: стандартный вывод

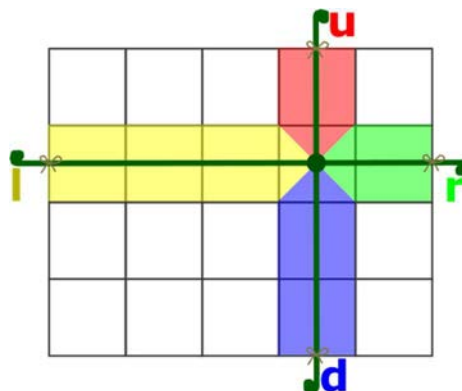
Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Ваш дачный участок представляет собой прямоугольное пространство, огороженное забором по периметру. Дачный участок разбит на квадратные зоны размера 1×1 в n горизонтальных и m вертикальных рядов.

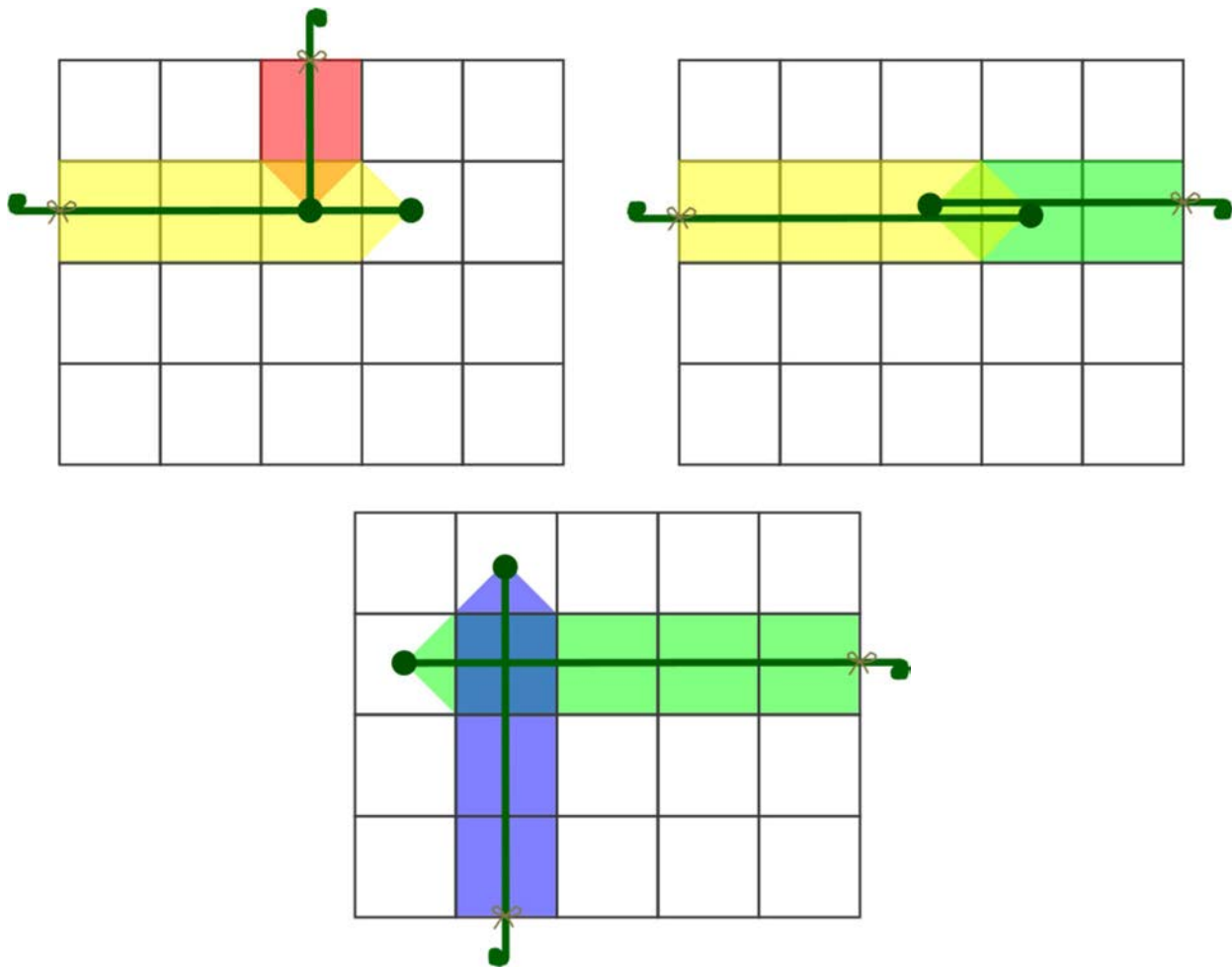
В центре некоторых квадратных зон растет 4 одинаковых стебля малины длиной l_{ij} . Вы хотите подвязать как можно больше стеблей, вырвав остальные. Чтобы подвязать стебель, вы можете протянуть его вдоль земли до забора и привязать к нему. Стеблю должно хватать длины. Протягивать можно только параллельно сторонам забора.

Каждый протянутый стебель занимает все зоны на пути от себя до забора и четверть своей зоны как показано на рисунке(занятое пространство каждым стеблем указано отдельным цветом):



Никакие два стебля не могут занимать одно и то же пространство. То есть для каждой зоны со стеблями вы потенциально можете подвязать любое количество стеблей от 0 до 4, но никакие два из них не могут идти в одном направлении.

Ниже указано три примера, где пространства, занятые стеблями, пересекаются. Такие подвязывания некорректны.



Подвигайте как можно больше стеблей и выведите какие именно из них и как надо привязать.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит единственное целое число t ($1 \leq t \leq 10^3$) – количество наборов входных данных. Описание наборов входных данных следует ниже.

Первая строка каждого набора входных данных содержит три целых числа n, m и s ($1 \leq n, m \leq 10^6, 1 \leq s \leq \min(10^5, n \cdot m)$) – размер участка и количество зон со стеблями.

Следующие s строк содержат по 3 целых числа r_i, c_i, l_i ($1 \leq r_i \leq n, 1 \leq c_i \leq m, 1 \leq l_i \leq 10^6$) – строку, столбец и длину i -го набора стеблей. Гарантируется, что каждая пара (r_i, c_i) встречается в наборе входных данных не более раза.

Гарантируется, что сумма $n \cdot m$ по всем наборам входных данных не превосходит 10^6 , сумма s по всем наборам входных данных не превосходит 10^5 .

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных первая строка должна содержать ответ t – максимальное количество подвязанных стеблей. Следующие t строк должны содержать описание подвязанных стеблей в следующем формате:

В строке должно содержаться два целых числа r_j, c_j – координаты зоны стебля – и литера $d_j \in \{\langle u \rangle, \langle r \rangle, \langle d \rangle, \langle l \rangle\}$, обозначающая направление подвязывания (в соответствии с пояснением на рисунке в условии выше).

Если решений несколько, выведите любое.

Система оценки

В этой задаче каждый тест оценивается независимо. Все тесты можно разделить на следующие группы:

Группа	Макс. балл	Доп. ограничения	Комментарий
		n, m	
0	0	–	Тесты из условия
1	5	$n \leq 1$	
2	10	$n \leq 2$	
3	10	$n \leq 3$	
4	10	$n \cdot m \leq 40$	
5	5	–	<i>Комментарий¹</i>
6	20	$n \cdot m \leq 1\,000$	
7	40	–	

Баллы начисляются за прохождение каждого теста.

Пример

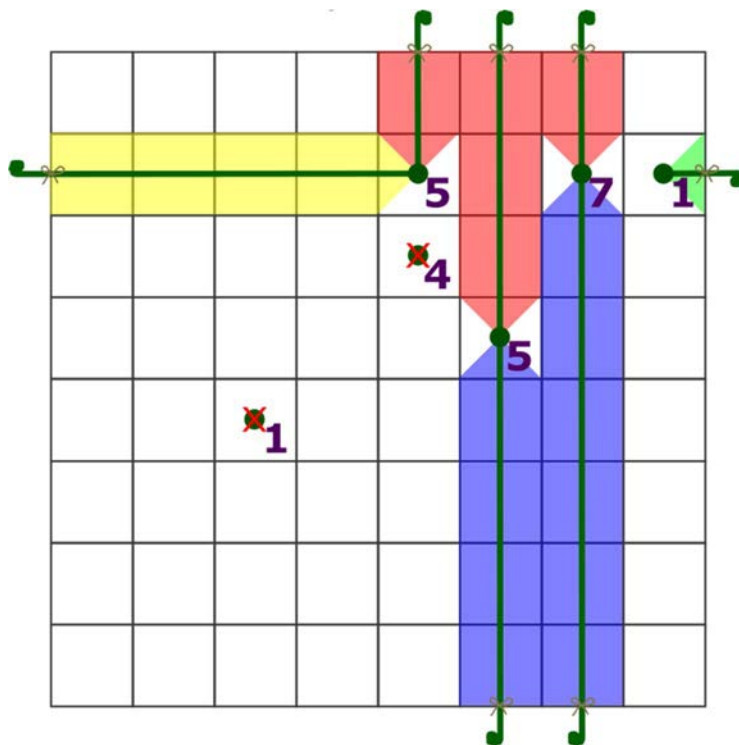
стандартный ввод	стандартный вывод
2	4
4 5 1	2 4 u
2 4 9	2 4 d
8 8 6	2 4 r
2 5 5	2 4 l
2 7 7	7
2 8 1	2 5 u
3 5 4	2 7 u
4 6 5	4 6 d
5 3 1	2 8 r
	2 5 l
	4 6 u
	2 7 d

Замечание

Первый тестовый случай изображен в условии.

¹Для каждой зоны со стеблями гарантируется, что до забора можно дотянуться не более чем в одном из 4 направлений.

Решение для второго тестового случая изображено ниже.



Обратите внимание, что полностью удаленные стебли не мешают протягиванию стеблей через их зону. Так, например, стебель 2 8 r можно заменить на 2 7 r, и решение останется корректным. Существуют также другие варианты решения этого тестового случая.

11 класс

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 500

Задачи А, В, С и D аналогичны задачам 9–10 классов.

Задача Е (дополнительная задача для 11 класса). Следствие вели

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Вам дана последовательность бит a_1, a_2, \dots, a_n , где $a_i \in \{0,1\}$, а также бит r . Вам нужно поставить **максимум одну** пару скобок в выражении a_1, a_2, \dots, a_n так, чтобы выражение равнялось r . Здесь означает битовую импликацию (следствие). Эта операция задаётся следующей таблицей истинности:

x	y	$x \Rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Выражение из нескольких импликаций вычисляется слева направо. Разрешается ставить скобки даже если выражение изначально равнялось r .

Формат входных данных

В первой строке даётся одно натуральное число n ($2 \leq n \leq 5 \cdot 10^5$) – количество бит в выражении.

Во второй строке даётся n бит – переменные a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \in \{0,1\}$)

В третьей строке даётся один бит r – требуемый результат выражения.

Формат выходных данных

Если поставить пару скобок в выражении так, чтобы оно стало равняться искомому, невозможно, то выведите одно число «-1» (без кавычек).

Если ставить скобки в выражение не требуется, выведите одно число «0».

Иначе выведите 2 числа l и r , где $l < r$ – перед какой по счёту переменной нужно поставить открывающую скобку и после какой переменной нужно поставить закрывающую. Обратите внимание, что такая расстановка скобок некорректна: $0 \Rightarrow (1) \Rightarrow 1$.

Система оценки

Задача состоит из 20 тестов, не считая тестов из условия. Каждый тест оценивается независимо в 5 баллов.

Решения, верно работающие для $n \leq 100$, получают не менее 30 баллов.

Решения, верно работающие для $n \leq 5000$, получают не менее 60 баллов.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 0 1 0 1	2 3
5 1 0 1 0 0 1	0
4 1 1 1 1 0	-1

Замечание

В первом примере после установки открывающей скобки до второго элемента и закрывающей после третьего получается выражение $0 \Rightarrow (1 \Rightarrow 0) = 0 \Rightarrow 0 = 1$. Это единственный ответ для данного теста.

Во втором примере изначальное выражение уже имеет значение 0. Также корректным ответом будет, например, «2 4».

В третьем примере при любой расстановке скобок значение выражения будет 1.

Решения к заданиям заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»

9–10 классы**Задача А. Круглый Граф**

```
#include "bits/stdc++.h"
using namespace std;
#define int long long

using ld = long double;

signed main() {
    int t;
    cin >> t;
    for (; t; t--) {
        int n, d;

        cin >> n >> d;
        int l = 1, r = n;
        while (l < r) {
            int mid = (l + r) >> 1;
            int len = n / 2;
            if ((len + mid - 1) / mid <= d) {
                r = mid;}
            else { l = mid + 1; }
        }
        cout << l << endl;
    }
}
```

Задача В. Игра в спички

```
#include "bits/stdc++.h"
using namespace std;
#define int long long

using ld = long double;

signed main() {
    int t;
    cin >> t;
    for (; t; t--) {
        int k;
        cin >> k;
        int mn = 1000000000, mx = -1;
        for (int n = 1; n <= 100000; ++n) {
            //2nm + n + m = k; (2n + 1)m = k - n
            int m = (k - n) / (2 * n + 1);
            if (m * n * 2 + n + m == k && m > 0) {
                mn = min(mn, m * n);
                mx = max(mx, m * n);}
        }
        if (mx == -1) { cout << -1; }
        else { cout << mn << " " << mx; }
        cout << endl;
    }
}
```


Задача С. Битовая сортировка

```

#include "bits/stdc++.h"
using namespace std;
#define int long long

using ld = long double;

const int N = 101, K = 31;
int dp[K][N][N];
int bits[K][N];
int one_pref[K][N];

inline int ones(int k, int l, int r) {
    return one_pref[k][r] - one_pref[k][l] + bits[k][l];}

signed main() {
    int t;
    cin >> t;
    for (; t; t--) {
        int n, k;
        cin >> n >> k;

        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            string s;
            cin >> s;
            for (int j = 0; j < k; ++j) {
                bits[j][i] = s[j] == '1';}
        }

        for (int i = 0; i < k; ++i) {
            for (int j = 0; j < n; ++j) {
                one_pref[i][j] = (j ? one_pref[i][j - 1] : 0) +
bits[i][j];}
        }
        memset(dp, 0, sizeof dp);

        for (int i = k - 1; i >= 0; --i) {
            for (int l = 0; l < n; ++l) {
                for (int r = l; r < n; ++r) {
                    dp[i][l][r] = (r - l + 1) - ones(i, l, r) +
((i != k - 1) ? dp[i + 1][l][r] : 0);
                    for (int zero_end = l; zero_end <= r;
++zero_end) {
                        int cost_left = ones(i, l, zero_end);
                        int cost_right = (r - zero_end) -
(one_pref[i][r] - one_pref[i][zero_end]);
                        int cost = cost_left + cost_right;
                        if (i != k - 1)
                            cost += dp[i + 1][l][zero_end];
                        if (zero_end < r && i != k - 1) cost
+= dp[i + 1][zero_end + 1][r];
                        dp[i][l][r] = min(dp[i][l][r], cost);}
                    }
                }
            }
        }
        cout << dp[0][0][n - 1] << endl;}
}

```

Задача D. Run, Pancake, Run

```
#include <bits/stdc++.h>
#pragma GCC optimize ("O3", "unroll-all-loops")
#pragma GCC target ("sse4.2")
using namespace std;
#define F first
#define S second
typedef long long ll;
typedef long double ld;
typedef pair<ll, ll> pll;
typedef pair<int, int> pii;

ifstream in;
ofstream out;

const long long kk = 1000;
const long long ml = kk * kk;
const long long mod = ml * kk + 7;
const long long inf = ml * ml * ml + 7;
mt19937 rng(chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count());

int n, k;
vector<vector<int>> e, kids;
vector<int> d, q, p;
bool viv = false;

void DFS(int v, int my_d = 0) {
    d[v] = my_d;
    for (auto u : e[v])
        if (d[u] == -1) {
            DFS(u, my_d + 1);
            p[u] = v;
            kids[v].push_back(u);
        }
    q.push_back(v);
}

vector<int> st0, st1, st2;
vector<int> dp0, dp1, dp2;

void work(int v) {
    sort(kids[v].begin(), kids[v].end(), [&](int a, int b) {
        return st2[a] > st2[b];});
    int best_k = 0;
    for (int i = 0; i < min(k - 0, (int)kids[v].size()); i++)
        best_k += st2[kids[v][i]] + 2;
    int best_km = 0;
    for (int i = 0; i < min(k - 1, (int)kids[v].size()); i++)
        best_km += st2[kids[v][i]] + 2;
    int best_kmm = 0;
    for (int i = 0; i < min(k - 2, (int)kids[v].size()); i++)
        best_kmm += st2[kids[v][i]] + 2;
    int kids_st2_k = -2;
    int kids_st2_km = -2;
    int kids_st2_kmm = -2;
    if (kids[v].size() >= k + 1)
        kids_st2_k = st2[kids[v][k]];
    if (kids[v].size() >= k)
        kids_st2_km = st2[kids[v][k - 1]];
```

```

if (kids[v].size() >= k - 1 && k >= 2)
    kids_st2_kmm = st2[kids[v][k - 2]];
st2[v] = best_km;
// st0[v] = best_k;
// if (kids[v].size() >= k)
//     st0[v]--;
st1[v] = st2[v];
for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
    int u = kids[v][i];
    int lose = st2[u] - min(st2[u], kids_st2_km);
    st1[v] = max(st1[v], st2[v] - lose + (st1[u] + 1));}
st0[v] = max(st0[v], st1[v]);
dp2[v] = st2[v];
dp1[v] = st1[v];
dp0[v] = st0[v];
if (k >= 2) {
    for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
        int u = kids[v][i];
        int lose = 2 + max(st2[u], kids_st2_kmm);
        dp2[v] = max(dp2[v], best_km - lose + (dp2[u] + 2));}
    vector<int> line0(kids[v].size() + 1, best_kmm);
    vector<int> line1(kids[v].size() + 1, best_kmm);
    vector<int> line2(kids[v].size() + 1, best_kmm);
    for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
        int u = kids[v][i];
        int add = st1[u] + 1;
        int lose = st2[u] - min(st2[u], kids_st2_kmm);
        line1[i + 1] = max(line1[i], line0[i] - lose + add);}
    for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
        int u = kids[v][i];
        int add = st1[u] + 1;
        int lose = st2[u] - min(st2[u], kids_st2_km);
        line2[i + 1] = max(line2[i], line1[i] - lose + add);}
    for (auto val : line2)
        dp2[v] = max(dp2[v], val);
    for (auto val : line1)
        dp2[v] = max(dp2[v], val);}
if (k >= 1) {
    for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
        int u = kids[v][i];
        int lose = 2 + max(st2[u], kids_st2_km);
        if (k >= 2)
            dp0[v] = max(dp0[v], best_k - lose + (dp2[u] +
2));}

    vector<int> line0(kids[v].size() + 1, best_km);
    vector<int> line1(kids[v].size() + 1, best_km);
    vector<int> line2(kids[v].size() + 1, best_km);
    for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
        int u = kids[v][i];
        int add = st1[u] + 1;
        int lose = st2[u] - min(st2[u], kids_st2_km);
        line1[i + 1] = max(line1[i], line0[i] - lose + add);}
    for (int i = 0; i < kids[v].size(); i++) {
        int u = kids[v][i];
        int add = st1[u] + 1;
        int lose = st2[u] - min(st2[u], kids_st2_k);
        line2[i + 1] = max(line2[i], line1[i] - lose + add);}
    for (auto val : line1)

```

```

        dp1[v] = max(dp1[v], val);
    for (auto val : line2)
        dp0[v] = max(dp0[v], val);}
dp0[v] = max(dp0[v], dp1[v]);
if (viv) {
    cout << "\t\t\tst = " << st2[v] << ", " << st1[v] << ", " <<
st0[v] << "\n";
    cout << "\t\t\tstp = " << dp2[v] << ", " << dp1[v] << ", " <<
dp0[v] << "\n";}}

void work_all() {
    st2.assign(n, 0);
    st1.assign(n, 0);
    st0.assign(n, 0);

    dp2.assign(n, 0);
    dp1.assign(n, 0);
    dp0.assign(n, 0);

    for (auto v : q)
        work(v);}

int solve_rooted(int root) {
    d.assign(n, -1);
    p.assign(n, -1);
    q.clear();
    kids.assign(n, {});
    DFS(root);
    work_all();

    int res = 0;
    for (auto i : dp0)
        res = max(res, i);
    return res;}

void solve() {
    cin >> n >> k;
    e.assign(n, {});
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        int v, u;
        cin >> v >> u;
        v--, u--;
        e[u].push_back(v);
        e[v].push_back(u);}
    int answer = solve_rooted(0);
    cout << 10 * answer << '\n';}

int main() {
    // viv = true;
    ios_base::sync_with_stdio(0); cin.tie(0); cout.tie(0);
    ll t = 1;
    cin >> t;
    while (t--)
        solve();
    return 0;
}

```

11 класс

Решения задач А, В, С, D представлены в предыдущем разделе.

Задача Е. Метро

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

const int mxs = 20; // bug small maxs
const int maxx = (1 << mxs);

struct nd {
    int l, r;
    long long a0, a1, a2; // bug int a0
    nd() {
        l = -1;
        r = -1;
        a0 = 0;
        a1 = 0;
        a2 = 0;
    }
};

vector<nd> s;

vector<int> g;

int add(int l, int r, int p, int a, long long x) { // bug int x
    // cout << a << ' ' << s[a].l << ' ' << s[a].r << '\n';
    s.push_back(s[a]);
    a = s.size() - 1;

    s[a].a0++;
    s[a].a1 += x;
    s[a].a2 += x * x;

    // cout << a << ' ' << l << ' ' << r << '\n';
    // cout << s[a].l << ' ' << s[a].r << ' ' << s[a].a0 << ' ' <<
s[a].a1 << ' ' << s[a].a2 << '\n';

    if (l + 1 == r) {
        return a;
    }
    if ((l + r) / 2 > p) {
        s[a].l = add(l, (l + r) / 2, p, s[a].l, x);
    } else {
        s[a].r = add((l + r) / 2, r, p, s[a].r, x);
    }
    return a;
}

int get(int l, int r, long long ll, long long rr, int a, int b, long
long k) {
    while (s[a].l != -1) {
        int al = s[a].l;
```

```

        int bl = s[b].l;
        long long t = -l1 * rr * (s[a1].a0 - s[bl].a0) + (s[a1].a1 -
s[bl].a1) * (l1 + rr) - (s[a1].a2 - s[bl].a2);
        // cout << l1 << ' ' << rr << ' ' << k << "  ";
        // cout << s[a1].a0 - s[bl].a0 << ' ' << s[a1].a1 - s[bl].a1
<< ' ' << s[a1].a2 - s[bl].a2 << '\t';
        // cout << a1 << ' ' << bl << ' ' << l << ' ' << r << ' ' <<
t << '\n';
        if (t >= k) {
            a = a1;
            b = bl;
            r = (l + r) / 2;
        } else {
            a = s[a].r;
            b = s[b].r;
            l = (l + r) / 2;
            k -= t;
        }
    }
    return l;
}

int main() {
    // ios_base::sync_with_stdio(0);
    // cin.tie(0);
    // cout.tie(0);
    int n, m;
    cin >> n >> m;
    int kk = maxx;
    s.push_back(nd());
    while (kk > 1) {
        s.push_back(nd());
        s.back().l = s.size() - 2;
        s.back().r = s.size() - 2;
        kk /= 2;
    }
    g.push_back(s.size() - 1);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int x;
        cin >> x;
        g.push_back(add(0, maxx, x, g[i], i));
    }
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        int l, r;
        long long k;
        cin >> l >> r >> k;
        l--;
        r--;
        cout << get(0, maxx, l - 1, r, g[r], g[l], k) << '\n';
    }
}

```

**Решения к заданиям заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»**

9–10 классы**Задача А. Набрать сумму денег**

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main() {
    int n;
    cin >> n;
    vector<vector<int>> dp(n + 1, vector<int>(3, 0));
    dp[0][0] = 1;

    for (int i = 50; i <= n; ++i) {
        if (i >= 50) {
            dp[i][0] = dp[i - 50][0];
        }
        if (i >= 100) {
            dp[i][1] = dp[i - 100][0] + dp[i - 100][1];
        }
        if (i >= 200) {
            dp[i][2] = dp[i - 200][0] + dp[i - 200][1] + dp[i -
200][2];
        }
    }
    cout << dp[n][0] + dp[n][1] + dp[n][2] << endl;
}
```

Задача В. Велодорожки

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main() {
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie();

    int w, h, n;
    cin >> w >> h >> n;
    vector<pair<int, int>> p(n);
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        cin >> p[i].first >> p[i].second;
    }
    sort(p.begin(), p.end());
    vector<int> y(n);
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        y[i] = p[i].second;
    }
    vector<int> pref_min_y = y, pref_max_y = y;
    vector<int> suf_min_y = y, suf_max_y = y;
    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        pref_min_y[i] = min(pref_min_y[i - 1], pref_min_y[i]);
        pref_max_y[i] = max(pref_max_y[i - 1], pref_max_y[i]);
    }
    for (int i = n - 2; i >= 0; --i) {
        suf_min_y[i] = min(suf_min_y[i], suf_min_y[i + 1]);
    }
}
```



```

    suf_max_y[i] = max(suf_max_y[i], suf_max_y[i + 1]);
}

int cl = 1, cr = min(w, h);
while (cl < cr) {
    int mid = (cl + cr) >> 1;
    int l = 0;
    for (int r = 0; r < n; ++r) {
        while (p[r].first - p[l].first >= mid) {
            ++l;
        }

        int max_y = max(l > 0 ? pref_max_y[l - 1] : -1, r + 1 < n
? suf_max_y[r + 1] : -1);
        int min_y = min(l > 0 ? pref_min_y[l - 1] : h + 1, r + 1 <
n ? suf_min_y[r + 1] : h + 1);

        if (min_y == -1 || max_y - min_y + 1 <= mid) {
            cr = mid;
            goto nxt;
        }
    }
    cl = mid + 1;
nxt:;
}
cout << cl;
}

```

Задача С. Налог

```

#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

#define ll long long

signed main() {
    ll n, k;
    cin >> n >> k;
    vector <ll> a(n);
    for (int i = 0; i < n; cin >> a[i++]);
    unordered_map <ll, vector <ll>> divisors;
    ll mx = 0;
    for (auto i : a) {
        mx = max(mx, i);
        if (divisors.find(i) != divisors.end()) {
            continue;
        }
        for (int j = 1; j * j <= i; ++j) {
            if (i % j)
                continue;
            divisors[i].push_back(j);
            if (j * j == i)
                continue;
            divisors[i].push_back(i / j);
        }
        sort(divisors[i].begin(), divisors[i].end());
    }
}

```

```
vector <ll> sum(mx + 1, 0);
for (ll d = 2; d <= mx; ++d) {
    if (sum[d]) {
        continue;
    }
    sum[d] = d;
    for (ll i = d + d; i <= mx; i += d) {
        ll num = 0, b = i;
        while (b % d == 0) {
            ++num;
            b /= d;
        }
        sum[i] += num * d;
    }
}
unordered_map <ll, vector <ll>> divisors_cost;
for (auto &i : divisors) {
    divisors_cost[i.first].resize(i.second.size());
    for (ll j = i.second.size() - 1; j >= 0; --j) {
        divisors_cost[i.first][j] = sum[i.second[j]];
        if (j != i.second.size() - 1) {
            divisors_cost[i.first][j] =
min(divisors_cost[i.first][j], divisors_cost[i.first][j + 1]);
        }
    }
}
ll l = 1, r = mx, ans = mx;
while (l <= r) {
    ll mid = (l + r) / 2;
    ll sm = 0;
    for (auto i : a) {
        if (i <= mid)
            continue;
        ll l1 = 0, r1 = (ll) divisors[i].size() - 1, ans1 = (ll)
divisors[i].size() - 1;
        while (l1 <= r1) {
            ll mid1 = (l1 + r1) / 2;
            if (i / divisors[i][mid1] <= mid) {
                ans1 = mid1;
                r1 = mid1 - 1;
            }
            else {
                l1 = mid1 + 1;
            }
        }
        sm += divisors_cost[i][ans1];
    }
    if (sm <= k) {
        ans = mid;
        r = mid - 1;
    }
    else {
        l = mid + 1;
    }
}
cout << ans;
}
```

Задача D. Близкие строки

```

#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

using HashKey = uint64_t;

struct String {
    string str;
    vector<uint64_t> hash_pref, hash_suf;

    String() {
        cin >> str;
        hash_pref.resize(str.size());
        for (int i = 0; i < str.size(); ++i) {
            hash_pref[i] = ((i ? hash_pref[i - 1] : 0) * 3111 +
int(str[i] - 'a' + 1)) % 36028797018963913;
        }
        hash_suf.resize(str.size());
        for (int i = int(str.size()) - 1; i >= 0; --i) {
            hash_suf[i] = ((i + 1 < str.size() ? hash_suf[i + 1] : 0)
* 3111 + int(str[i] - 'a' + 1)) % 36028797018963913;
        }
    }

    [[nodiscard]] inline int size() const {
        return int(str.size());
    }

    [[nodiscard]] inline HashKey GetPair(int pref_len, int suf_len)
const {
        uint64_t pref = pref_len == 0 ? 0 : hash_pref[pref_len - 1];
        uint64_t suf = suf_len == 0 ? 0 : hash_suf[hash_suf.size() -
suf_len];
        return (pref * 0x1f1f1f1f) ^ suf;
    }
};

struct AnswerManager {
    vector<int> closeness, ans;
    explicit AnswerManager(int n) : closeness(vector<int>(n, -1)),
ans(vector<int>(n)) {}

    void UpdateAns(int i, int j, int c) {
        if (closeness[i] < c) {
            closeness[i] = c;
            ans[i] = j;
        }
        if (closeness[j] < c) {
            closeness[j] = c;
            ans[j] = i;
        }
    }
};

/*

int GetCloseness(const string& a, const string& b) {

```

```
size_t n = min(a.size(), b.size());
int result = 0;
while (result < n && a[result] == b[result]) {
    ++result;
}
int ind = 1;
while (result < n && a[a.size() - ind] == b[b.size() - ind]) {
    ++result;
    ++ind;
}
return result;
}*/

int GetCloseness(const String& a, const String& b) {
    int n = min(a.size(), b.size());
    int l = -1, r = n;
    if (a.str[0] != b.str[0]) l = r = -1;
    while (l < r) {
        int mid = (l + r + 1) >> 1;
        if (a.hash_pref[mid] == b.hash_pref[mid]) {
            l = mid;
        } else {
            r = mid - 1;
        }
    }

    int result = l + 1;
    l = 0; r = n - result;
    if (a.str.back() != b.str.back()) l = r = 0;
    while (l < r) {
        int mid = (l + r + 1) >> 1;
        if (a.hash_suf[a.size() - mid] == b.hash_suf[b.size() - mid])
        {
            l = mid;
        } else {
            r = mid - 1;
        }
    }
    return result + 1;
}

int main() {
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie();
    int n;
    cin >> n;
    vector<String> s;
    s.reserve(n);
    int k = 0;
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        s.emplace_back();
        k = max(k, s[i].size());
    }

    AnswerManager am(n);

    vector<char> to_check(n, 1);
    vector<char> nxt_to_check(n, 0);
```

```
unordered_map<HashKey, uint64_t> h;

int D = min(k, 160);
for (int ans = 0; ans <= D; ++ans) {
    h.clear();
    nxt_to_check.assign(n, 0);
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        if (to_check[i] && s[i].size() >= ans) {
            for (int pref_len = 0; pref_len <= ans; ++pref_len) {
                HashKey p = s[i].GetPair(pref_len, ans -
pref_len);

                if (h.count(p)) {
                    int v = h[p];
                    am.ans[v] = i; am.ans[i] = v;
                    am.closeness[v] = am.closeness[i] = ans;
                    nxt_to_check[i] = nxt_to_check[v] = 1;
                } else {
                    h[p] = i;
                }
            }
        }
        to_check = nxt_to_check;
    }

    vector<int> left;
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        if (am.closeness[i] == D && s[i].size() > D) {
            left.push_back(i);
        }
    }

    for (int i = 0; i < left.size(); ++i) {
        for (int j = i + 1; j < left.size(); ++j) {
            am.UpdateAns(left[i], left[j], GetCloseness(s[left[i]],
s[left[j]]));
        }
    }

    for (int ind : am.ans) cout << ind + 1 << " ";
}
```

11 класс

Решения задач А, В, С, D представлены в предыдущем разделе.

Задача Е. Очередные странные операции

```
#include "bits/stdc++.h"

using namespace std;

typedef long long ll;
typedef unsigned int uint;
typedef unsigned long long ull;
typedef long double ld;

#define all(v) v.begin(), v.end()
#define len(v) ((int)(v).size())
#define pb push_back
#define kek pop_back
#define pii pair<int, int>
#define pll pair<ll, ll>
#define mp make_pair
// #define int ll

const int INF = (is_same<int, ll>::value ? 3e18l + 666 : 1e9 + 666);
const ll INFll = 3e18l + 666;
mt19937
rnd(chrono::high_resolution_clock::now().time_since_epoch().count());

template<class t1, class t2>
inline bool cmin(t1 &a, const t2 &b) {
    if (a > b) {
        a = b;
        return true;}
    return false;}

template<class t1, class t2>
inline bool cmax(t1 &a, const t2 &b) {
    if (a < b) {
        a = b;
        return true;}
    return false;}

inline int bpow(ll a, ll b, int mod) {
    a %= mod;
    int res = 1;
    for (; b; b >>= 1) {
        if (b & 1) {
            res = int(1ll * res * a % mod);}
        a *= a;
        a %= mod;}
    return res;}

void run();

// #define TASK "taskname"
```

```
signed main() {
#ifdef TASK && !defined(LOCAL)
    freopen(TASK ".in", "r", stdin);
    freopen(TASK ".out", "w", stdout);
#endif
    iosstream::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    cout.tie(0);
    run();}

struct CycleShiftArray {
    vector<int> arr;
    size_t start_pos = 0;

    CycleShiftArray(int n) : arr(n, 0) {}

    int front() const {
        return arr[start_pos];}

    void shift() {
        ++start_pos;
        if (start_pos == arr.size()) {
            start_pos = 0;}
    }

    void add(uint64_t idx, int val) {
        if (idx >= arr.size()) return;
        idx += start_pos;
        if (idx >= arr.size()) {
            idx -= arr.size();}
        arr[idx] += val;}
};

struct ShiftMultiset {
    multiset<uint64_t> m;
    uint64_t offset = 0;

    ShiftMultiset() {}

    void shift() {
        ++offset;}

    void add(uint64_t val) {
        val -= offset;
        m.insert(val);}

    bool remove(uint64_t val) {
        auto it = m.find(val - offset);
        if (it == m.end()) {
            return false;}
        m.erase(it);
        return true;}
};

uint64_t GetClosestBitflip(uint64_t val, int bit) {
    uint64_t tmp = val & ~((1ull << bit) - 1);
    tmp += (1ull << bit);
    return tmp - val;}
```

```
void run() {
    constexpr int bits = 62;

    int n, q;
    cin >> n >> q;

    vector<CycleShiftArray> v;
    v.reserve(bits);
    for (int i = 0; i < bits; ++i) {
        v.emplace_back(min(1ull << i, 1ull * (q + 1)));
    }
    ShiftMultiset m;
    uint64_t res = 0;

    auto change_v = [bits, &v](uint64_t val, int delta) {
        for (int i = 0; i < bits; ++i) {
            v[i].add(GetClosestBitflip(val, i) - 1, delta);
        }
    };

    auto add = [&m, &res, &change_v](uint64_t val) {
        res ^= val;
        m.add(val);
        change_v(val, 1);
    };

    auto remove = [&m, &res, &change_v](uint64_t val) {
        if (!m.remove(val)) return;
        res ^= val;
        change_v(val, -1);};
    auto shift = [bits, &m, &res, &v]() {
        for (int i = 0; i < bits; ++i) {
            if (v[i].front() & 1) {
                res ^= (1ull << i);
            }
            v[i].shift();
        }
        m.shift();};
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        uint64_t v;
        cin >> v;
        add(v);}
    for (int i = 0; i < q; ++i) {
        int t;
        cin >> t;
        if (t == 1) {
            shift();
        } else {
            uint64_t val;
            cin >> val;
            if (t == 2) {
                add(val);
            } else {
                remove(val);}
        }
    }
    cout << res << '\n';}
}
```


**Решения к заданиям заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Информатика»**

9–10 классы**Задача А. 3 точки**

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <stack>
#include <map>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <list>
#include <deque>
#include <queue>
#include <cmath>
#include <set>
#include <iomanip>
#include <fstream>
#include <algorithm>
#include <unordered_map>
#include <unordered_set>
#include <math.h>
#include <stdint.h>
#include <cstdio>
#include <bitset>
#include <random>

using namespace std;
typedef long long ll;
typedef pair<int, int> pii;
typedef tuple<int_fast32_t, int_fast32_t, int_fast32_t> tiii;
typedef vector<vector<int>> vvi;
typedef vector<set<int>> vsi;
typedef unsigned int uint;
const int INF = 1e9 + 10;
const int N = 2e5 + 1000, C = 16;
int MOD = 998244353;

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0); cin.tie(0); cout.tie(0);
    int t; cin >> t;
    vector<int64_t> a(3, 0); cin >> a[0] >> a[1] >> a[2];
    if ((a[0] + a[1] + a[2]) % 3 != 0) {
        cout << "No";}
    else {
        cout << "Yes\n";
        int mid = (a[0] + a[1] + a[2]) / 3;
        int cnt = (abs(a[0] - mid) + abs(a[1] - mid) + abs(a[2] -
mid)) / 2;
        cout << cnt << '\n';
        if (t == 1) {
            sort(a.begin(), a.end());
            while (a[0] < a[2]) {
                cout << a[0]++ << ' ' << a[2]-- << '\n';
                sort(a.begin(), a.end());}
            }
        }
    }
}
```

Задача В. Коммуникация на высоком уровне

```
#include <bits/stdc++.h>
#pragma GCC optimize ("O3", "unroll-all-loops")
#pragma GCC target ("sse4.2")

using namespace std;

#define F first
#define S second
typedef long long ll;
typedef long double ld;
typedef pair<ll, ll> pll;
typedef pair<int, int> pii;

const long long kk = 1000;
const long long ml = kk * kk;
const long long mod = ml * kk + 7;
const long long inf = ml * ml * ml + 7;
#ifdef DEBUG
    mt19937 rng(1033);
#else
    mt19937
rng(chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count());
#endif
int rnd(int mod) { return uniform_int_distribution<int>(0, mod -
1)(rng); }

bool viv = false;
int n;
vector<int> a, b;
vector<int> ans;

void get_value(int me, int known) {
    if (a[me] > ans[known]) {
        ans[me] = a[me];
        return;}
    if (b[me] < ans[known]) {
        ans[me] = b[me];
        return;}
    ans[me] = ans[known];
}

void solve() {
    cin >> n;
    a.resize(n);
    b.resize(n);
    for (auto &i : a)
        cin >> i;
    for (auto &i : b)
        cin >> i;
    int lowest = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        if (b[i] < b[lowest])
            lowest = i;
    ans.resize(n, -1);
    ans[lowest] = b[lowest];
```

```
    for (int i = lowest + 1; i < n; i++)
        get_value(i, i - 1);
    for (int i = lowest - 1; i >= 0; i--)
        get_value(i, i + 1);

    long long lag = 0;
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        lag += abs(ans[i] - ans[i - 1]);
    }

    cout << lag << '\n';
    for (auto i : ans)
        cout << i << ' ';
    cout << '\n';
}

int main() {
    // viv = true;
    ios_base::sync_with_stdio(0); cin.tie(0); cout.tie(0);
    cout << fixed << setprecision(20);
    int t = 1;
    cin >> t;
    while (t--)
        solve();

#ifdef DEBUG
    cerr << "Runtime is: " << clock() * 1.0 / CLOCKS_PER_SEC <<
endl;
#endif
}
```

Задача С. Выбор полосы

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <map>
#include <set>
#include <queue>
#include <algorithm>
#include <string>
#include <cmath>
#include <cstdio>
#include <iomanip>
#include <fstream>
#include <cassert>
#include <cstring>
#include <unordered_set>
#include <unordered_map>
#include <numeric>
#include <ctime>
#include <bitset>
#include <complex>
#include <chrono>
#include <random>
#include <functional>

using namespace std;
```

```
#define int long long

const int INF = 1e18 + 239;
int n, k, x;
vector<vector<int>> a;

void process(vector<int>& b) {
    {
        int opt = INF;
        for (int i = 0; i < k; i++) {
            opt += x;
            opt = min(opt, b[i]);
            b[i] = min(opt, b[i]);
        }
    }
    {
        int opt = INF;
        for (int i = k - 1; i >= 0; i--) {
            opt += x;
            opt = min(opt, b[i]);
            b[i] = min(opt, b[i]);
        }
    }
}

vector<vector<int>> calc_dp() {
    vector<vector<int>> dp(n + 1, vector<int> (k, INF));
    for (int j = 0; j < k; j++) {
        dp[0][j] = 0;
    }
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int j = 0; j < k; j++) {
            dp[i][j] = dp[i - 1][j] + a[i - 1][j];
        }
        process(dp[i]);
    }
    return dp;
}

vector<vector<pair<int, int>>> opt;

signed main() {
    ios_base::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);

    cin >> n >> k >> x;
    a.resize(n);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        a[i].resize(k);
        for (int j = 0; j < k; j++) {
            cin >> a[i][j];
        }
    }
    auto dp_down = calc_dp();
    {
        int ans = *min_element(dp_down[n].begin(), dp_down[n].end());
        cout << ans << endl;
    }
}
```

```

for (int i = 0; i < n - 1 - i; i++) {
    swap(a[i], a[n - 1 - i]);
}
auto dp_up = calc_dp();
for (int i = 0; i < n - 1 - i; i++) {
    swap(a[i], a[n - 1 - i]);
}
{
    opt.resize(n);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int count_down = i;
        int count_up = n - i - 1;
        for (int j = 0; j < k; j++) {
            opt[i].push_back({dp_down[count_down][j] + a[i][j] +
dp_up[count_up][j], j});
            sort(opt[i].begin(), opt[i].end());
        }
        int q;
        cin >> q;
        while (q--) {
            int l, t;
            cin >> t >> l;
            t--;
            l--;
            int ans = INF;
            for (auto [cost, lane] : opt[t]) {
                if (lane != l) {
                    ans = cost;
                    break;
                }
            }
            cout << ans << '\n';
        }
    }
}

```

Задача D. Подвязывание малины

```

#include <bits/stdc++.h>
#pragma GCC optimize ("O3", "unroll-all-loops")
#pragma GCC target ("sse4.2")

using namespace std;

#define F first
#define S second
typedef long long ll;
typedef long double ld;
typedef pair<ll, ll> pll;
typedef pair<int, int> pii;

const long long kk = 1000;
const long long ml = kk * kk;
const long long mod = ml * kk + 7;
const long long inf = mod;
#ifdef DEBUG
    mt19937 rng(1033);
#else
    mt19937
rng(chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count());
#endif

```

```

int rnd(int mod) { return uniform_int_distribution<int>(0, mod -
1)(rng); }

// Author: Mikhail Pogodin (okwedook)
//
// Implementation of simple, yet fast, Dinic algorithm
// Works in  $O(N^2M)$ ,  $O(M\sqrt{N})$  for graphs with binary capacity
// TODO: add optional binary lifting in template
//
// Check tasks: https://codeforces.com/contest/1198/problem/E,
https://official.contest.yandex.ru/contest/18261/problems/E/

template<class F>
struct Dinic {
    int n;
    vector<int> layer;
    struct Edge {
        int v;
        int rev; // index of the reverse edge
        F cap, flow;
        Edge(int _v, int _rev, F _cap, F _flow) :
            v(_v), rev(_rev), cap(_cap), flow(_flow) {}
        inline bool sat() const { return flow >= cap; }
        inline bool unsat() const { return flow < cap; }
        inline F left() const { return cap - flow; }
        inline void addFlow(F df) { flow += df; }
    };
    Dinic(int _n) : n(_n) {
        layer.resize(n);
        ptr.resize(n);
        G.resize(n);
    }
    vector<vector<Edge>> G;
    // Adds edge u -> v with capacity cap
    void addEdge(int u, int v, F cap) {
        int pu = G[u].size(), pv = G[v].size();
        G[u].push_back({v, pv, cap, 0});
        G[v].push_back({u, pu, 0, 0});
        // cout << "EDGE " << u << ' ' << v << endl;
    }
    int s, t;
    // Builds layers for bfs tree
    bool buildBfsTree() {
        fill(layer.begin(), layer.end(), -1);
        static vector<int> que;
        que.clear();
        que.push_back(s);
        layer[s] = 0;
        for (int i = 0; i < que.size(); ++i) {
            int v = que[i];
            for (const auto &e : G[v])
                if (e.unsat() && layer[e.v] == -1) {
                    layer[e.v] = layer[v] + 1;
                    que.push_back(e.v);
                }
        }
        return layer[t] != -1;
    }
};

```

```

vector<int> ptr;
// Tries to find new flow with iterating over pointers
F sendFlow(int v, F f) {
    if (v == t) {
        return f;
    }
    for (; ptr[v] < G[v].size(); ++ptr[v]) {
        auto &e = G[v][ptr[v]];
        if (e.unsat() && layer[e.v] == layer[v] + 1) {
            if (F df = sendFlow(e.v, min(f, e.left()))) {
                e.addFlow(df);
                G[e.v][e.rev].addFlow(-df);
                return df;}
        }
    }
    return 0;}
// Returns the value of the maximal flow
F findFlow(int _s, int _t, F limit = numeric_limits<F>::max()) {
    s = _s;
    t = _t;
    F ans = 0;
    while (buildBfsTree()) {
        fill(ptr.begin(), ptr.end(), 0);
        while (F df = sendFlow(s, limit)) {
            ans += df;
            limit -= df;}
    }
    return ans;
}
vector<bool> used;
// Tries to create a path from s to t with positive flow
F findPath(int v, F f, vector<int> &ans) {
    if (v == t) {
        ans.push_back(v); // Returns vertex path
        return f;
    }
    used[v] = true;
    for (auto &e : G[v])
        if (!used[e.v] && e.flow > 0) {
            F df = findPath(e.v, min(f, e.flow), ans);
            e.addFlow(-df);
            ans.push_back(v);
            return df;}
    return 0;
}
// Returns the decomposition of the flow
// Use only after findFlow
vector<pair<F, vector<int>>> decompose() {
    vector<pair<F, vector<int>>> ans;
    used.resize(n);
    while (true) {
        fill(used.begin(), used.end(), false);
        ans.push_back({0, {}});
        ans.back().F = findPath(s, numeric_limits<F>::max(),
ans.back().S);
        if (ans.back().S.size() == 0) {
            ans.pop_back();
            break;

```



```
        } else {
            reverse(ans.back().S);
        }
        return ans;
    }
};

struct stem {
    int r, c, l;

    void read(int n, int m) {
        cin >> r >> c >> l;
        r--, c--;
    }
};

bool viv = false;
int n, m, s;
vector<stem> st;

void solve(int tc) {
    cin >> n >> m >> s;
    st.resize(s);
    for (auto &st : st)
        st.read(n, m);

    // cout << "n, m, s = " << n << ' ' << m << ' ' << s << endl;
    // for (auto i : st)
    //     cout << i.r + 1 << ' ' << i.c + 1 << ' ' << i.l << endl;

    vector<int> u(m, inf);
    vector<int> r(n, -1);
    vector<int> d(m, -1);
    vector<int> l(n, inf);

    for (auto st : st) {
        if (st.r < st.l) {
            u[st.c] = min(u[st.c], st.r);
        }
        if (st.c < st.l) {
            l[st.r] = min(l[st.r], st.c);
        }
        if (st.r + st.l >= n) {
            d[st.c] = max(d[st.c], st.r);
        }
        if (st.c + st.l >= m) {
            r[st.r] = max(r[st.r], st.c);
        }
    }

    vector<int> ui, ri, di, li;
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        if (u[i] != inf)
            ui.push_back(i);
        if (d[i] != -1)
            di.push_back(i);
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        if (l[i] != inf)
            li.push_back(i);
    }
}
```

```

        if (r[i] != -1)
            ri.push_back(i);}

int UDS = ui.size() + di.size(), RLS = ri.size() + li.size();
int N = UDS + RLS + 2;
int S = N - 2, T = N - 1;
Dinic<int> dinic(N);

for (int i = 0; i < ui.size(); i++) {
    int ver_ud = i;
    dinic.addEdge(S, ver_ud, 1);}
for (int i = 0; i < di.size(); i++) {
    int ver_ud = ui.size() + i;
    dinic.addEdge(S, ver_ud, 1);}
for (int i = 0; i < ri.size(); i++) {
    int ver_lr = UDS + i;
    dinic.addEdge(ver_lr, T, 1);}
for (int i = 0; i < li.size(); i++) {
    int ver_lr = UDS + ri.size() + i;
    dinic.addEdge(ver_lr, T, 1);}
for (int i = 0; i < ui.size(); i++) {
    int ver_ud = i;
    int ucm = ui[i];
    int urw = u[ucm];
    for (int j = 0; j < ri.size(); j++) {
        int ver_lr = UDS + j;
        int rrw = ri[j];
        int rcm = r[rrw];
        if (rrw < urw && rcm <= ucm || rrw == urw && rcm <
ucm)
            dinic.addEdge(ver_ud, ver_lr, 1);}
    for (int j = 0; j < li.size(); j++) {
        int ver_lr = UDS + ri.size() + j;
        int lrw = li[j];
        int lcm = l[lrw];
        if (lrw < urw && lcm >= ucm || lrw == urw && lcm >
ucm)
            dinic.addEdge(ver_ud, ver_lr, 1);}
    }
for (int i = 0; i < di.size(); i++) {
    int ver_ud = i + ui.size();
    int dcm = di[i];
    int drw = d[dcm];
    for (int j = 0; j < ri.size(); j++) {
        int ver_lr = UDS + j;
        int rrw = ri[j];
        int rcm = r[rrw];
        if (rrw > drw && rcm <= dcm || rrw == drw && rcm <
dcm)
            dinic.addEdge(ver_ud, ver_lr, 1);}
    for (int j = 0; j < li.size(); j++) {
        int ver_lr = UDS + ri.size() + j;
        int lrw = li[j];
        int lcm = l[lrw];
        if (lrw > drw && lcm >= dcm || lrw == drw && lcm >
dcm)
            dinic.addEdge(ver_ud, ver_lr, 1);}
    }
}

```

```
int maxflow = dinic.findFlow(S, T);
int ans = UDS + RLS - maxflow;
// cout << "UDS, RLS = " << UDS << ' ' << RLS << endl;
cout << ans << '\n';

vector<int> ud_match(UDS, false);
vector<int> rl_match(RLS, false);
vector<int> match(UDS + RLS, -1);
for (int i = 0; i < UDS; i++) {
    for (auto ed : dinic.G[i]) {
        if (ed.unsat() || ed.v >= S)
            continue;
        match[i] = ed.v;
        match[ed.v] = i;
        ud_match[i] = true;
        rl_match[ed.v - UDS] = true;
    }
}
int rans = 0;
vector<int> used(UDS + RLS, false);
std::function<void(int, bool)> print_stem = [&](int num, bool
print) -> void {
    if (num >= S) return;
    if (used[num]) return;
    used[num] = true;
    if (!print) {
        // cout << "\tBAN " << num << endl;
        if (match[num] != -1)
            print_stem(match[num], true);
        return;}
    rans++;
    bool flag = false;
    // cout << "\tUSING " << num << endl;
    int lnum = num;
    if (!flag && 0 <= lnum && lnum < ui.size()) {
        int cm = ui[lnum];
        int rw = u[cm];
        cout << rw + 1 << ' ' << cm + 1 << " u\n";
        flag = true;}
    if (!flag && 0 <= lnum && lnum < UDS) {
        lnum -= ui.size();
        int cm = di[lnum];
        int rw = d[cm];
        cout << rw + 1 << ' ' << cm + 1 << " d\n";
        flag = true;}
    lnum -= UDS;
    if (!flag && 0 <= lnum && lnum < ri.size()) {
        int rw = ri[lnum];
        int cm = r[rw];
        cout << rw + 1 << ' ' << cm + 1 << " r\n";
        flag = true;}
    if (!flag && 0 <= lnum && lnum < RLS) {
        lnum -= ri.size();
        int rw = li[lnum];
        int cm = l[rw];
        cout << rw + 1 << ' ' << cm + 1 << " l\n";
        flag = true;}
    assert(flag);
};
```

```

        for (auto ed : dinic.G[num])
            print_stem(ed.v, false);};
for (int i = 0; i < UDS; i++) {
    if (!ud_match[i]) {
        print_stem(i, true);}
}
for (int i = 0; i < RLS; i++) {
    if (!rl_match[i]) {
        print_stem(UDS + i, true);}
}
for (int i = 0; i < UDS + RLS; i++) {
    print_stem(i, true);}
// for (int i = 0; i < UDS; i++) {
//     if (!ud_match[i]) {
//         cout << "\tEASY " << i << endl;
//         print_stem(i);
//         continue;}
//     bool all_match = true;
//     int my_match = -1;
//     for (auto ed : dinic.G[i]) {
//         if (ed.v >= S)
//             continue;
//         int num = ed.v;
//         if (ed.sat()) {
//             cout << "\tPAIR " << i << ' ' << num << endl;
//             my_match = num;}
//         all_match = all_match & rl_match[num - UDS];}
//     assert(my_match);
//     if (all_match)
//         print_stem(i);
//     else
//         print_stem(my_match);}
// for (int i = 0; i < RLS; i++) {
//     if (!rl_match[i]) {
//         cout << "\tVERY EASY " << UDS + i << endl;
//         print_stem(UDS + i);}
// }
assert(ans == rans);}

int main() {
    // viv = true;
    ios_base::sync_with_stdio(0); cin.tie(0); cout.tie(0);
    cout << fixed << setprecision(20);
    int t = 1;
    cin >> t;
    for (int i = 0; i < t; i++)
        solve(i);

#ifdef DEBUG
    cerr << "Runtime is: " << clock() * 1.0 / CLOCKS_PER_SEC <<
endl;
#endif
}

```

11 класс

Решения задач А, В, С, D представлены в предыдущем разделе.

Задача Е. Следствие вели

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <stack>
#include <map>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <list>
#include <deque>
#include <queue>
#include <cmath>
#include <set>
#include <iomanip>
#include <fstream>
#include <algorithm>
#include <unordered_map>
#include <unordered_set>
#include <math.h>
#include <stdint.h>
#include <cstdio>
#include <bitset>
#include <random>

using namespace std;
typedef long long ll;
typedef pair<int, int> pii;
typedef tuple<int_fast32_t, int_fast32_t, int_fast32_t> tiii;
typedef vector<vector<int>> vvi;
typedef vector<set<int>> vsi;
typedef unsigned int uint;
const int INF = 1e9 + 10;
const int N = 2e5 + 1000, C = 16;
int MOD = 998244353;

int main() {
    ios_base::sync_with_stdio(0); cin.tie(0); cout.tie(0);
    int n; cin >> n; vector<int> a(n, 0);
    for (int i = 0; i < n; ++i) cin >> a[i];
    int bit; cin >> bit;
    if (bit == 0) {
        if (a[n - 1] == 1) {
            cout << -1;
        }
        else {
            int cnt = 0;
            for (int i = n - 1; i >= 0; --i) {
                if (a[i] == 0) ++cnt;
                else break;
            }
            if (cnt == 2) {
                bool f = 1;
                for (int i = 0; i < n - 3; ++i) {
```

```
        if (f && !a[i]) f = 0;
        else f = 1;
        if (!f) {
            cout << i + 2 << ' ' << n - 1;
            break;
        }
    }
    if (f) cout << -1;
}
else if (cnt == 1) {
    cout << 0;
}
else {
    cout << n - 2 << ' ' << n - 1;
}
}
}
else {
    if (a[n - 1] == 1) {
        cout << 0;
    }
    else {
        int cnt = 0;
        for (int i = n - 1; i >= 0; --i) {
            if (a[i] == 0) ++cnt;
            else break;
        }
        if (cnt >= 2) {
            cout << n - 1 << ' ' << n;
        }
        else {
            bool f = 1;
            for (int i = 0; i < n - 2; ++i) {
                if (f && !a[i]) f = 0;
                else f = 1;
                if (!f) {
                    cout << i + 2 << ' ' << n;
                    break;
                }
            }
            if (f) cout << -1;
        }
    }
}
}
}
```

**Всероссийская олимпиада школьников «Высшая проба»
Профиль «Финансовая грамотность»**

Аннотация

Олимпиада «Высшая проба» по профилю финансовая грамотность проводится с 2017 года. Соорганизатором выступает Министерство финансов Российской Федерации. Первоначально в состязаниях участвовали только учащиеся 9-11 классов, а с 2022 года олимпиада стала доступна и для учащихся 7-8 классов.

Профиль олимпиады включен в специальный перечень, утверждаемый Министерством науки и высшего образования Российской Федерации, поэтому, принимая участие в олимпиаде, можно не только проверить свою компетентность в вопросах финансовой грамотности, но и заработать дополнительные бонусы для поступления в ВУЗ.

В методическую комиссию и жюри олимпиады входят представители Министерства финансов Российской Федерации, Центрального банка России, Департамента финансов г. Москвы, Благотворительного фонда Сбербанка «Вклад в будущее», известные российские ученые, доктора и кандидаты наук, авторы учебников и учебных пособий по финансовой грамотности для школьников, а также лучшие преподаватели НИУ ВШЭ и ряда других ведущих университетов России. Сочетание высокой научной квалификации и большого педагогического опыта, в том числе и опыта работы со школьниками, а также непосредственное участие в практической деятельности в сфере финансов, позволяет им формировать для участников действительно интересные, актуальные для сегодняшнего дня задания.

Финансовая грамотность – сравнительно новый элемент школьной программы, формирующий основу для разумного выбора финансовых услуг, достижения материального благополучия. Вопросы финансовой грамотности на уровне средней и старшей школы включены в такие учебные предметы, как математика, обществознание, география и информатика. В этой связи задания по профилю носят межпредметный характер, прослеживаются взаимосвязи с вышеназванными дисциплинами, а также литературой, историей.

Кроме того, особенностью заданий является их практическая применимость: они основаны на текущих рыночных данных и связаны с принятием финансовых решений в реальных жизненных ситуациях, с которыми сталкивается рядовой потребитель финансовых услуг, налогоплательщик, инвестор. Для успешного решения заданий необходимо обращать внимание на изменения в нормативно-правовых актах, следить за сообщениями соответствующей тематики в СМИ.

Для эффективной подготовки к состязаниям по профилю необходимо изучить электронный учебник по финансовой грамотности, все учебно-методические материалы, представленные на сайте Федерального методического центра по финансовой грамотности НИУ ВШЭ - <https://fmc.hse.ru>.

Особая подготовка к олимпиаде требуется прежде всего потому, что предпочтение отдается оригинальным творческим идеям решения тех или иных проблем с четким их обоснованием, выбору оптимального метода выполнения задания, аргументированным выводами.

**Перечень и содержание тем
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

9-10 КЛАССЫ**ТЕМА 1. ЛИЧНЫЕ СБЕРЕЖЕНИЯ****1.1. Банки и банковская система**

Основные представления о банках. Банковская система России.

Коммерческий банк. Центральный банк. Банковская карта.

1.2. Виды вкладов и их условия

Банковский вклад. Вкладчик. Вклад до востребования и его основные характеристики. Срочный вклад и его основные характеристики. Виды срочных вкладов и их основные особенности. Схема выбора банковского вклада. Государственная система страхования вкладов.

1.3. Ставки по вкладам

Доход по вкладу. Доходность вклада. Простой процент. Сложный процент. Капитализация процентов. Капитализация вклада. Процентная ставка по вкладу. Номинальная процентная ставка. Реальная процентная ставка.

Эффективная процентная ставка.

1.4. Расчет доходности различных вкладов.

Умение решать задачи на простые и сложные проценты. Умение сравнивать абсолютные и относительные величины.

Список основной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 –11 классов / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Киреев А.П. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 – 11 классов /А.П. Киреев. — М.: ВАКО, 2018.
3. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // Москва, Просвещение, 2019. - 208 с.

Список дополнительной литературы:

1. Блискавка Е. Дети и деньги. Самоучитель семейных финансов для детей/ Евгения Блискавка. - М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014. – 80 с.
2. Егорова М.В., Желновач М.В., Захарова Е.Ю. Я управляю своими финансами. Программа курса «Основы управления личными финансами» и рекомендации. Серия «Финансовая грамотность каждому». М.: Вита-Пресс, 2018, 80 с.
3. Обердерфер Д.Я., Егорова М.В., Желновач М.В. Я управляю своими финансами. Практическое пособие по курсу «Основы управления личными финансами». Серия «Финансовая грамотность каждому». М.: Вита-Пресс, 2016, 232 с.
4. Как вести семейный бюджет: учеб. пособие / Н.Н. Думная, О.А. Рябова, О.В. Карамова; под ред. Н.Н. Думной. — М.: ИнтеллектЦентр, 2010.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.banki.ru/> - Банки.ру: информационный банковский портал.
2. <http://www.sravni.ru/vklady/> - Сравни.ру, информационный финансовый портал, сравнение и выбор финансовых и страховых продуктов.
3. <http://www.asv.org.ru/> Агентство по страхованию вкладов.
4. <http://www.cbr.ru/finmarkets/> - Федеральная служба по финансовым рынкам.
5. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
6. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.

ТЕМА 2. КРЕДИТОВАНИЕ**2.1. Кредиты и как ими пользоваться**

Кредит. Кредитор. Заемщик. Процентная ставка по кредиту. Полная стоимость кредита. Кредитный договор. Договор залога. Нецелевой кредит. Целевой кредит. Потребительский кредит. Автокредит. Образовательный кредит. Сравнение различных кредитных продуктов. Кредитная карта и как ее выбирать.

2.2. Приобретение жилья в ипотеку: плюсы и минусы

Ипотека. Ипотечный кредит и его особенности. Первоначальный взнос по ипотеке. Оценка платёжеспособности заемщика по ипотеке. Сравнение различных кредитных предложений по ипотеке.

Список основной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: учебная программа. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
3. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
4. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // Москва, Просвещение, 2019. - 208 с.
5. Трушина, Е.А. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по экономике 10—11 классов / Е. А. Трушина, Я. С. Грапов, О. Д. Фёдоров, О.А. Борисова, А.В. Поляков. — М.: Вентана- Граф, 2018. — 112 с.
6. Федоров, О. Д. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для
7. УМК по праву 10—11 классов / О. Д. Фёдоров, Е. А. Трушина, А. М. Буруруев, Г.А. Никулин. — М.: Вентана-Граф, 2018. — 128 с.

Список дополнительной литературы:

1. Обзор банковского сектора Российской Федерации (Интернет-версия). Аналитические показатели. № 162 апрель 2016 года. М.: Банк России, 2016. http://www.cbr.ru/analytics/bank_system/obs_1604.pdf
2. Отчёт о развитии банковского сектора и банковского надзора в 2015 году. М.: Банк России, 2016. <http://www.cbr.ru/publ/?PrtId=nadzor>
3. Финансовая грамотность: методические рекомендации для преподавателя. Модуль «Банки». 10–11 классы, СПО / В.М. Солодков, В.Ю. Белоусова. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
4. Финансовая грамотность: учебная программа. Модуль «Банки». 10–11 классы, СПО / В.М. Солодков, В.Ю. Белоусова. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
5. Финансовая грамотность: контрольные измерительные материалы. Модуль «Банки», СПО / В.М. Солодков, В.Ю. Белоусова. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
6. Муравин, Г.К. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре 9 класса / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. — М: Дрофа, 2017. — 45 с.
7. Муравин, Г.К. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре и началам математического анализа 10 класса / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. — М.: Дрофа, 2017. — 38 с.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.banki.ru/> - Банки.ру: информационный банковский портал.
2. <http://www.sravni.ru/vklady/> - Сравни.ру, информационный финансовый портал, сравнение и выбор финансовых и страховых продуктов.
3. Агентство по страхованию вкладов. URL:<http://www.asv.org.ru/>
4. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
5. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.

ТЕМА 3. ИНВЕСТИРОВАНИЕ**3.1. Ценные бумаги**

Что такое ценные бумаги. Эмиссия ценных бумаг. Основные виды ценных бумаг. Акция и ее особенности как ценной бумаги. Обыкновенные и привилегированные акции. Облигация и ее особенности как ценной бумаги.

3.2. Фондовый рынок и особенности его работы

Фондовый рынок (рынок ценных бумаг). Фондовая биржа. Эмитент. Инвесторы. Профессиональные участники рынка ценных бумаг. Первичный рынок ценных бумаг. Вторичный рынок ценных бумаг. Инвестиции. Портфельные инвестиции. Прямые инвестиции.

3.3. Расчет доходности ценных бумаг

Номинальная цена ценной бумаги. Определение доходности ценной бумаги. Доходность к погашению. Доходность акций. Дивиденды по акциям. Прирост курсовой стоимости акций. Текущая доходность по акции. Доходность облигаций. Разница в риске и доходе между сберегательными и инвестиционными продуктами. Степень риска инвестиционного продукта.

3.4. Составление инвестиционного портфеля

Инвестиционный портфель. Диверсификация инвестиционного портфеля. Виды инвестиционных портфелей. Степень риска различных типов инвестиционных портфелей.

Список основной литературы:

1. Меньшиков С. Финансовая грамотность Модуль Фондовый рынок. Материалы для обучающихся. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
2. Меньшиков С. Финансовая грамотность. Модуль Фондовый рынок. Методические рекомендации для преподавателя. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
3. Брехова Ю., Алмосов А., Завьялов Д. Финансовая грамотность. Модуль 2. Фондовый рынок. Материалы для учителей. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
4. Бейтман К. Юный инвестор. Как быть финансово грамотным с детства. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015 г., 192 с.
5. Рыжановская Л.Ю., Стахович Л.В., Семенкова Е.В. Основы управления личными финансами. 10-11 классы. Сборник игр и

заданий по курсу. Серия «Финансовая грамотность каждому». М.: Вита-Пресс, 2019, 80 с.

6. Гридин А.В. Обращайся с деньгами «по-взрослому». Финансовая грамотность для детей от мобайликов. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018 г., 160 с.
7. Шефер Б. Пора зарабатывать больше! Как постоянно увеличивать доходы. М.: Попурри, 2018 г., 336 с.
8. Шефер Б. Путь к финансовой свободе. М.: Попурри, 2017 г., 337 с.

Список дополнительной литературы

1. Рынок ценных бумаг: учебник для академического бакалавриата / Н. И. Берзон [и др.]; под общей редакцией Н. И. Берзона. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 514 с.
2. Меньшиков С. Финансовая грамотность. Модуль Фондовый рынок. Материалы для родителей. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
3. Меньшиков С. Финансовая грамотность. Модуль Фондовый рынок. Учебная программа. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
4. Брехова Ю., Алмосов А., Завьялов Д. Финансовая грамотность. Модуль 2. Фондовый рынок. Материалы для учащихся. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
5. Брехова Ю., Алмосов А., Завьялов Д. Финансовая грамотность. Модуль 2. Фондовый рынок. Материалы для родителей. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
6. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 –11 классов / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
7. Киреев А.П. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 – 11 классов /А.П. Киреев. — М.: ВАКО, 2018.
8. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // Москва, Просвещение, 2019. - 208 с.

Интернет-ресурсы

1. www.cefir.ru — официальный сайт ЦЭФИР — Центра экономических и финансовых исследований.
2. Investfunds.ru — информационный ресурс информационного агентства Сbonds. Информация о рынках акций, паевых инвестиционных и пенсионных фондах, страховании жизни.
3. moex.com - официальный сайт Московской биржи. Информация о торгах, аналитические обзоры.
4. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
5. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Друзья с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.

ТЕМА 4. СТРАХОВАНИЕ**4.1. Как работает страхование и как выбрать условия страхования**

Что такое страхование. Страховщики. Страхователи. Застрахованные. Страховая компания. Страховой полис. Страховая сумма. Страховое возмещение. Обязательное страхование. Добровольное страхование. Выбор условий страхования. Договор страхования. Страховая выплата. Страховая премия.

4.2. Выбор страховой защиты

Виды страхования. Выбор страховщика по различным видам страховых услуг на основе жизненных целей и обстоятельств. Финансовая устойчивость страховщика. Франшиза.

4.3. Пенсионная система

Пенсия. Пенсионная система России. Пенсионный фонд Российской Федерации. Страховая пенсия. Накопительная пенсия. Страховой стаж. Индивидуальный пенсионный коэффициент. Пенсионные накопления. Размещение накопительной части пенсионного обеспечения. Негосударственные пенсионные фонды. Способы увеличения будущей пенсии.

Список основной литературы

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы

- общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
 3. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // Москва, Просвещение, 2019. - 208 с.
 4. Мишин, Б.И. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по основам безопасности жизнедеятельности для 9 класса / Б.И. Мишин, А.В. Ковалев. — М.: Дрофа, Ланит-Интеграция, 2018. — 38 с.
 5. Муравин, Г.К. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре 9 класса / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. — М.: Дрофа, 2017. — 45 с.
 6. Муравин, Г.К. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре и началам математического анализа 10 класса / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. — М.: Дрофа, 2017. — 38 с.

Список дополнительной литературы

1. Егорова М.В., Желновач М.В., Захарова Е.Ю. Я управляю своими финансами. Программа курса «Основы управления личными финансами» и рекомендации. Серия «Финансовая грамотность каждому». М.: Вита-Пресс, 2018, 80 с.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для родителей. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
3. Архипов А.П. Финансовая грамотность. Модуль Страхование. Контрольно- измерительные материалы. 10-11 классы, детские дома, школы-интернаты/ Архипов А.П — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
4. Рыжановская Л.Ю., Стахович Л.В., Семенкова Е.В. Основы управления личными финансами. 10-11 классы. Сборник игр и заданий по курсу. Серия «Финансовая грамотность каждому». М.: Вита-Пресс, 2019, 80 с.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.asv.org.ru/> Агентство по страхованию вкладов.
2. Investfunds.ru — информационный ресурс информационного агентства
3. [Cbonds](http://Cbonds.ru). Информация о рынках акций, паевых инвестиционных и пенсионных фондах, страховании жизни.
4. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
5. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
6. <http://www.pfrf.ru/> - Пенсионный фонд Российской Федерации.
7. <http://www.pensiamarket.ru/> - PensiaMarket. Навигатор пенсионного рынка, сайт по выбору НПФ.
8. Пенсионный фонд России. URL: <http://www.pfrf.ru/>
9. Пенсионный калькулятор. URL: <http://www.pfrf.ru/eservices/calc/>
10. Навигатор Пенсионного рынка. Рейтинги НПФ.
URL: <http://ratingnpf.ru/ratings/>

ТЕМА 5. РИСКИ И ФИНАНСОВАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ**5.1. Финансовые риски и стратегии инвестирования**

Финансовый риск. Основные виды финансовых рисков. Портфельный риск. Рыночный риск. Низкорисковые и высокорисковые активы. Декларация (уведомление) о рисках. Консервативный способ инвестирования. Агрессивный способ инвестирования. Смешанная (умеренная) стратегия инвестирования.

5.2. Управление инвестиционными рисками

Инвестиционный риск. Аспекты управления инвестиционными рисками. Основные принципы инвестирования с учетом рисков.

5.3. Формы мошенничества и способы снижения инвестиционных рисков

Финансовое мошенничество. Основные направления деятельности мошенников в финансовом секторе. Финансовая пирамида. Правила выбора финансовой компании. Меры финансовой предосторожности. Методы снижения инвестиционных рисков.

Список основной литературы

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов. — М.: ВАКО, 2018.
3. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // . - М.: Просвещение, 2019. - 208 с.
4. Киреев А.П. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 – 11 классов /А.П. Киреев. — М.: ВАКО, 2018.
5. Мишин, Б.И. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по основам безопасности жизнедеятельности для 9 класса / Б.И. Мишин, А.В. Ковалев. — М.: Дрофа, Ланит-Интеграция, 2018. — 38 с.

Список дополнительной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для родителей. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: рабочая тетрадь. 10—11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
3. Маркополос Г. Финансовая пирамида Бернарда Мэдоффа. Расследование самой грандиозной аферы в истории. – М.: Вильямс, 2012.
4. Кротков А.П. Все великие аферы, мошенничества и финансовые пирамиды: от Калиостро до Мавроди. – М.: Астрель: Русь-Олимп, 2010.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.sravni.ru/vklady/> - Сравни.ру, информационный финансовый портал, сравнение и выбор финансовых и страховых продуктов.
2. <http://www.cbr.ru/finmarkets/> - Федеральная служба по финансовым рынкам.
3. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
4. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
5. Портал по финансовой безопасности. URL:<http://www.gorodfinansov.ru/>
6. Союз заемщиков и вкладчиков России. URL:<http://www.fingramota.org/>

ТЕМА 6. СОЗДАНИЕ СОБСТВЕННОГО БИЗНЕСА И НАЛОГИ**6.1. Создание собственного бизнеса**

Стартап, его преимущества и недостатки. Правила и порядок создания стартапа. Бизнес-план. Возможные источники финансовых средств для создания и развития собственного бизнеса. Государственные и негосударственные организации поддержки стартапов.

6.2. Налоги

Налоговая система России. Виды налогов. Налогоплательщик. Объект налогообложения. Налоговая база. Налоговая ставка. Налоговый период. Отчетный период. Льготы. Сумма налога. Налоговые вычеты. Пени при несвоевременном сроке уплаты налога.

Список основной литературы:

1. Финансовая грамотность. Современный мир. Серия «Внеурочная деятельность». М.: Просвещение, 2019 г.
2. Финансовая грамотность. Цифровой мир. Серия «Внеурочная деятельность». М.: Просвещение, 2019 г.
3. Трушина, Е.А. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по экономике 10—11 классов / Е. А. Трушина, Я. С. Грапов, О. Д. Фёдоров, О. А. Борисова, А. В. Поляков. — М.: Вентана-Граф, 2018. — 112 с.

4. Федоров, О. Д. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по праву 10—11 классов / О. Д. Фёдоров, Е. А. Трушина, А. М. Буруруев, Г. А. Никулин. — М.: Вентана-Граф, 2018. — 128 с.

Список дополнительной литературы:

1. Бейтман К. Юный инвестор. Как быть финансово грамотным с детства. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015 г., 192 с.
2. Воронина М.М. Занятия в школе юного экономиста. ФГОС. М.: Учитель, 2018 г., 90 с.
3. Гридин А.В. Обращайся с деньгами «по-взрослому». Финансовая грамотность для детей от мобайликов. -М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018 г., 160 с.
4. Жуленев С.В. Элементарная финансовая математика. - М.: МГУ, 2014. - 96с.
5. Рыжановская Л.Ю., Стахович Л.В., Семенкова Е.В. Основы управления личными финансами. 10-11 классы. Сборник игр и заданий по курсу. Серия «Финансовая грамотность каждому». -М.: Вита-Пресс, 2019, 80 с.
6. Финансовая среда предпринимательства и предпринимательские риски: Учебное пособие / Н.А. Казакова. М.: ИНФРА-М, 2014. 208 с.

Интернет-ресурсы

2. www.nalog.ru — сайт Федеральной налоговой службы РФ.
3. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
4. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
5. <https://fmc.hse.ru/video-> видео лекции по темам финансовой грамотности.
6. Канторович Г.Г. Финансовая грамотность. Математический профиль. Материалы для учащихся 10-11 классов. Электронный учебник. - М.2018. http://wblanittest.activetextbook.com/active_textbooks/4#page2
7. «Элементарная математика в экономике» <https://en.ppt-online.org/100167>

11 КЛАСС**ТЕМА 1. ЛИЧНЫЕ СБЕРЕЖЕНИЯ И СЕМЕЙНЫЙ БЮДЖЕТ****1.1. Банки и банковская система**

Основные представления о банках. Банковская система России.

Коммерческий банк. Центральный банк. Банковская карта.

1.2. Виды вкладов и их условия

Банковский вклад (или банковский депозит). Вкладчик. Вклад до востребования и его основные характеристики. Срочный вклад и его основные характеристики. Виды срочных вкладов и их основные особенности. Схема выбора банковского вклада. Государственная система страхования вкладов.

1.3. Ставки по вкладам

Доход по вкладу. Доходность вклада. Инфляция. Простой процент. Сложный процент. Капитализация процентов. Капитализация вклада. Процентная ставка по вкладу. Номинальная процентная ставка. Реальная процентная ставка. Эффективная процентная ставка.

1.4. Расчет доходности различных вкладов.

Умение решать задачи на простые и сложные проценты. Умение сравнивать абсолютные и относительные величины.

Список основной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 –11 классов / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, ДЮ. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Киреев А.П. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 – 11 классов /А.П. Киреев. — М.: ВАКО, 2018.
3. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева //- М.: Просвещение, 2019. - 208 с.

Список дополнительной литературы:

1. Блискавка Е. Дети и деньги. Самоучитель семейных финансов для детей/ Евгения Блискавка. - М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014. – 80 с.
2. Егорова М.В., Желновач М.В., Захарова Е.Ю. Я управляю своими финансами. Программа курса «Основы управления личными

финансами» и рекомендации. Серия «Финансовая грамотность каждому».- М.: Вита-Пресс, 2018, 80 с.

3. Оберддерфер Д.Я., Егорова М.В., Желновач М.В. Я управляю своими финансами. Практическое пособие по курсу «Основы управления личными финансами». Серия «Финансовая грамотность каждому».- М.: Вита-Пресс, 2016, 232 с.

4. Как вести семейный бюджет: учеб. пособие / Н.Н. Думная, О.А. Рябова, О.В. Карамова; под ред. Н.Н. Думной. — М.: Интеллект Центр, 2010.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.banki.ru/> - Банки.ру: информационный банковский портал.
2. <http://www.sravni.ru/vklady/> - Сравни.ру, информационный финансовый портал, сравнение и выбор финансовых и страховых продуктов.
3. <http://www.asv.org.ru/> Агентство по страхованию вкладов.
4. <http://www.cbr.ru/finmarkets/> - Федеральная служба по финансовым рынкам.
5. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
6. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.

ТЕМА 2. КРЕДИТОВАНИЕ

2.1. Кредиты и как ими пользоваться

Кредит. Кредитор. Заемщик. Процентная ставка по кредиту. Полная стоимость кредита. Кредитный договор. Договор залога. Нецелевой кредит. Целевой кредит. Потребительский кредит. Автокредит. Образовательный кредит. Аннуитетный платёж. Дифференцированный платёж. Сравнение различных кредитных продуктов. Кредитная карта и как ее выбирать. Последствия долга и ответственность за невыполнение кредитных соглашений.

2.2. Приобретение жилья в ипотеку: плюсы и минусы

Ипотека. Ипотечный кредит и его особенности. Первоначальный взнос по ипотеке. Платёжеспособность заемщика по ипотеке. Оценка выплат по ипотечному кредиту за месяц, год, весь срок кредитования. Сравнение различных кредитных предложений по ипотеке.

Список основной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: учебная программа. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
3. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
4. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // . - М.: Просвещение, 2019. - 208 с.
5. Трушина, Е.А. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по экономике 10—11 классов / Е. А. Трушина, Я. С. Грапов, О. Д. Фёдоров, О.А. Борисова, А.В. Поляков. — М.: Вентана- Граф, 2018. — 112 с.
6. Федоров, О. Д. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по праву 10—11 классов / О. Д. Фёдоров, Е. А. Трушина, А. М. Буруруев, Г.А. Никулин. — М.: Вентана-Граф, 2018. — 128 с.

Список дополнительной литературы:

1. Жданова А.О. Финансовая грамотность: материалы для обучающихся. СПО. -М.: ВИТА-ПРЕСС, 2015.
2. Смит А. Исследование о природе и причинах богатства народов. Litres, 2015.
3. Обзор банковского сектора Российской Федерации (Интернет-версия). Аналитические показатели. № 162 апрель 2016 года.- М.: Банк России, 2016. http://www.cbr.ru/analytics/bank_system/obs_1604.pdf
4. Финансовая грамотность: методические рекомендации для преподавателя. Модуль «Банки». 10–11 классы, СПО / В.М. Солодков, В.Ю. Белоусова. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.

5. Финансовая грамотность: учебная программа. Модуль «Банки». 10–11 классы, СПО / В.М. Солодков, В.Ю. Белоусова. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
6. Финансовая грамотность: контрольные измерительные материалы. Модуль «Банки», СПО / В.М. Солодков, В.Ю. Белоусова. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
7. Муравин, Г.К. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре и началам математического анализа 10 класса / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. — М.: Дрофа, 2017. — 38 с.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.banki.ru/> - Банки.ру: информационный банковский портал.
2. <http://www.sravni.ru/vklady/> - Сравни.ру, информационный финансовый портал, сравнение и выбор финансовых и страховых продуктов.
3. <http://www.cbr.ru/finmarkets/> - Федеральная служба по финансовым рынкам.
4. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
5. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
6. Центральный банк России. URL: www.cbr.ru
7. Агентство по страхованию вкладов. URL: <http://www.asv.org.ru/>
8. Общероссийская общественная организация Финпотребсоюз.
9. URL: <http://finpotrebsouz.ru/>

ТЕМА 3. МЕХАНИЗМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

3.1. Ценные бумаги

Что такое ценные бумаги. Эмиссия ценных бумаг. Основные виды ценных бумаг. Акция и ее особенности как ценной бумаги. Обыкновенные и привилегированные акции. Облигация и ее особенности как ценной бумаги.

3.2. Фондовый рынок и особенности его работы

Фондовый рынок (рынок ценных бумаг). Фондовая биржа. Эмитент. Инвесторы. Профессиональные участники рынка ценных бумаг. Первичный рынок ценных бумаг. Вторичный рынок ценных бумаг. Инвестиции. Портфельные инвестиции. Прямые инвестиции.

3.3. Расчет доходности ценных бумаг

Номинальная цена ценной бумаги. Определение доходности ценной бумаги. Доходность к погашению. Доходность акций. Дивиденды по акциям. Прирост курсовой стоимости акций. Текущая доходность по акции. Доходность облигаций. Разница в риске и доходе между сберегательными и инвестиционными продуктами. Степень риска инвестиционного продукта.

3.4. Составление инвестиционного портфеля

Инвестиционный портфель. Диверсификация инвестиционного портфеля. Виды инвестиционных портфелей. Степень риска различных типов инвестиционных портфелей.

Список основной литературы:

1. Меньшиков С. Финансовая грамотность Модуль Фондовый рынок. Материалы для обучающихся. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
2. Меньшиков С. Финансовая грамотность. Модуль Фондовый рынок. Методические рекомендации для преподавателя. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
3. Брехова Ю., Алмосов А., Завьялов Д. Финансовая грамотность. Модуль 2. Фондовый рынок. Материалы для учителей. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
4. Бейтман К. Юный инвестор. Как быть финансово грамотным с детства. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015 г., 192 с.
5. Рыжановская Л.Ю., Стахович Л.В., Семенкова Е.В. Основы управления личными финансами. 10-11 классы. Сборник игр и заданий по курсу. Серия «Финансовая грамотность каждому». -М.: Вита-Пресс, 2019, 80 с.
6. Гридин А.В. Обращайся с деньгами «по-взрослому». Финансовая грамотность для детей от мобайликов. - М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018 г., 160 с.
7. Шефер Б. Пора зарабатывать больше! Как постоянно увеличивать доходы. -М.: Попурри, 2018 г., 336 с.

8. Шефер Б. Путь к финансовой свободе. - М.: Попурри, 2017 г., 336 с.

Список дополнительной литературы

1. Рынок ценных бумаг: учебник для академического бакалавриата / Н. И. Берзон [и др.]; под общей редакцией Н. И. Берзона. — 5-е изд., перераб. и доп. — М: Издательство Юрайт, 2019. — 514 с
2. Меньшиков С. Финансовая грамотность. Модуль Фондовый рынок. Материалы для родителей. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
3. Меньшиков С. Финансовая грамотность. Модуль Фондовый рынок. Учебная программа. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2019.
4. Брехова Ю., Алмосов А., Завьялов Д. Финансовая грамотность. Модуль 2. Фондовый рынок. Материалы для учащихся. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
5. Брехова Ю., Алмосов А., Завьялов Д. Финансовая грамотность. Модуль 2. Фондовый рынок. Материалы для родителей. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
6. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 –11 классов / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
7. Киреев А.П. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 – 11 классов /А.П. Киреев. — М.: ВАКО, 2018.
8. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева //- М.: Просвещение, 2019. - 208 с.

Интернет-ресурсы

1. www.stat.hse.ru — статистический портал Высшей школы экономики.
2. www.cefir.ru — официальный сайт ЦЭФИР — Центра экономических и финансовых исследований.
3. Московская биржа. URL:<http://moex.com/>
4. Информационное агентство Cbonds. URL:Cbonds.ru
5. Информация о рынках акций, паевых инвестиционных и пенсионных фондах, страховании жизни. URL:Investfunds.ru
6. Информационный ресурс компании «Финам». Информация о рынках акций и облигаций. URL:Finam.ru
7. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.

8. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.

ТЕМА 4. СТРАХОВАНИЕ И ПЕНСИОННАЯ СИСТЕМА

4.1. Как работает страхование и как выбрать условия страхования

Что такое страхование. Страховщики. Страхователи. Застрахованные. Страховая компания. Страховой полис. Страховая сумма. Страховое возмещение. Обязательное страхование. Добровольное страхование. Выбор условий страхования.

4.2. Управление рисками страхования

Риск. Выгодоприобретатель. Договор страхования. Страховая выплата. Страховая премия. Приемлемый (допустимый) риск.

4.3. Выбор страховой защиты

Личное страхование. Обязательное и добровольное медицинское страхование. Страхование ответственности. Страхование имущества физических лиц. Страхование автомобилей. Страхование имущества юридических лиц. Выбор страховщика по различным видам страховых услуг на основе жизненных целей и обстоятельств. Финансовая устойчивость страховщика. Франшиза.

4.4 Пенсионная система

Пенсия. Пенсионная система России. Пенсионный фонд Российской Федерации. Страховая пенсия. Накопительная пенсия. Страховой стаж. Индивидуальный пенсионный коэффициент. Пенсионные накопления. Размещение накопительной части пенсионного обеспечения. Негосударственные пенсионные фонды. Способы увеличения будущей пенсии.

Список основной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.

3. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // - М.: Просвещение, 2019. - 208 с.
4. Жданова А.О. Финансовая грамотность: методические рекомендации для преподавателей. СПО. / Жданова А.О. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014, С. 92-107.
5. Жданова А.О. Финансовая грамотность. Материалы для обучающихся. СПО. / Жданова А.О. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014. С. 182-217.

Список дополнительной литературы:

1. Егорова М.В., Желновач М.В., Захарова Е.Ю. Я управляю своими финансами. Программа курса «Основы управления личными финансами» и рекомендации. Серия «Финансовая грамотность каждому». -М.: Вита-Пресс, 2018, 80 с.
2. Архипов А.П. Страхование дело (для СПО). Учебник. Серия: Среднее профессиональное образование.- М.: Кнорус, 2018 г., 252 с.
3. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для родителей. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
4. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: рабочая тетрадь. 10—11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
5. Архипов А.П. Финансовая грамотность. Модуль Страхование. Контрольно- измерительные материалы. 10-11 классы, детские дома, школы-интернаты/ Архипов А.П — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014.
6. Галаганов В.П. Основы страхования и страхового дела. Учебное пособие. Серия: Среднее профессиональное образование. - М.: Кнорус, 2018 г., 216 с.
7. Рыжановская Л.Ю., Стахович Л.В., Семенкова Е.В. Основы управления личными финансами. 10-11 классы. Сборник игр и заданий по курсу. Серия «Финансовая грамотность каждому». - М.: Вита-Пресс, 2019, 80 с.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.asv.org.ru/> Агентство по страхованию вкладов.
2. www.stat.hse.ru — статистический портал Высшей школы экономики.

3. www.cefir.ru — официальный сайт ЦЭФИР — Центра экономических и финансовых исследований.
4. Investfunds.ru — информационный ресурс информационного агентства Сbonds. Информация о рынках акций, паевых инвестиционных и пенсионных фондах, страховании жизни.
5. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
6. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
7. <http://www.pfrf.ru/> - Пенсионный фонд Российской Федерации.
8. <http://www.pensiamarket.ru/> - PensiaMarket. Навигатор пенсионного рынка, сайт по выбору НПФ.

ТЕМА 5. РИСКИ И ФИНАНСОВАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

5.1. Финансовые риски и стратегии инвестирования

Финансовый риск. Основные виды финансовых рисков. Портфельный риск. Рыночный риск. Низкорисковые и высокорисковые активы. Декларация (уведомление) о рисках. Консервативный способ инвестирования. Агрессивный способ инвестирования. Смешанная (умеренная) стратегия инвестирования.

5.2. Управление инвестиционными рисками

Инвестиционный риск. Аспекты управления инвестиционными рисками. Хеджирование. Дериватив. Аутсорсинг. Основные принципы инвестирования с учетом рисков.

5.3. Формы мошенничества и способы снижения инвестиционных рисков

Финансовое мошенничество. Основные направления деятельности мошенников в финансовом секторе. Финансовая пирамида. Правила выбора финансовой компании. Основные меры финансовой предосторожности. Методы снижения инвестиционных рисков.

Список основной литературы:

6. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018

7. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для учащихся. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов. — М.: ВАКО, 2018.
8. Лавренова Е.Б. Финансовая грамотность. Современный мир. Учебное пособие. / Е.Б. Лавренова, О.Н. Лавреньева // . -М.: Просвещение, 2019. - 208 с.
9. Киреев А.П. Финансовая грамотность: материалы для учащихся 10 – 11 классов /А.П. Киреев. — М.: ВАКО, 2018.

Список дополнительной литературы:

1. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: материалы для родителей. 10–11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
2. Брехова Ю.В., Алмосов А.П., Завьялов Д.Ю. Финансовая грамотность: рабочая тетрадь. 10—11 классы общеобразоват. орг. / Ю.В. Брехова, А.П. Алмосов, Д.Ю. Завьялов. — М.: ВАКО, 2018.
3. Маркополос Г. Финансовая пирамида Бернарда Мэдоффа. Расследование самой грандиозной аферы в истории. – М.: Вильямс, 2012.
4. Кротков А.П. Все великие аферы, мошенничества и финансовые пирамиды: от Калиостро до Мавроди. – М.: Астрель: Русь-Олимп, 2010.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.banki.ru/> - Банки.ру: информационный банковский портал.
2. <http://www.sravni.ru/vklady/> - Сравни.ру, информационный финансовый портал, сравнение и выбор финансовых и страховых продуктов.
3. <http://www.cbr.ru/finmarkets/> - Федеральная служба по финансовым рынкам.
4. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
5. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Дружи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
6. www.stat.hse.ru — статистический портал Высшей школы экономики.
7. www.cefir.ru — официальный сайт ЦЭФИР — Центра экономических и финансовых исследований.
8. Портал по финансовой безопасности. URL:<http://www.gorodfinansov.ru/>

9. Союз заемщиков и вкладчиков России. [URL:http://www.fingramota.org/](http://www.fingramota.org/)

ТЕМА 6. СОЗДАНИЕ СОБСТВЕННОГО БИЗНЕСА И НАЛОГИ

6.1. Создание собственного бизнеса

Стартап, его преимущества и недостатки. Правила и порядок создания стартапа. Бизнес-план. Возможные источники финансовых средств для создания и развития собственного бизнеса. Государственные и негосударственные организации поддержки стартапов.

6.2. Налоги

Налоговая система России. Налог. Виды налогов. Налогоплательщик. Объект налогообложения. Налоговая база. Налоговая ставка. Налоговый период. Отчетный период. Льготы. Сумма налога. Налоговые вычеты. Пени при несвоевременном сроке уплаты налога. Штрафные санкции.

Список основной литературы:

1. Финансовая грамотность. Современный мир. Серия «Внеурочная деятельность». - М.: Просвещение, 2019.
2. Финансовая грамотность. Цифровой мир. Серия «Внеурочная деятельность».- М.: Просвещение, 2019.
3. Трушина, Е.А. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по экономике 10—11 классов / Е. А. Трушина, Я. С. Грапов, О. Д. Фёдоров, О. А. Борисова, А. В. Поляков. — М.: Вентана- Граф, 2018. — 112 с.
4. Федоров, О. Д. Сборник Специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по праву 10—11 классов / О. Д. Фёдоров, Е. А. Трушина, А. М. Буруруев, Г. А. Никулин. — М.: Вентана-Граф, 2018. — 128 с.

Список дополнительной литературы:

1. Берзон Н. И. Основы финансовой экономики: Учебное пособие для 10-11 классов.- М.: Вита-Пресс, 2011.-240с.
2. Бейтман К. Юный инвестор. Как быть финансово грамотным с детства. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015 г., 192 с.
3. Воронина М.М. Занятия в школе юного экономиста. ФГОС. М.: Учитель, 2018.- 90 с.

4. Гридин А.В. Обращайся с деньгами «по-взрослому». Финансовая грамотность для детей от мобайликов. - М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018. - 160 с.
5. Жуленев С.В. Элементарная финансовая математика. - М.: МГУ, 2014. - 96с.
6. Рыжановская Л.Ю., Стахович Л.В., Семенкова Е.В. Основы управления личными финансами. 10-11 классы. Сборник игр и заданий по курсу. Серия «Финансовая грамотность каждому». - М.: Вита-Пресс, 2019, 80 с.
7. Финансовая среда предпринимательства и предпринимательские риски: Учебное пособие / Н.А. Казакова. - М.: ИНФРА-М, 2014. 208 с.

Интернет-ресурсы

1. www.nalog.ru — сайт Федеральной налоговой службы РФ.
2. <https://www.hse.ru/org/hse/61217342/61217360/mcfc> - сайт Федерального методического центра по финансовой грамотности системы общего и среднего профессионального образования.
3. <http://вашифинансы.рф/> - сайт «Друзи с финансами» Национальная программа повышения финансовой грамотности граждан.
4. www.cefir.ru — официальный сайт ЦЭФИР — Центра экономических и финансовых исследований.
5. <https://fmc.hse.ru/video-> видео лекции по темам финансовой грамотности.
6. Канторович Г.Г. Финансовая грамотность. Математический профиль. Материалы для учащихся 10-11 классов. Электронный учебник:- М.2018. http://wblanittest.activetextbook.com/active_textbooks/4#page2
7. Сайт методической поддержки «Электронный учебник по финансовой грамотности. URL:<https://школа.вашифинансы.рф>
8. «Элементарная математика в экономике» <https://en.ppt-online.org/100167>

**Задания заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов - 100

Задание 1 (25 баллов)

Супруги Алла и Егор Коньковы являются клиентами банка «Доходный», который, в свою очередь, является участником государственной системы страхования вкладов.

У банка отзывают лицензию. На момент отзыва лицензии:

- Алла имела в банке «Доходный» срочный депозит, открытый в одном отделении данного банка, на сумму 1 млн рублей с учетом начисленного процентного дохода и обезличенный металлический счет на 1000 граммов золота в другом отделении этого же банка,
- Егор – зарплатный счет на сумму 200 тысяч рублей и срочный депозит на сумму 1000 евро с учетом начисленного процентного дохода.

Перечислите и поясните как можно больше условий, повлиявших на сумму страхового возмещения, на которую может рассчитывать семья Коньковых в рамках государственной системы страхования вкладов.

Что произойдет с денежными средствами, которые не войдут в сумму страхового возмещения?

Задание 2 (25 баллов)

В таблице представлены данные о рыночных ценах финансовых инструментов и курсах валют в **2017-2020** годах:

	31.10.2017	31.10.2018	31.10.2019	31.10.2020
Золото (рублей за грамм)	2368,10	2579,92	3060,14	4784,40
Доллар США (рублей за 1 доллар США)	57,87	65,77	63,87	79,33
Акция компании «Альянс» (рублей за штуку)	193,80	189,90	234,89	200,99

Проанализируйте данные таблицы.

Вопрос 1. Приведите соображения (*укажите не более четырех*), исходя из которых финансово грамотный инвестор распределил бы свои средства между этими финансовыми инструментами на следующие три года.

Чем бы он при этом руководствовался в первую очередь?

Для удобства можно записать доходность финансовых инструментов в виде таблицы (заполнение таблицы не обязательно и никак не оценивается):

	<i>Золото</i>	<i>Доллар США</i>	<i>Акция</i>
<i>2017-2018</i>			
<i>2018-2019</i>			
<i>2019-2020</i>			
<i>2017-2020</i>			

Вопрос 2. На мировых рынках цены чистого золота устанавливаются в долларах США за 1 тройскую унцию (1 тройская унция – примерно 31 грамм).

На сколько процентов изменилась мировая цена 1 тройской унции золота с 31 октября 2017 года по 31 октября 2020 года с учетом данных о ценах и курсах в таблице из условия задачи?

Вопрос 3. Рассчитайте совокупную доходность инвестиционного портфеля, составленного из 1 кг золота, 10 000 долларов США и 1000 акций компании «Альянс», за период 2017 года по 2020 год.

Задание 3 (30 баллов)

Мистер X работает архитектором, его заработная плата составляет 60 000 рублей в месяц. Недавно он прослушал курс по повышению финансовой грамотности и решил применить полученные знания на практике.

I. Формирование резервного капитала

Ранее Мистер X не имел резервного капитала. Но теперь решил, что ежемесячно будет направлять на его формирование 10% от своей заработной платы за вычетом налогов.

Для этого 01.10.20 Мистер X открыл вклад с возможностями частичного пополнения и частичного снятия денежных средств. Он будет пополнять вклад в начале каждого месяца (ставка по депозиту составляет 2,15% годовых, проценты начисляются ежемесячно и капитализируются).

Вопрос 1. Определите величину резервного капитала, которая будет у Мистера X на счете через 3 месяца.

II. Формирование инвестиционного капитала (следующие 6 вопросов относятся к нижеследующим данным)

На 01.01.20 Мистер X имел накопления в размере 500 000 рублей, которые собирался положить на депозит (ставка составляет 4% годовых, проценты по вкладу начисляются каждый квартал и капитализируются).

Прослушав курс по финансовой грамотности, он понял, что доходность по депозитам слишком низкая. Поэтому для формирования инвестиционного капитала Мистер Х решил открыть 01.01.20 инвестиционный счет (ИИС) типа А в брокерской компании и внес туда свои накопления в сумме 500 000 рублей. Все полученные средства Мистер Х вложил в акции компании «Доходная», которые купил по цене 25 рублей за 1 акцию 01.01.20. Дивиденд в расчете на 1 акцию компании «Доходная» за год составил 2,5 рублей. Цена акции колебалась в течение года, но 31.12.20 она вернулась к своему первоначальному значению 25 рублей.

Вопрос 2. Определите сумму НДФЛ на дивиденды за 2020 год.

Вопрос 3. Укажите очищенную от налога сумму дивидендов, которая поступит Мистеру Х.

Вопрос 4. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 рублей) на депозит?

Вопрос 5. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 рублей) на ИИС типа А?

Вопрос 6. В чем отличие ИИС типа А от ИИС типа Б?

Вопрос 7. Укажите величину инвестиционного налогового вычета, которую получит Мистер Х, открыв ИИС типа А. Рассчитайте сумму НДФЛ к возврату.

III. Смог ли Мистер Х улучшить финансовое состояние, повысив финансовую грамотность?

Чтобы ответить на вопрос, заполните таблицу и сделайте выводы.

	Без обучения	После обучения
Сумма резервного капитала на 31.12.20		
Сумма инвестиционного капитала на 31.12.20	*вкладывает средства на депозит	
Возврат НДФЛ в результате использования налоговых вычетов		

Задание 4 (20 баллов)

Миссис У работает веб-дизайнером. Ее заработная плата составляет 50 000 рублей в месяц.

Известно, что в 2020 году Миссис У:

- оплатила свое лечение, которое включено в Перечень дорогостоящих видов лечения, утвержденный постановлением Правительства РФ, в сумме 60 000 рублей;
- оплатила лечение своего отца-пенсионера (неработающего) в сумме 40 000 рублей;
- оплатила свое обучение в сумме 60 000 рублей;
- направила взносы на добровольное пенсионное страхование в НПФ (негосударственный пенсионный фонд) «Светлое будущее» в сумме 50 000 рублей;
- продала старую квартиру за 3 000 000 рублей, которую купила 6 лет назад за 2 000 000 рублей;
- купила новую квартиру стоимостью 4 000 000 рублей;
- перечислила пожертвование в благотворительную организацию в сумме 30 000 рублей.

Вопросы:

1. Определите сумму НДФЛ, удержанную и уплаченную работодателем с заработной платы Миссис У в 2020 году.
2. Определите сумму налоговых вычетов каждого типа, которыми может воспользоваться Миссис У.
3. Определите величину НДФЛ с учетом налоговых вычетов.
4. Определите величину НДФЛ к возврату.
5. Какой тип налогового вычета и в каком размере будет перенесен на следующий год?

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов - 100

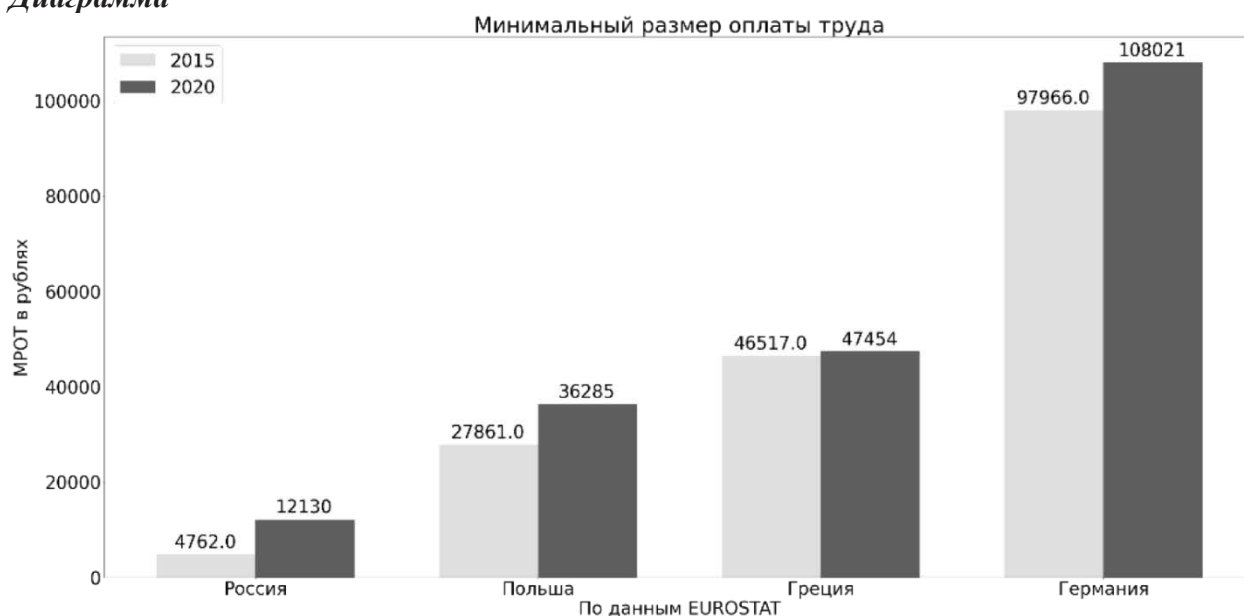
Задание 1 (20 баллов)

В студенческие годы Иванов и Немцев всегда соревновались друг с другом.

После окончания университета в 2014 году Иванов устроился на работу в России, а Немцев уехал в Германию, но друзья продолжают переписываться и спорят о том, где люди больше зарабатывают.

Немцев недавно в газете наткнулся на информацию о соотношении оплаты труда в разных странах.

Диаграмма



Иванов же нашел на сайте Федеральной службы государственной статистики график, отображающий динамику доходов россиян.

График



Рассмотрите следующие суждения и графическую информацию.

Обоснуйте финансовую грамотность или финансовую неграмотность каждого из них. Приведите как можно больше обоснований за/против каждого суждения (*не более двух предложений на каждое обоснование*).

- 1) Немцев на основании информации о соотношении оплаты труда в разных странах (см. *Диаграмму* в условии задачи) сделал вывод, что в Германии в среднем на зарплату в 2015 году можно было купить в 21 раз больше товаров и услуг, чем на заработную плату в России.
- 2) Иванов же считает, что в Германии большая часть доходов уходит на уплату налогов, так как в этой стране прогрессивная система налогообложения, что существенно сокращает возможности семейного бюджета.
- 3) Иванов проанализировал динамику доходов россиян с помощью графика из условия задачи (см. *График*), и утверждает, что на протяжении последних десяти лет покупательная способность доходов россиян неуклонно растёт.
- 4) Также Иванов сделал вывод, что большинство россиян в 2019 году зарабатывали примерно 47 800 рублей в месяц, что почти на 10% выше, чем годом ранее.
- 5) Немцев убежден, что средняя заработная плата показывает, сколько зарабатывает 50% населения страны, а остальные могут получать доходы значительно ниже средних.
- 6) Немцев завидует Иванову, потому что ставки по рублёвым депозитам в банках в России значительно выше, чем по депозитам в евро в Германии, поэтому Иванов может получить большую доходность по вкладам.

7) Кроме того, Немцев завидует Иванову, потому что 5 лет назад при выборе, куда инвестировать 4 000 000 рублей, Немцев купил квартиру в Германии, а Иванов на ту же сумму купил квартиру в России. Однако цены на недвижимость (в национальной валюте) в Германии за 5 лет выросли на 15%, а в России на 25%.

Задание 2 (30 баллов)

Иван Осторожный любит планировать всё наперёд, и он всегда беспокоится, как бы не произошло чего-то плохого, неожиданного, что может нарушить его планы.

Заработная плата Ивана составляет 50 000 рублей в месяц, кроме того, накопленные сбережения Ивана составляют 1 000 000 рублей и лежат на счёте до востребования в банке, к которому открыта дебетовая карта.

1 января Иван принял решение предпринять все усилия по снижению своих финансовых рисков.

I. Страхование квартиры

Иван стоит перед выбором страховой компании для покупки полиса страхования имущества. Он проверил, что компании А, Б и В имеют лицензии и хорошую репутацию на рынке.

Условия страхования представлены в таблице:

Компания	Страховая премия	Страховой тариф	Скидка к тарифу
А	3200	0,6%	7%
Б	3150	0,65%	8%
В	3100	0,55%	0%

1) а) В какой компании Ивану выгоднее застраховать свое имущество (квартиру), если он заинтересован в максимизации денежной суммы страхового возмещения?

б) Изменится ли ваш ответ, если Иван принимает решение по соотношению вложенных средств в покупку полиса и полученных средств, в случае наступления страхового случая при полной порче имущества?

2) Можно ли Ивану получить налоговый вычет при страховании квартиры? Если да, то в каком размере?

3) Если Иван решит застраховать квартиру **по системе первого риска** на сумму 5 млн рублей (страховая сумма), какое возмещение он получит при наступлении страхового случая с ущербом в 8 млн рублей?

II. Страхование автомобиля

Стоимость нового Ваниного автомобиля составляла 600 000 рублей, но на сегодняшний день его износ достиг 30%.

Иван застраховал машину по добровольному автострахованию на 336 000 рублей, уменьшив страховую сумму относительно действительной стоимости автомобиля с целью снижения платы за полис. Кроме того, он оформил безусловную франшизу в 3% на каждый страховой случай.

Определите общую сумму страховых выплат Ивану, если произошли два страховых случая с ущербом в 150 000 и 200 000 рублей.

III. Страхование валютного риска

Через **три месяца** Иван собирается купить импортный автомобиль стоимостью 10 тысяч долларов. Его текущих рублёвых накоплений достаточно для оплаты (курс доллара на сегодня составляет 80 рублей за 1 доллар).

Иван может одолжить деньги другу под 5% **годовых** в рублях, или конвертировать их в доллары по текущему курсу и положить в банк под 1% **годовых**.

При каких значениях валютного курса на день покупки автомобиля Ивану экономически выгоднее будет купить доллары прямо сейчас и положить деньги на долларовый депозит (кредитный риск вложений для простоты будем считать одинаковым)?

IV. Какие еще **виды финансовых рисков** вы посоветовали бы застраховать Ивану Осторожному?

Задание 3 (30 баллов)

Банки.ру – одна из самых известных в рунете интернет-площадок, позволяющая находить и сравнивать условия вкладов и кредитов в российских банках.

В конце ноября 2020 года на запрос о вариантах вложения 100 000 рублей на 3 месяца banki.ru, среди прочих, выдавал следующие предложения (данные банков и финансовых организаций скрыты):

Предложения банков и финансовых организаций

Инвестиционный продукт	10% гарантированная доходность	181 дн.
Накопительный счет	5,50% накопительный счет	91 дн.

Облигация банка Выгоднее вклада	Доходность в год 6,11%	Погашение 30.09.2022
Доходный Пенсионный (в конце срока)	4,50% Пенсионный	91 дн.
Сохраняй	2,56%	91 дн.
Максимальный доход (в долларах)	0,60%	91 дн.

Вопрос 1. Перечислите как можно больше объяснений, почему для разных предложений отличаются процентные ставки.

Вопрос 2. Почему банки предлагают особые условия для пенсионеров? Выгодно ли это самим банкам?

Вопрос 3. Перечислите плюсы и минусы каждого варианта.

Структурируйте ответ следующим образом:

1. *Инвестиционный продукт*

- а) плюсы
- б) минусы

2. *Накопительный счет*

- а) плюсы
- б) минусы

3. *Облигация банка*

- а) плюсы
- б) минусы

4. *Пенсионный вклад*

- а) плюсы
- б) минусы

5. *Обычный срочный вклад «сохраняй»*

- а) плюсы
- б) минусы

6. *Валютный вклад*

- а) плюсы
- б) минусы

Задание 4 (20 баллов)

Вася изучает возможность участия в некотором бизнес-проекте. В проект необходимо немедленно вложить 1 млн рублей собственных Васиных денег (которые в настоящий момент лежат на вкладе в банке). Кроме того, ровно через год потребуется вложить еще 1 млн рублей, который Васе придется взять в кредит. Зато ровно через два года, по Васиным расчетам, проект принесет ему 2 млн рублей чистого дохода, а еще ровно через год – еще 1 млн рублей.

Для простоты, предположим:

- процентные ставки по вкладам и по кредитам одинаковы и равны 5% год;
- начисление и капитализация процентов происходят в конце года;
- инфляция отсутствует;
- рисками вложения пренебрегаем.

Вопрос 1. Если государство обложит Васю дополнительным налогом в размере T_1 млн рублей, который выплачивается однократно в момент **завершения** бизнес-проекта, то каким может быть максимальное значение T_1 , чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту?

Вопрос 2. Если государство обложит Васю дополнительным налогом в размере T_2 млн рублей, который выплачивается однократно в момент **старта** бизнес-проекта, то каким может быть максимальное значение T_2 , чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту?

Вопрос 3. Вася опасается, что в результате пандемии COVID-19 все его будущие чистые доходы от бизнес-проекта сократятся на n %.

Каким может быть максимальное значение n , чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту?

**Задания заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Задание 1 (25 баллов)

Найдите в тексте все неверные утверждения и сформулируйте их правильно.

Для удобства все утверждения пронумерованы. Поэтому не переписывайте их в ваш ответ, а просто укажите цифру соответствующего утверждения и его верную формулировку.

[1] Стоимость полиса ОСАГО определяется путем перемножения базового тарифа на страховые коэффициенты. [2] Базовый тариф устанавливается Росстрахнадзором и одинаков для всех водителей-страховщиков, живущих в конкретном регионе. [3] Коэффициенты индивидуальны для каждого отдельного водителя и учитывают вероятность того, что он станет виновником дорожно-транспортного происшествия.

[4] Коэффициент бонус-малус (КБМ) отражает аккуратность манеры вождения конкретного водителя. [5] Значение КБМ водителя, который только что получил водительские права и в первый раз покупает полис ОСАГО, будет максимальным, поскольку у страховой компании пока нет статистических данных о стиле его вождения. [6] КБМ зависит от количества произведенных страхователями страховых возмещений при осуществлении добровольного страхования в период с 1 апреля предыдущего года по 31 марта года, следующего за годом определения КБМ, включительно. [7] КБМ водителя меняется сразу, как только водитель был признан виновником более трех ДТП в течение 180 дней.

[8] Коэффициент возраста и стажа (КВС) будет возрастать в соответствии с увеличением возраста и стажа конкретного водителя. [9] Стаж вождения рассчитывается с момента покупки первого полиса ОСАГО. [10] Если в полис ОСАГО вписано несколько водителей или если в полисе отсутствует ограничение на число водителей, то будет использован максимальный КВС.

[11] Коэффициент территории (КТ) определяется в соответствии с адресом фактического проживания водителя, указанного в его паспорте, поскольку транспортное средство преимущественно используется им именно по этому адресу.

[12] Коэффициент ограничения (КО) учитывает период использования транспортного средства. Чем короче этот период, тем меньше стоимость полиса ОСАГО.

[13] Коэффициент мощности (КМ) применяется в отношении всех транспортных средств и зависит от количества лошадиных сил двигателя.

[14] Коэффициент сезонности (КС) привязан к сезону использования автомобиля; зимой вероятность ДТП выше, поэтому КС будет больше.

Задание 2 (25 баллов)

С 2016 года Василий Интуитивный работает администратором компьютерного клуба с официальной зарплатой 25 тысяч рублей в месяц после вычета налогов. Кроме того, у Василия были накопления, которые он решил постепенно инвестировать. Для этого в начале 2018 года он открыл ИИС и в течение трех лет ежегодно вносил на счет 400 тысяч рублей, которые делил на две равные части и инвестировал в акции двух компаний: Йеллоубанк и Интаск. В начале 2021 года Василий закрыл счет и задумался о выборе типа

инвестиционного налогового вычета. Цены акций на момент покупки и продажи указаны в таблице:

Актив	Цена покупки в 2018 году, руб.	Цена покупки в 2019 году, руб.	Цена покупки в 2020 году, руб.	Цена продажи, руб.
Акции Йеллоубанка	125	160	64	320
Акции Интаска	2000	1600	3125	2500

Также Йеллоубанк выплатил на каждую акцию 10 рублей дивидендов в 2018 году, 18 рублей в 2019-м и 7 рублей в 2020-м. При этом каждый год выплаты дивидендов происходили после того, как Василий докупал акции.

Помогите Василию Интуитивному посчитать доходность от его инвестиционной деятельности и ответить на вопросы, связанные с закрытием ИИС. Брокерскую комиссию в расчетах не учитывайте.

В ответах на все вопросы приведите ход решения и пояснения к нему.

Вопрос 1

Сколько дивидендов получил Василий чистыми, за вычетом НДФЛ?

Вопрос 2

Сколько стоил портфель на момент продажи активов? Дивиденды от компании Йеллоубанк в расчетах не учитывайте.

Вопрос 3

Посчитайте, какой тип инвестиционного налогового вычета выгоднее Василию: А или Б? Сколько денег недополучит Василий, если ошибется с выбором?

Вопрос 4

В каких случаях при закрытии счета Василий не сможет претендовать на инвестиционный налоговый вычет? Укажите не более четырех возможных причин.

Задание 3 (25 баллов)

Илья давно хотел купить новую машину. 21 сентября 2021 г. его мечта осуществилась, и он приобрел Nissan Terrano (мощность двигателя 143 л.с.). В этот же день Илья поставил машину на учет в ГИБДД в г. Москве. Деньги на покупку нового автомобиля Илья взял из трех источников:

Денежные средства от продажи старого автомобиля

5 сентября 2021 г. Илья продал и снял с учета свой старый автомобиль Kia Rio (мощность двигателя 123 л.с.), который он купил 6 лет назад. Цена продажи 600 000 руб.

Накопления

01.09.20 Илья открыл депозит в банке сроком на 1 год и внес на него 700 000 руб. В момент открытия вклада ему пришлось выбирать между 2 депозитами:

- депозит А с годовой ставкой 5,0%, проценты по которому начислялись ежемесячно и капитализировались;

- депозит Б с годовой ставкой 5,2%, проценты по которому начислялись каждые полгода и капитализировались.

Илья открыл депозит, который принес ему наибольший доход. Через год (30.08.21) Илья закрыл вклад.

Зарплата

В начале сентября 2021 г. Илья обнаружил, что ему не хватает небольшой суммы для покупки новой машины. Илья работает программистом, его заработная плата составляет 80 000 руб. Его жена работает экономистом, ее заработная плата в месяц составляет 75 000 руб. Для того, чтобы долгожданная покупка осуществилась, семья решила 30% своего общего дохода за август 2021 г. (после вычета НДФЛ) направить на покупку нового автомобиля.

Справочная информация (к вопросу 3):

Налоговые ставки по транспортному налогу, действовавшие на территории г.Москвы в 2021 году:

Автомобили легковые с мощностью двигателя:	Налоговая ставка, руб. (с каждой лошадиной силы)
до 100 л.с. включительно	12
свыше 100 л.с. до 125 л.с. включительно	25
свыше 125 л.с. до 150 л.с. включительно	35
свыше 150 л.с. до 175 л.с. включительно	45

В ответах на все вопросы приведите ход решения и пояснения к нему.

Вопросы:

1. Какой вклад выбрал Илья? Обоснуйте его выбор, приведя необходимые расчеты. Какую сумму получит Илья при закрытии вклада через год?
2. Какую недостающую сумму денег супруги направили на покупку машины в сентябре 2021 г.?
3. Рассчитайте величину транспортного налога на оба автомобиля, которую заплатит Илья за 2021 г. (смотрите справочную информацию).

Задание 4 (25 баллов)

Пенсионерка **Татьяна Сергеевна** имеет сына **Александра** (40 лет) и дочь **Ольгу** (32 года). Все они проживают отдельно друг от друга в г. Москве. О каждом из них известна следующая информация:

1. **Александр** женат и у него трое несовершеннолетних детей. **Александр** владеет квартирой площадью 75 кв. м. Кадастровая стоимость квартиры равна 12 150 000 руб.
2. **Ольга** работает маркетологом. Ее заработная плата в месяц составляет 55 000 руб. **Ольга** замужем, у нее 2 несовершеннолетних ребенка. **Ольга** писала заявление работодателю на предоставление стандартных налоговых вычетов.
3. В собственности **Татьяны Сергеевны** находятся:
 - квартира №1, площадью 45 кв. м, кадастровая стоимость 6 975 000 руб.
 - квартира №2, площадью 62 кв. м., кадастровая стоимость 11 966 000 руб.
 - земельный участок, площадью 1 200 кв. м., кадастровая стоимость 2 040 000 руб.

Справочная информация:

1. Ставки налога на имущество физических лиц, действовавшие на территории г. Москвы в 2021 году.

Кадастровая стоимость квартиры	Ставка налога, %
До 10 млн. рублей (вкл.)	0,1
Свыше 10 млн. руб. до 20 млн. руб. (вкл.)	0,15
Свыше 20 млн. руб. до 50 млн. руб. (вкл.)	0,2
Свыше 50 млн. руб. до 300 млн. руб. (вкл.)	0,3

2. Налоговая ставка по земельному налогу в 2021 году составляла 0,025% от кадастровой стоимости земельного участка.

В ответах на все вопросы приведите ход решения и пояснения к нему.

Вопросы:

1. Рассчитайте сумму налога на имущество физических лиц для Александра за 2021 г.

2. Рассчитайте сумму НДФЛ, которую удержит работодатель с заработной платы Ольги за 2021 г.

3.1. Рассчитайте сумму налога на имущество физических лиц для Татьяны Сергеевны за 2021 г.

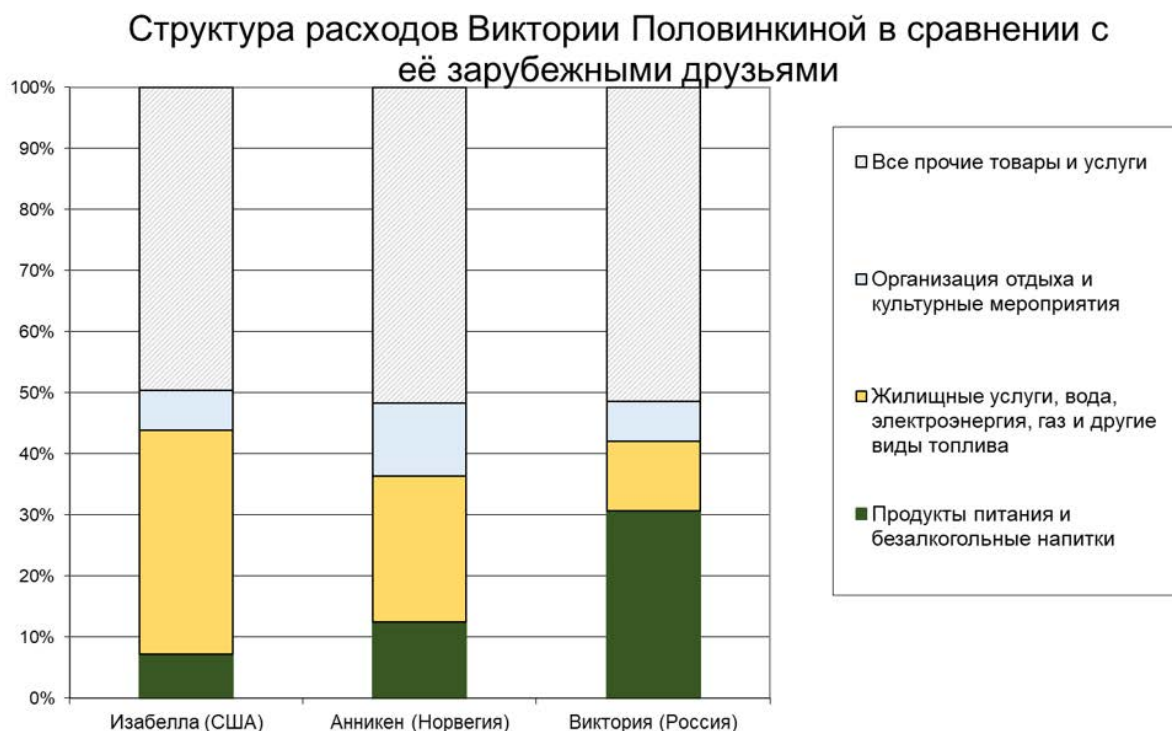
3.2. Рассчитайте сумму земельного налога для Татьяны Сергеевны за 2021 г.

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Задание 1 (24 балла)

Виктория Половинкина очень озабочена финансовым состоянием своей семьи. Она даже ведёт некоторые статистические наблюдения. Вот три результата этих наблюдений для 2020-2021 годы.



На основании **этих данных** Виктория сделала некоторые выводы. Обоснуйте финансовую грамотность или финансовую неграмотность каждого из выводов. Приведите как можно больше обоснований за/против каждого суждения (не более двух предложений на каждое обоснование).

1. Доходы Виктории за три квартала 2021 года выросли по сравнению с 2020 годом, причём за второй квартал на 15,4% и ещё на 4,6% в третьем квартале.
2. Повышение государством минимального размера оплаты труда увеличит покупательную способность дохода Виктории.
3. Материальное положение Виктории – отличное, так как львиную долю доходов она тратит на товары и услуги, которые немедленно приносят ей пользу, а не на сбережения, которые со временем обесцениваются.
4. Виктория ест значительно больше, чем её зарубежные друзья, зато Изабелла имеет большую жилплощадь, а Анникен больше развлекается.
5. Рост цен на продукты питания при прочих равных условиях окажет большее влияние на Викторию, чем на её зарубежных друзей.
6. Виктория не верит официальным данным, согласно которым инфляция составила 8% за год, потому что в магазине молоко подорожало на 10%, а сахар аж на 50%.
7. Виктория считает, что инфляция для её сбережений не страшна, так как она вложила их под 10% годовых, что превышает прогнозируемый уровень инфляции.
8. Недавно Виктория узнала о возможности купить облигации федерального займа с индексируемым номиналом (ОФЗ-ИН), и теперь она уверена, что покупка этих облигаций позволит ей полностью избежать риска инфляции.

Задание 2 (30 баллов)

А) Инвестиционные налоговые вычеты

Вася открыл индивидуальный инвестиционный счёт (ИИС), и ежегодно в течение трех лет перечислял на него по 200 000 рублей. Доходность этих вложений составляла 10% каждый год и представляла собой прирост курсовой стоимости акций. Кроме того, известно, что на протяжении этих трех лет Вася выплачивал НДФЛ с заработной платы. Сумма уплаченного НДФЛ составила 90000 рублей в год. По истечении трех лет Вася решил закрыть ИИС. Также он решил получить связанные с ИИС льготы по налогообложению (которые он ранее не получал).

1. Какую сумму возврата НДФЛ за три года может получить Вася, если он выберет инвестиционный налоговый вычет типа А (от вложений на ИИС). *Приведите решение.*
2. На какой инвестиционный налоговый вычет может рассчитывать Вася, если воспользуется освобождением от НДФЛ доходов по ИИС (вычет типа Б). *Приведите решение.*
3. Рассчитайте сумму чистого дохода Васи от использования ИИС с учётом получения налогового вычета от вложений в ИИС (типа А) после закрытия счёта. *Приведите решение.*

Б) Стратегии инвестирования

Какая из нижеперечисленных стратегий инвестирования принесёт Васе наибольший доход и какова будет его сумма, если на начало периода он располагал суммой в 600 000 рублей:

- 1 стратегия – ежегодное перечисление 200 000 рублей на ИИС в течение трёх лет, что приносит 10% годовых за счёт прироста курсовой стоимости. Эти доходы реинвестируются

в составе ИИС. Каждый год оставшиеся свободные деньги он размещает на депозит под 7% годовых с ежегодной капитализацией процентов. Получение инвестиционного налогового вычета типа А по истечении трёх лет.

2 стратегия – аналогична первой, но с получением вычета типа Б.

3 стратегия – перечисление на ИИС 600 000 рублей в начале первого года, что ежегодно приносит 10% годовых за счёт прироста курсовой стоимости. Эти доходы реинвестируются в составе ИИС. Получение инвестиционного налогового вычета типа А по истечении трёх лет.

4 стратегия – аналогична третьей, но с получением вычета типа Б.

Приведите решение.

Задание 3 (26 баллов)

Иван Бережливый работает менеджером в крупной компании и получает 100 000 рублей в месяц, но мечтает бросить работу в офисе и уехать учиться в университет во Франции. Свои накопления Иван привык держать в рублях на банковском вкладе. Однако к концу 2020 года в новостях все чаще стал упоминаться рост инфляции, да такой, что Центробанк заявил о скором подъеме ключевой ставки. Иван понял, что текущая доходность вклада его не устраивает: деньги попросту сгорают. Все накопления в размере 3 млн рублей Иван перевел на брокерский счет и сформировал инвестиционный портфель из акций, облигаций и паев биржевого фонда. Активы выбирал сам: смотрел, чем занимаются компании, а также сравнивал доходность за 2020 год. В итоге у Ивана получился следующий портфель:

Актив	Описание	Доходность за 2020 год	Доля в портфеле
Паи БПИФ на индекс EURO STOXX 50*	В портфель фонда входят акции крупнейших европейских компаний, преимущественно немецких и французских	14% в евро	15%
Акции компании <u>Galka</u>	Перспективный американский стартап, прибыль пока не зарабатывает	102,7% в долларах	30%
Акции компании Экватор	Российская золотодобывающая компания, платит дивиденды	47,9% в рублях	15%
ОФЗ-ИН	Номинальная стоимость облигации регулярно индексируется на размер инфляции, погашение в 2023 году	6% в рублях	10%
Облигации компании Чеснок	Фиксированная ставка купона, погашение в 2025 году	11% в рублях	30%

* Биржевой паевой инвестиционный фонд (БПИФ) — это портфель активов, который торгуется на бирже в форме инвестиционных паев. Каждый пай удостоверяет право владельца на долю в портфеле активов фонда. Индекс EURO STOXX 50 отражает динамику стоимости 50 крупнейших публичных компаний еврозоны

Иван надеется, что инвестиции помогут ему приумножить капитал, — так он сможет оплатить учебу и обеспечивать повседневные траты. Распродать активы и уехать во Францию Иван Бережливый планирует в начале 2024 года.

Вопрос 1

В чем ошибся Иван Бережливый при формировании портфеля? Напишите не более трех соображений.

Вопрос 2

Напишите свое мнение по каждой позиции в портфеле Ивана. Ответ структурируйте следующим образом:

1. Паи БПИФ на индекс EURO STOXX 50

1.1. Подходит ли этот актив для включения в инвестиционный портфель Ивана? Если нет, то почему? В ответ включите не более трех обоснований.

1.2. Выберите один из двух вариантов. Долю актива на этапе формирования портфеля следовало: увеличить или оставить неизменной / сократить или оставить неизменной.

2. Акции компании Galca

2.1...

2.2...

Вопрос 3

Предположим, Иван окончательно определился с составом портфеля и долями активов в нем. За счет чего Иван мог бы получить дополнительную выгоду от своих инвестиций?

Задание 4 (20 баллов)

Ольга Петровна изучает возможность участия в некотором бизнес-проекте. В проект необходимо немедленно вложить 2 млн руб. ее собственных денег (которые в настоящий момент лежат на вкладе в банке). Кроме того, ровно через год потребуется вложить еще 1 млн руб., которые Ольге Петровне придется взять в кредит. Зато ровно через два года, по ее расчетам, проект принесет 3 млн 795 тыс. руб. чистого дохода.

Для простоты, предположим, что процентные ставки по вкладам и по кредитам одинаковы и равны $r\%$ год; начисление и капитализация процентов происходят в конце года; инфляция отсутствует; рисками вложения пренебрегаем.

В каких пределах должна находиться процентная ставка r , чтобы Ольга Петровна не потеряла интереса к данному бизнес-проекту?

**Задания заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

Время выполнения заданий — 120 минут.

Максимальное количество баллов — 100.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Задание 1 (25 баллов)

Прочитайте отрывок из пьесы А.Н. Островского «Бешеные деньги» и ответьте на вопросы.

Т е л я т е в. Это хорошо, пятьдесят тысяч деньги; с ними в Москве можно иметь на сто тысяч кредита; вот вам и полтора ста тысяч. С такими деньгами можно довольно долго жить с приятностями.

В а с и л ь к о в. Но ведь надо же будет платить наконец.

Т е л я т е в. А вам-то какая печаль! Что вы уж очень заботливы! Вот охота лишнюю думу в голове иметь! Это дело предоставьте кредиторам, пусть думают и получают, как хотят. Что вам в чужое дело мешаться: наше дело уметь занять, их дело уметь получить.

1. Какие рассуждения дворянина Телятева о получении кредита являются финансово неграмотными? Поясните, почему.
2. Дополните список финансово неграмотного поведения при получении кредита тремя примерами из жизни, обоснуйте свой ответ.*

**Примечание: в качестве ответа будут засчитаны первые три примера.*

Задание 2 (25 баллов)

В 1861 году в Российской империи было принято «Положение о выкупе», согласно которому крестьяне могли выкупить землю себе в собственность. Семья крестьян Никаноровых взяла в ссуду на 49 лет по душевому участку на каждого из четырёх членов семьи. Ежегодно необходимо уплачивать 6% от полной стоимости каждого участка, из них 5,5% идёт помещику, а 0,5% – государству. Также раз в год семья уплачивает поземельный налог – по 15 копеек с десятины. Единственный источник дохода семьи – сельское хозяйство. Крестьяне продают 28 пудов зерна с десятины в год. За один пуд они получают 35 копеек дохода. Душевой участок – это 3½ десятины. Одна десятина стоит 20 рублей.

1. Каким годовым бюджетом располагает семья Никаноровых после вычета обязательных расходов на землю? Ответ дайте в рублях.
2. Какую долю годового бюджета семьи составляют отчисления государству?
3. Какова общая сумма выплат по ссуде за 49 лет?
4. Как сейчас называется ссуда, описанная в задании?

Задание 3 (25 баллов)

Вика – самозанятый флорист. Она давно занимается флористикой и больше не может рассчитывать на налоговые льготы. Вика собирает букеты и цветочные композиции и продаёт их на своём сайте. Любой житель города может оформить заказ, и Вика его доставит получателю. Она не сотрудничает с юридическими лицами.

В текущем месяце Вика решила устроить распродажу корзин с цветами по цене 2500 рублей за каждую и закупить рекламу акции у местных блогеров. Вика собрала всю доступную статистику из открытых источников и записала в таблицу условия размещения рекламного сообщения в трех подходящих ей по бюджету каналах блогеров. С помощью этой таблицы Вика хочет спрогнозировать, сколько человек перейдут к ней на сайт после рекламы и сколько из них купят корзинку с цветами.

Проанализируйте таблицу* и ответьте на вопросы.

Каналы	А	Б	В
Средний охват рекламы (чел)	850	1500	
Конверсия в переход на сайт	6%	4,2%	3,6%
Количество переходов на сайт			
Стоимость перехода (руб за чел)			72
Стоимость рекламы	3417	4914	4536
Конверсия в покупку на сайте	5%	5%	5%
Количество продаж (шт)			
Доход с продаж после вычета расходов на рекламу (руб)			

**Примечание:*

Средний охват рекламы – среднее количество человек, которые увидят рекламу в канале.

Конверсия в переход на сайт – доля тех из них, которые кликнут по рекламному сообщению, и перейдут на сайт Вики.

Стоимость рекламы – цена, которую назвали блогеры за размещение рекламы Вики у себя в канале.

Конверсия в покупку на сайте – доля посетителей сайта, которые дошли до покупки цветочной корзинки.

1. С рекламы в каком канале на сайт Вики перейдёт больше всего человек? Приведите расчеты.
2. На каком канале самая низкая стоимость привлечения одного посетителя на сайт Вики? Приведите расчеты.
3. Реклама на каком канале принесёт Вике больше всего прибыли? Приведите расчеты.
4. Какую сумму налога на профессиональный доход заплатит Вика за месяц, если она вложила деньги в самую выгодную рекламу и продала по ней дополнительные букеты, а до распродажи успела заработать 29 500 рублей?

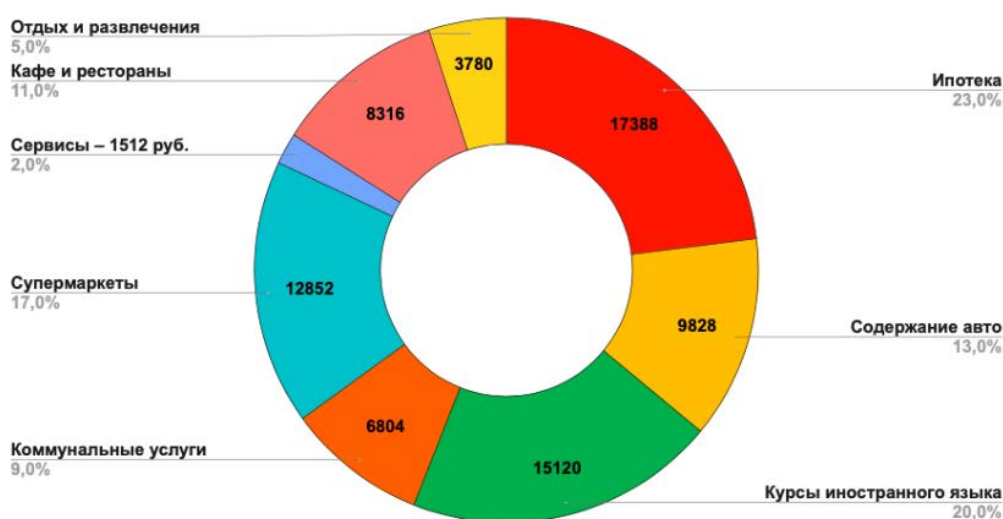
Задание 4 (25 баллов)

Мобильный банк прислал Руслану уведомление, что пришла пора выбрать три категории повышенного кэшбэка по банковской карте на сентябрь:

- Образование – 1%
- Супермаркеты – 1%
- Аптеки – 3%
- Кафе и рестораны – 5%
- Развлечения – 3%
- Сервисы – 3%

Чтобы сделать выбор, Руслан решил узнать, а на что он тратит больше всего денег. Для этого в личном кабинете мобильного банка он нашел раздел с аналитикой своих расходов по карте за предыдущий месяц. Ознакомьтесь с диаграммой и ответьте на вопросы.

Расходы 75600 рублей по категориям, руб.



1. Какие категории повышенного кэшбэка стоит выбрать Руслану, чтобы в конце сентября получить самую большую сумму возврата? Известно, что:

- Руслан хочет в три раза уменьшить расходы на кафе и рестораны и принимает решение увеличить на четверть свой бюджет на покупку продуктов в супермаркете – так он будет чаще готовить еду дома и экономить;
- также он планирует в три раза сократить траты на отдых и развлечения;
- остальные траты останутся без изменений.

В ответе укажите три категории повышенного кэшбэка и сумму возврата, которую Руслан получит в конце сентября по каждой из них. Приведите расчеты.

2. Банк предлагает Руслану заплатить ещё 800 рублей в месяц за обслуживание его банковской карты, чтобы дополнительно получать 1% кэшбэка на все траты и выбрать четыре категории повышенного кэшбэка, вместо трех.

Стоит ли Руслану воспользоваться предложением? Приведите расчеты и обоснуйте ответ.

3. Спустя время Руслану позвонил человек, представившийся сотрудником банка, с предложением оформить услугу из пункта 2 за половину стоимости и получить также возврат средств в размере 5% от всех трат по банковской карте в августе. Для этого Руслану нужно перейти по ссылке из сообщения, которое сотрудник отправит после звонка, в веб-версию сайта банка и авторизоваться в личном кабинете.

Стоит ли Руслану воспользоваться предложением? Приведите расчеты и обоснуйте ответ.

Время выполнения заданий — 120 минут.

Максимальное количество баллов — 100.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Задание 1 (20 баллов).

Два товарища, Алена и Алексей, уже давно хотели стать инвесторами. Наконец, они привели свои финансы в порядок, закрыли долги, подготовили финансовую подушку безопасности и разработали каждый свою стратегию. Алена решила стать трейдером: она очень внимательна, хорошо знает теорию, любит делать расчеты и следить за графиками. Алексей же, наоборот, решил стать пассивным инвестором.

Посмотрите, как инвестируют и торгуют друзья, и ответьте на следующие вопросы.

Вопрос 1. В июне 2021 года Алена открыла брокерский счет на территории РФ и приобрела акции небольшого стартапа «Пшеница и зерно» на 1 млн рублей. Удача благоволила Алене, и через полгода один крупный бизнесмен с хорошей репутацией объявил о приобретении стартапа. Акции резко выросли в цене до 9 млн рублей, и Алена решила их тут же продать.

По какой ставке Алена уплатит НДФЛ?

Какой доход останется у Алены после уплаты НДФЛ? Брокерская комиссия не учитывается. Алена — налоговый резидент РФ. Кто в этом случае выступит налоговым агентом, и придется ли Алене самостоятельно декларировать свой доход?

Вопрос 2. Алексей в марте 2020 года решил открыть брокерский счет и приобрел акции российской компании «Технобрусника и Ко» из высокотехнологичного сектора. Полтора года Алексей держал их в своем портфеле, за это время их рыночная стоимость выросла — и Алексей решил их продать.

Сможет ли Алексей освободить весь свой доход от операций на фондовом рынке от налога на доход? Если да, то какую льготу он при этом должен использовать? Обоснуйте свой ответ описанием и условием льготы.

Вопрос 3. Представьте, что компания «Технобрусника и Ко», в которую вложился Алексей, начала выплачивать дивиденды. Сможет ли Алексей использовать налоговый вычет, чтобы освободить дивиденды от НДФЛ? Если да, то какой? Обоснуйте свой ответ.

Вопрос 4. Сможет ли Алексей использовать налоговый вычет и вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет? Если нет, то что для этого нужно? Обоснуйте свой ответ. Кстати, друг Алексея Иван тоже хочет вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет, но при этом он не является налоговым резидентом РФ. Сможет ли он вернуть 13% от своих взносов? Возможны ли другие варианты возвращения 13% от взносов?

Задание 2 (25 баллов).

Герои этого задания в течение 2022 года получали подарки и выигрывали денежные призы:

1	Антон (налоговый резидент РФ) получил 6000 рублей в подарок на Новый год от бабушки и дедушки
2	Борис (налоговый резидент РФ) получил 3000 рублей в подарок на день рождения от коллег
3	Василий (налоговый резидент РФ) получил 5000 рублей в подарок ко дню свадьбы от близкого друга
4	Глеб (налоговый нерезидент РФ) выиграл 10000 рублей в российскую лотерею
5	Денис (налоговый нерезидент РФ) выиграл 3000 рублей в российскую лотерею
6	Елена (налоговый резидент РФ) получила от компании-работодателя подарок в честь дня рождения компании стоимостью 2500 рублей
7	Женя (налоговый резидент РФ) дважды выиграла в российскую лотерею по 5000 рублей
8	Зоя (налоговый резидент РФ) выиграла в иностранную лотерею 4000 рублей
9	Ирина (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской букмекерской конторе на сумму 1000 рублей, выиграла и сняла со своего игрового счета 4000 рублей
10	Кира (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской букмекерской конторе на сумму 5000 рублей, выиграла 14000 рублей и сняла выигрыш со своего игрового счета

В определенных случаях подобные подарки и выигрыши – это налогооблагаемые доходы.

1. Помогите героям рассчитать сумму налога на доходы физических лиц, который нужно уплатить в российский бюджет.

Запишите ответ в бланке ответов в виде следующей таблицы:

№	Расчет суммы налога	А / Б / В
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

2. Укажите в последнем столбце таблицы букву, соответствующую одному из возможных вариантов:

А – расчет и уплата налога не производятся;

Б – налог рассчитывает и уплачивает налоговый агент (даритель, организатор игрового мероприятия);

В – налог рассчитывает и уплачивает налогоплательщик.

3. Отдельно (вне таблицы) укажите срок подачи налоговой декларации по форме 3-НДФЛ в случае, если налог исчисляет и уплачивает получатель выигрыша, а также срок уплаты налога.

Задание 3 (25 баллов).

В каждом из приведенных ниже абзацев выберите **все неверные** утверждения и/или действия и обоснуйте, почему они ошибочны.

Для удобства абзацы текста задания пронумерованы. В ответе укажите цифру соответствующего абзаца и ваш комментарий к нему.

[1] Ольга купила автомобиль и решила застраховать его. Она знает, что самое главное – это оформить полис ОСАГО, без которого управлять автомобилем никак нельзя. Данный полис защитит как ее жизнь и здоровье, так и ее автомобиль от материального ущерба со стороны третьих лиц. И даже если ДТП произойдет по вине самой Ольги, страховая компания, в которой она купила полис ОСАГО, полностью оплатит ремонт ее собственного автомобиля в пределах страховой суммы и автомобилей пострадавших, сколько бы они ни стоили.

[2] Ольга уверена, что при расчете полиса ОСАГО страховая компания будет учитывать такие факторы, как марка автомобиля, цвет его кузова, национальность Ольги, ее расовая принадлежность, семейное положение, образование, вероисповедание и должность. Кроме того, Ольга полагает, что ей как многодетной матери положена федеральная льгота при оформлении данного полиса.

[3] Ольга также думает купить полис КАСКО, чтобы защитить себя от рисков повреждения и угона. На момент заключения страхового договора действительная стоимость автомобиля составляет 750 тысяч руб., однако Ольга думает, что правильнее будет застраховать его на большую сумму, например, на 1 млн руб. Она готова заплатить за полис КАСКО дороже, т.к. это позволит ей рассчитывать на большее страховое возмещение. Кроме того, Ольга подумывает о том, чтобы увеличить страховую защиту, купив второй полис КАСКО в другой страховой компании и застраховав свой автомобиль от тех же рисков и на ту же страховую сумму.

[4] Чтобы сэкономить на стоимости полисов ОСАГО и КАСКО, Ольга думает включить в страховые договоры безусловную франшизу, т.к. полагает, что небольшой ущерб она в состоянии покрыть за счет собственных средств. Если же размер нанесенного автомобилю ущерба превысит размер франшизы, то страховая компания возместит убытки в полном объеме.

[5] Если Ольга соберется поехать на своем автомобиле в другой российский регион, то она оформит «зеленую карту», которая защитит ее автомобиль как от материального ущерба со стороны третьих лиц, так и от угона.

[6] При выборе страховой компании Ольге стоит проверить наличие у нее лицензии, выданной Федеральной службой страхового надзора, и срок ее действия. Чем дольше срок выданной лицензии, тем надежнее страховая компания.

Задание 4 (30 баллов)

Федор и Есения – супруги. К июлю 2022 г. им необходимо было накопить определенную сумму денег для ремонта квартиры. Деньги на ремонт они планировали получить из нескольких источников.

Использование налоговых вычетов

Ежемесячная заработная плата Федора (до вычета НДФЛ) составляет 60 000 руб., а годовая заработная плата Есении (до вычета НДФЛ) составляет 360 000 руб. Каждый из супругов 01.01.21 открыл индивидуальный инвестиционный счет (ИИС). Супруги в дальнейшем планировали воспользоваться инвестиционным налоговым вычетом на взносы (тип А). В 2021 г. Федор внес на ИИС сумму 600 000 руб., Есения внесла на свой ИИС 400 000 руб. Также в 2021 г. Федор заключил договор добровольного страхования жизни на 6 лет и внес на него 90 000 руб.

В начале 2022 года Федор и Есения подали документы для получения налоговых вычетов. Налоговая инспекция провела камеральную проверку и произвела возврат НДФЛ каждому из супругов на их банковские счета 01.04.22.

Доходы по ценным бумагам

При открытии ИИС супруги указали, что доходы по ценным бумагам, приобретаемым на ИИС, должны поступать на их банковские счета, а не на ИИС. Федор является агрессивным инвестором и вложил всю сумму, которую внес на ИИС, в акции компании ABC. Цена покупки на 01.01.21 составила 200 руб. за акцию. В марте 2022 г. состоялось годовое общее собрание акционеров компании ABC, на котором было принято решение, что величина дивиденда на 1 акцию составит 20 руб. На банковский счет Федора дивиденды поступили 01.04.22.

Есения является консервативным инвестором и не склонна к риску, поэтому 01.01.21 она вложила средства, размещенные на ИИС, в государственные рублевые облигации. Номинал облигации 1 000 руб., цена покупки 1 облигации – 800 руб., дата погашения 01.01.26, ставка купона – 6% годовых, купон выплачивается 1 раз в год (1 января каждого года). 01.01.22 купоны по облигациям поступили на банковский счет Есении.

Банковский депозит

01.04.22 Федор открыл вклад в банке на 3 месяца с возможностью пополнения денежных средств и разместил на него:

- сумму полученных дивидендов от компании ABC;
- сумму возврата НДФЛ за 2021 г. от налоговой инспекции;
- сумму в размере 4 100 руб.

Годовая ставка процента по депозиту составила 18%. Проценты по вкладу начисляются в конце каждого месяца и капитализируются. Федор пополнял вклад 2 раза:

- 01.05.22 на сумму 15 000 руб.;
- 01.06.22 на сумму 15 000 руб.

Есения 01.01.22 открыла вклад в банке на 6 месяцев с возможностью пополнения под 8% годовых. Проценты начисляются в конце каждого квартала и капитализируются. Есения пополняла вклад 2 раза:

- 01.01.22 на сумму полученных купонов по государственным облигациям;
- 01.04.22 на сумму возврата НДФЛ за 2021 г. от налоговой инспекции.

Вопросы:

1) Укажите суммы и названия налоговых вычетов, которые получит каждый из супругов за 2021 г. Поясните Ваш ответ.

- 2) Приведите расчет суммы НДФЛ к возврату, которую получит каждый из супругов за 2021 г.
- 3) Приведите расчет суммы доходов по ценным бумагам, которая поступит на банковский счет каждого из супругов 01.04.22.
- 4) Приведите расчет суммы на банковском депозите каждого из супругов на момент закрытия депозита (01.07.22).

**Время выполнения заданий — 120 минут.
Максимальное количество баллов — 100.**

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Задание 1 (26 баллов)

Герои этого задания в течение 2022 года получали подарки и выигрывали денежные призы:

1	Антонина (налоговый резидент РФ) получила 6000 рублей в подарок от брата на новоселье
2	Булат (налоговый резидент РФ) получил 10000 рублей в подарок на юбилей от коллег
3	Валерия (налоговый нерезидент РФ) выиграла 15000 рублей в российскую лотерею
4	Григорий (налоговый нерезидент РФ) выиграл 2000 рублей в российскую лотерею
5	Дарья (налоговый нерезидент РФ) получила от компании-работодателя подарок в честь дня рождения компании стоимостью 4000 рублей
6	Егор (налоговый резидент РФ) выиграл в иностранную лотерею 30000 рублей
7	Женя (налоговый резидент РФ) сделал ставку в российской букмекерской конторе на сумму 1000 рублей, выиграл и снял со своего игрового счета 10000 рублей
8	Зинаида (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской онлайн букмекерской конторе на сумму 5000 рублей, выиграла 20000 рублей и сняла выигрыш со своего игрового счета
9	Иван (налоговый резидент РФ) сделал ставку в российском казино на сумму 10 000 рублей и выиграл 50 000 рублей.

В определенных случаях подобные подарки и выигрыши – это налогооблагаемые доходы.

1. Помогите героям рассчитать сумму налога на доходы физических лиц, который нужно уплатить в российский бюджет.

Запишите ответ в бланке ответов в виде следующей таблицы:

№	Расчет суммы налога	А / Б / В / Г
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

2. Укажите в последнем столбце таблицы букву, соответствующую одному из возможных вариантов:
А – расчет и уплата налога не производятся;
Б – налог рассчитывает и уплачивает налоговый агент (даритель, организатор игрового мероприятия);
В – налог рассчитывает и уплачивает налогоплательщик;
Г – уплата налога производится налогоплательщиком на основании налогового уведомления, направленного ему налоговым органом (**дополнительно укажите срок уплаты налога**).
3. Отдельно (вне таблицы) укажите срок подачи налоговой декларации по форме 3-НДФЛ в случае, если налог исчисляет и уплачивает получатель выигрыша, а также срок уплаты налога.

Задание 2 (25 баллов)

В 2020 году Инна решила купить собственную квартиру в Санкт-Петербурге, чтобы иметь возможность переехать туда через 2 года, когда она планирует полностью перейти на дистанционную работу. По предположению Инны её заработная плата до налогообложения в 2021 и 2022 годах составит 83 334 рубля в месяц, из которых 20 000 рублей Инна собирается ежемесячно откладывать. Накопления Инны в банке на 31 декабря 2020 года составили 3 000 000 рублей. По оценке Инны, «квартира мечты» обойдётся ей в 4 000 000 рублей. Теперь Инна размышляет над альтернативными вариантами аккумулирования необходимой суммы для покупки квартиры.

Варианты:

- 1.01.2021 г. вложить накопленные сбережения под 9% годовых с ежемесячной капитализацией процентов. По условиям банковского вклада до внесение средств возможно каждые 6 месяцев, но не ранее чем через полгода после открытия вклада. Поэтому отложенные ежемесячные накопления тоже могут быть инвестированы, но на меньший срок.
- Взять ипотечный кредит на недостающую сумму в банке на 2 года под ставку 13% годовых с выплатой процентов в конце каждого года и возвратом тела кредита равными долями также в конце каждого года. В начале 2021 года купить квартиру и сдать квартиру в наём друзьям за 34 000 рублей в месяц. Для погашения кредита использовать сбережения за год и доход от сдачи квартиры в наём после уплаты налога на профессиональный доход. В расчётах не учитывайте налоговый вычет для самозанятых. Для упрощения расчётов будем считать, что возврат НДФЛ в связи с имущественным вычетом за 2021 и 2022 годы будет осуществлён 31.12.2022 г.
Какая из данных альтернатив окажется более экономически выгодной для Инны, если через 2 года:
А) стоимость квартиры совпадёт с её ожиданиями?
Б) выбранная квартира будет стоить на 15% дороже?

Приведите решение для каждого из случаев.

Задание 3 (24 балла).

Иван Иванович, житель некой вымышленной страны Р, решает в какой валюте ему вложить свои средства на вклад **на три месяца**, в национальной или в иностранной. Ставки по вкладам, предлагаемые банком, составляют **23% годовых** в национальной валюте и **2% годовых** в иностранной (начисление и выплата процентов осуществляется в конце срока действия вкладов). ИПЦ (индекс потребительских цен) в стране Р в настоящий момент находится на отметке **102,20%** к концу декабря прошлого года. При открытии вклада в иностранной валюте, её нужно будет купить по текущему курсу, при этом через три месяца забрать средства можно будет только в национальной валюте по курсу, который будет действовать на момент закрытия вклада.

Иван Иванович рассматривает два сценария:

	ИПЦ через 3 месяца, % к декабрю прошлого года	Курс иностранной валюты сейчас		Курс иностранной валюты через три месяца	
		покупка	продажа	покупка	продажа
Сценарий А	120,60	114,62	133,09	160,24	201,11
Сценарий Б	107,31	114,62	133,09	116,53	134,15

Рассчитайте темпы инфляции в стране за 3 месяца по двум сценариям, используя ИПЦ. На основе полученных результатов рассчитайте далее по каждому из сценариев **реальную** доходность вложений по каждому из двух вкладов за три месяца. Для расчёта используйте **точную** формулу Фишера, промежуточные результаты округляйте до 2 знаков после запятой, ответ дайте в процентах, со знаком (если положительная доходность, то «+», если отрицательная, то «-») и с округлением до 2 знака после запятой.

Расчеты и ответы оформите таблицей, как показано в примере ниже:

	Темп инфляции за 3 месяца	Реальная доходность вклада в национальной валюте, %	Реальная доходность вклада в иностранной валюте, %
Сценарий А	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:
Сценарий Б	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:

Задание 4 (25 баллов).

Ольга Беззаботная собралась стать инвестором. В начале 2023 года все свои накопления в размере 10 млн рублей она решила вложить в различные активы и сформировать инвестиционный портфель, который готова держать пять лет. Чтобы минимизировать риски, Ольга обратилась к другу, который предложил следующую структуру портфеля:

Актив	Доля в портфеле
Золото	25%
Валюта	25%
Акции	25%
Облигации	25%

При этом давать конкретные рекомендации по выбору инструментов друг не готов. Поэтому Ольга будет разбираться сама, а также спросит вашего совета. Постарайтесь помочь начинающему инвестору Ольге на основе данных, которые она собрала для вас.

Вопрос 1. Золото

Ольга верит в золото и уже купила его на бирже по цене 3 500 рублей за грамм. Рублевая цена золота определяется Центробанком и привязана к мировой стоимости тройской унции (31,1 грамма). На момент покупки курс доллара к рублю составлял 62 рубля. Продать золото Ольга планирует тогда, когда оно достигнет целевой цены.

Приведите такие значения курса доллара или цены тройской унции, при которых вложения Ольги в золото будут стоить 3,5 млн рублей. Комиссию можно не учитывать.

Вопрос 2. Валюта

Ольга сомневается, какую валюту ей купить на брокерский счет: юань, гонконгский доллар или доллар США. По задумке, эта позиция должна защитить часть портфеля от ослабления курса рубля. При этом покупать валюту Ольга готова как на бирже, так и в обменниках. Часть валюты Ольга готова положить на депозит, а через пять лет, после окончания горизонта инвестирования, вложить валюту в инструменты фондового рынка.

Подскажите Ольге по два плюса и минуса **каждой** валюты.

Вопрос 3. Акции

Ольга собирается вложиться в дивидендные акции компании Газтэк. Ожидаемая доходность от роста рыночной стоимости акций составляет 5% годовых, а дивидендная доходность составит 8%.

Какова будет стоимость вложений в эти акции через пять лет с учетом ежегодного реинвестирования дивидендов (каждый год дивиденды выплачиваются после реинвестирования, а суммы без остатка хватает на покупку новых акций)? При этом все дивиденды по акциям будут выплачены, а ожидаемая доходность оправдает надежды. Комиссию и налоги не учитывать.

Вопрос 4. Облигации

Ольга прочитала, что в прошлом году инфляция составила 6%. В этом году экономисты ожидают темпа инфляции на уровне 10% годовых и не видят признаков его дальнейшего

снижения. Также прогнозируется рост ключевой ставки ЦБ РФ в этом году и, возможно, в последующие четыре года. Ольга выбирает между:

1. Облигациями крупной и стабильной государственной корпорации Сенатор с текущей купонной доходностью 11%. Погашение в 2029 году.
2. ОФЗ-ИН (ОФЗ с индексируемым номиналом) с текущей купонной доходностью 4%. Погашение в 2027 году.

Подскажите Ольге, какой инструмент лучше подходит для покупки в текущих условиях? Приведите два аргумента.

**Решения к заданиям заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

9 -10 класс

Задание 1 (25 баллов).

Супруги Алла и Егор Коньковы являются клиентами банка «Доходный», который, в свою очередь, является участником государственной системы страхования вкладов.

У банка отзывают лицензию. На момент отзыва лицензии Алла имела в банке «Доходный» срочный депозит, открытый в одном отделении данного банка, на сумму 1 млн рублей с учетом начисленного процентного дохода и обезличенный металлический счет на 1000 граммов золота в другом отделении этого же банка, а Егор – зарплатный счет на сумму 200 тысяч рублей и срочный депозит на сумму 1000 евро с учетом начисленного процентного дохода.

Перечислите и поясните как можно больше условий, которые повлияли на сумму страхового возмещения, на которую может рассчитывать семья Коньковых в рамках государственной системы страхования вкладов, и что произойдет с денежными средствами, которые не войдут в сумму страхового возмещения.

Критерии	Баллы
Если в одном и том же банке открыты вклады отдельно мужа и отдельно жены, то каждый из них имеет право на страховое возмещение.	2
Вклады и счета в разных филиалах (отделениях) одного и того же банка считаются вкладами в одном банке.	2
Страхование в рамках ССВ подлежат денежные средства в рублях и иностранной валюте, размещаемые в банках-участниках ССВ на основании договора банковского вклада или договора банковского счета, включая капитализированные (причисленные) проценты на сумму вклада.	2
Средства на обезличенных металлических счетах государственному страхованию не подлежат, т.к. на них учитываются не денежные средства, а драгоценные металлы в весовых единицах.	2
Денежные средства на зарплатных счетах являются застрахованными.	2
Выплата возмещения по вкладам осуществляется в рублях.	2
Сумма возмещения по вкладу в иностранной валюте рассчитывается по курсу, установленному Банком России на день наступления страхового случая.	2
Если у вкладчика несколько вкладов в одном и том же банке, возмещение выплачивается по каждому из вкладов пропорционально их размерам, но не более 1 400 000 рублей в совокупности.	2
Таким образом, Алла получит 1 млн рублей.	2
Егор получит выплату пропорционально размерам своих денежных сумм (200 000 рублей по зарплатному счету + 1000 евро в рублях по курсу ЦБ на день наступления страхового случая), но не более 1 400 000 рублей в совокупности по обоим счетам.	2
Если сумма вкладов превышает установленную максимальную сумму возмещения, неисполненные обязательства банка перед вкладчиком исполняются в ходе конкурсных (ликвидационных) процедур в отношении банка. Остатки задолженности банка перед вкладчиком будут включены в реестр требований кредиторов банка в первую очередь.	3

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

Задание 2 (25 баллов).

В таблице представлены данные о рыночных ценах финансовых инструментов и курсах валют в 2017-2020 годах:

	31.10.2017	31.10.2018	31.10.2019	31.10.2020
Золото, рублей за грамм	2368,10	2579,92	3060,14	4784,40
Доллар США, рублей за 1 доллар США	57,87	65,77	63,87	79,33
Акция компании «Альянс», рублей за штуку	193,80	189,90	234,89	200,99

1. Проанализируйте данные таблицы и приведите соображения, исходя из которых финансово грамотный инвестор распределил бы свои средства между этими финансовыми инструментами на следующие три года, чем бы он при этом руководствовался в первую очередь?

Укажите не более четырех соображений.

Для удобства можно записать доходность финансовых инструментов в виде следующей таблицы (заполнение таблицы не обязательно и никак не оценивается):

	Золото	Доллар США	Акция
2017-2018			
2018-2019			
2019-2020			
2017-2020			

1) Критерии (максимум 12 баллов, по 3 балла за каждое верное суждение)	Баллы
Судя по представленным в таблице данным, цены финансовых инструментов очень изменчивы (волатильные) . На каждом временном промежутке среди финансовых инструментов каждый раз был разный лидер по росту цены (и доходности): доллар США в 2017-2018 гг., акция – в 2018-2019 гг., золото – в 2019-2020 гг.	3
Поэтому оптимальным решением для осторожного инвестора могла бы стать диверсификация вложений между этими тремя инструментами.	3
Склонный к риску инвестор вложил бы, прежде всего, в золото , т. к. за последний временной период 2019-2020 и за трехлетний период 2017-2020 оно выросло в цене больше всего.	3
Инвестор руководствуется, прежде всего, своими предпочтениями о риске и доходности финансовых инструментов.	3

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

2. На мировых рынках цены чистого золота устанавливаются в долларах США за 1 тройскую унцию (1 тройская унция – это примерно 31 грамм). **На сколько процентов изменилась мировая цена 1 тройской унции золота с 31 октября 2017 года по 31 октября 2020 года с учетом данных о ценах и курсах в таблице из пункта 1?**

2) Критерии (максимум 6 баллов)	Баллы
<p><i>Если приведен порядок расчета и дан правильный ответ о стоимости 1 тройской унции золота на 31.10.2017. (2 балла)</i></p> <p><i>Если дан только правильный ответ о стоимости 1 тройской унции золота на 31.10.2017 2017 без решения. (1 балл)</i></p> <p>Цена 1 тройской унции золота на 31.10.2017 = $2368,1 * 31 / 57,87 = 1269$ долларов</p>	2
<p><i>Если приведен порядок расчета и дан правильный ответ о стоимости 1 тройской унции золота на 31.10.2020. (2 балла)</i></p> <p><i>Если дан только правильный ответ о стоимости 1 тройской унции золота на 31.10.2020 2017 без решения. (1 балл)</i></p> <p>Цена 1 тройской унции золота на 31.10.2020 = $4784,4 * 31 / 79,33 = 1870$ долларов</p>	2
<p><i>Если приведен порядок расчета (на основе ранее рассчитанных ее стоимостей на 31.10.2017 и 31.10.2020) и дан правильный ответ о приросте стоимости 1 тройской унции золота за 3 года. (2 балла)</i></p> <p><i>Если дан только правильный ответ о приросте стоимости 1 тройской унции золота за 3 года 2017 без решения. (1 балл)</i></p> <p>$(1870 / 1269 - 1) * 100\% = 47\%$</p>	2
<p><i>Если приведен порядок расчета (в одной математической последовательности) и дан правильный ответ о приросте стоимости 1 тройской унции золота за 3 года. (6 баллов)</i></p> <p>$4784,4 * 57,87$ $(\frac{\quad}{2368,1 * 79,33} - 1) * 100\% = 47\%$</p>	6

3. **Рассчитайте совокупную доходность инвестиционного портфеля, составленного из 1 кг золота, 10 000 долларов США и 1000 акций компании «Альянс», за период 2017-2020 гг.**

3) Критерии (максимум 7 баллов)	Баллы
<p><i>Если приведен порядок расчета и дан правильный ответ о стоимости инвестиционного портфеля на 31.10.2017. (2 балла)</i></p> <p><i>Если дан только правильный ответ о стоимости инвестиционного портфеля на 31.10.2017 без решения. (1 балл)</i></p> <p>$2368,10 * 1000 + 57,87 * 10000 + 193,80 * 1000 = 2\,368\,100 + 578\,700 + 193\,800 = 3\,140\,600$ рублей.</p>	2

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

<i>Если приведен порядок расчета и дан правильный ответ о стоимости инвестиционного портфеля на 31.10.2020. (2 балла)</i> <i>Если дан только правильный ответ о стоимости инвестиционного портфеля на 31.10.2020 2017 без решения. (1 балл)</i> $4784,40 * 1000 + 79,33 * 10000 + 200,99 * 1000 = 4\,784\,400 + 793\,300 + 200\,990 = 5\,778\,690$ рублей.	2
<i>Если приведен порядок расчета и дан правильный ответ о совокупной доходности инвестиционного портфеля за 3 года. (3 балла)</i> <i>Если дан только правильный ответ о совокупной доходности инвестиционного портфеля за 3 года 2017 без решения. (1 балл)</i> $((5\,778\,690 - 3\,140\,600) / 3\,140\,600) * 100\% = 2\,638\,090 / 3\,140\,600 * 100\% = 84\%$	3

Задание 3 (30 баллов)

Мистер Х работает архитектором, его заработная плата составляет 60 000 руб. в месяц. Недавно он прослушал курс по повышению финансовой грамотности и решил применить полученные знания на практике.

1. Формирование резервного капитала

Ранее Мистер Х не имел резервного капитала. Но теперь он решил, что ежемесячно будет направлять 10% от своей заработной платы за вычетом налогов на формирование резервного капитала. Для этого 01.10.20 Мистер Х открыл вклад с возможностью частичного пополнения и возможностью частичного снятия денежных средств. Он будет пополнять вклад в начале каждого месяца. Ставка по депозиту составляет 2,15% годовых, проценты начисляются ежемесячно и капитализируются.

Вопрос:

1.1. Определите величину резервного капитала, которая будет у Мистера Х на счете через 3 месяца.

2. Формирование инвестиционного капитала

На 01.01.20 Мистер Х имел накопления в размере 500 000 руб., и он собирался положить их на депозит, ставка по которому составляет 4% годовых, проценты по вкладу начисляются каждый квартал и капитализируются. Прослушав курс по финансовой грамотности, он понял, что доходность по депозитам слишком низкая. Поэтому для формирования инвестиционного капитала Мистер Х 01.01.20 решил открыть индивидуальный инвестиционный счет (ИИС) типа А в брокерской компании и внес туда свои накопления в сумме 500 000 руб. Все полученные средства Мистер Х вложил в акции компании «Доходная», которые купил по цене 25 руб. за 1 акцию 01.01.20. Дивиденд в расчете на 1 акцию компании «Доходная» за год составил 2,5 руб. Цена акции колебалась в течение года, но 31.12.20 она вновь вернулась к своему первоначальному значению 25 руб.

Вопросы:

2.1. Определите сумму НДФЛ на дивиденды за 2020 год.

2.2. Укажите очищенную от налога сумму дивидендов, которая поступит Мистеру Х.

2.3. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 руб.) на депозит?

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

2.4. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера X на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 руб.) на ИИС типа А?

2.5. Объясните, в чем отличие ИИС типа А от ИИС типа Б.

2.6. Укажите величину инвестиционного налогового вычета, которую получит Мистер X, открыв ИИС типа А. Рассчитайте сумму НДФЛ к возврату.

2.7. Смог ли Мистер X улучшить свое финансовое состояние, повысив свою финансовую грамотность? Чтобы ответить на этот вопрос, заполните таблицу ниже и сделайте выводы.

	Без прослушивания курса по финансовой грамотности	После прослушивания курса
Сумма резервного капитала на 31.12.20		
Сумма инвестиционного капитала на 31.12.20	*вкладывает средства на депозит	
Возврат НДФЛ в результате использования налоговых вычетов		

Критерии оценки

Вопросы	Макс. балл
1.1. Определите величину резервного капитала, которая будет у Мистера X на счете через 3 месяца.	6
1.1.1. Расчет ежемесячного Чистого дохода	1
1.1.2. Сумма, которую ежемесячно направляют на формирование Резервного капитала	1
1.1.3. Расчет процентов и величины Резервного капитала через 3 месяца	4
1.1.3.1. Правильно рассчитана ежемесячная ставка	1
1.1.3.2. Правильно учтена капитализация	2
1.1.3.3. Правильный поток платежей	1

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

2.1. Определите сумму НДФЛ на дивиденды за 2020 год.	4
2.1.1. Количество купленных акций	1
2.1.2. Сумма дивидендов	1
2.1.3.	2
2.2. Укажите очищенную от налога сумму дивидендов, которая поступит Мистеру Х.	2
2.3. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 руб.) на депозит?	3
2.4. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 руб.) на ИИС типа А?	3
2.4.1. Стоимость акции	1
2.4.2. Дивиденды	1
2.4.3. НДФЛ на дивиденды	1
2.5. Объясните, в чем отличие ИИС типа А от ИИС типа Б.	4
2.5.1. ИИС А	2
2.5.2. ИИС Б	2
2.6. Укажите величину инвестиционного налогового вычета, которую получит Мистер Х, открыв ИИС типа А. Рассчитайте сумму НДФЛ к возврату.	4
2.6.1. Налоговый вычет	1
2.6.2. Возврат налога	1
2.6.3. Расчеты, рассуждения	2
2.7. Смог ли Мистер Х улучшить свое финансовое состояние, повысив свою финансовую грамотность? Чтобы ответить на этот вопрос, заполните таблицу ниже и сделайте выводы.	4
2.7.1. Резервный капитал	1
2.7.2. Инвестиционный капитал	2
2.7.3. Возврат НДФЛ	1
Итого	30

Решение

1.1. Рассчитать величину резервного капитала, которая будет у Мистера Х на счете через 3 месяца.

1.1.1. Ищем величину ежемесячного дохода после вычета НДФЛ:

НДФЛ: $60\,000 * 0,13 = 7\,800$ руб.

Чистый доход: $60\,000 - 7\,800 = 52\,200$ руб.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

1.1.2. Ищем сумму, которую инвестор будет ежемесячно направлять на формирование резервного капитала:

$52\,200 * 0,1 = 5\,220$ руб. – сумма, которую Мистер Х будет вносить на счет в начале каждого месяца.

1.1.3. Ищем сумму, которая будет на счете через 3 месяца:

Проценты начисляются ежемесячно, значит, каждый месяц будет начисляться $2,15/12$. Ищем будущую стоимость взносов (через 3 месяца).

$5\,220 * (1 + 0,0215/12)^3 = 5\,248,11$ руб. – будущая стоимость внесенных в начале 1-го месяца взносов.

$5\,220 * (1 + 0,0215/12)^2 = 5\,238,72$ руб. – будущая стоимость внесенных в начале 2-го месяца взносов

$5\,220 * (1 + 0,0215/12) = 5\,229,35$ руб. – будущая стоимость внесенных в начале 3-го месяца взносов

Итого: 15 716,18 руб.

2.1. Определите сумму НДФЛ на дивиденды за 2020 год.

Найдем количество купленных акций:

$500\,000 / 25 = 20\,000$ шт.

Сумма начисленных дивидендов:

$20\,000 * 2,5 = 50\,000$ руб.

Налог на дивиденды:

$50\,000 * 0,13 = 6\,500$ руб.

2.2. Укажите очищенную от налога сумму дивидендов, которая поступит Мистеру Х.

$50\,000 - 6\,500 = 43\,500$ руб.

2.3. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 руб.) на депозит?

$500\,000 * (1 + 0,04/4)^4 = 520\,302,01$ руб.

2.4. Какая величина инвестиционного капитала будет у Мистера Х на 31.12.20, если 01.01.20 он вложит свои накопления (500 000 руб.) на ИИС типа А?

500 000 – так как акции в цене не выросли

43 500 – дивиденды за минусом налога

Итого: 543 500 руб.

2.5. Объясните, в чем отличие ИИС типа А от ИИС типа Б.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

При открытии ИИС типа А инвестор имеет право воспользоваться инвестиционным налоговым вычетом в сумме денежных средств, внесенных им в течение года на индивидуальный инвестиционный счет. Максимальная величина налогового вычета составляет 400 000 руб. При этом сумма возврата НДФЛ ограничена суммой 52 000 руб., а также суммой НДФЛ, уплаченного за отчетный год.

Инвестиционный вычет по ИИС типа Б предоставляется в размере положительного финансового результата, полученного по операциям на ИИС.

2.6. Укажите величину инвестиционного налогового вычета, которую получит Мистер Х, открыв ИИС типа А. Рассчитайте сумму НДФЛ к возврату.

НДФЛ уплаченный: $60000 * 12 * 0,13 = 93\ 600$ руб.

Налоговый вычет – 400 000 руб.

НДФЛ с учетом вычета: $(720000 - 400000) * 0,13 = 41\ 600$ руб.

Возврат налога: $93600 - 41600 = 52000$ руб.

2.7. Смог ли Мистер Х улучшить свое финансовое состояние, повысив свою финансовую грамотность? Чтобы ответить на этот вопрос, заполните таблицу ниже и сделайте выводы.

	Без прослушивания курса по финансовой грамотности	После прослушивания курса
Сумма резервного капитала	0	15 716,18
Сумма инвестиционного капитала, в т. ч. заработанный доход	520 302,01	543 500
Сумма возврата НДФЛ из налоговой инспекции после применения налоговых вычетов	0, т. к. ничего про это не знал	52 000

Финансовое состояние Мистера Х улучшилось, т. к. теперь у него есть резервный капитал, которым он может воспользоваться в случае каких-то непредвиденных событий. Раньше он откладывал средства на формирование резервного капитала и просто проедал их.

Он смог получить дополнительный доход в виде возврата ранее уплаченного НДФЛ в сумме 52 000 руб.

К сожалению, за этот год акции не выросли в цене, но зато по ним выплатили дивиденды, и в результате доходность вложений превысила доходность по депозиту.

Задание 4 (20 баллов)

Миссис Y работает веб-дизайнером. Ее заработная плата составляет 50 000 руб. в месяц.

Известно, что в 2020 году Миссис Y:

- оплатила свое лечение, которое включено в Перечень дорогостоящих видов лечения, утвержденный постановлением Правительства РФ, в сумме 60 000 руб.;

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 9-10 классы

- оплатила лечение своего отца-пенсионера (неработающего) в сумме 40 000 руб.;
- оплатила свое обучение в сумме 60 000 руб.;
- направила взносы на добровольное пенсионное страхование в НПФ (негосударственный пенсионный фонд) «Светлое будущее» в сумме 50 000 руб.;
- продала старую квартиру за 3 000 000 руб., которую купила 6 лет назад за 2 000 000 руб.;
- купила новую квартиру стоимостью 4 000 000 руб.;
- перечислила пожертвование в благотворительную организацию в сумме 30 000 руб.

Вопросы:

1. Определите сумму НДФЛ, удержанную и уплаченную работодателем с заработной платы Миссис Y за 2020 году.
2. Определите сумму налоговых вычетов каждого типа, которыми может воспользоваться Миссис Y.
3. Определите величину НДФЛ с учетом налоговых вычетов.
4. Определите величину НДФЛ к возврату.
5. Какой тип налогового вычета и в каком размере будет перенесен на следующий год?

Критерии оценивания

Вопросы	Баллы
1. Определите сумму НДФЛ, удержанную и уплаченную работодателем с заработной платы Миссис Y за 2020 год.	1
2. Определите сумму налоговых вычетов каждого типа, которыми может воспользоваться Миссис Y, в т.ч.:	13
2.1. Социальный вычет в пределах 120 000 руб.	4
2.1.1. Лечение отца, обучение себя, взносы в НПФ	3
2.1.2. Упоминание про ограничение в 120 000 руб.	1
2.2. Социальный вычет на благотворительность	3
2.2.1. Расчет	2
2.2.2. Рассуждения, объяснения	1
2.3. Социальный вычет на дорогостоящее лечение	2
2.3.1. Расчет	1
2.3.2. Рассуждения, объяснения	1
2.4. Имущественный вычет	4
2.4.1. Рассуждения, расчет суммы	2
2.4.2. Упоминание про 260 000 т.р. и про 2 млн. руб.	1
2.4.3. Комментарий по продаже квартиры	1
Если сказано, что имущественный был использован при покупке предыдущей квартиры, то оценка за этот пункт снижается до 2 б.	2
3. Определите величину НДФЛ с учетом налоговых вычетов.	2

4. Определите величину НДФЛ к возврату.	2
5. Какой тип налогового вычета и в каком размере будет перенесен на следующий год?	2
5.1. Указание на Имущественный вычет	1
5.2. Сумма вычета	1
ШТРАФЫ	
вместо вычетов указан возврат НДФЛ	-1
отсутствует название вычетов	-1
Итого	20

Решение (желтым выделены ссылки на Налоговый кодекс)

1. Определите сумму НДФЛ, удержанную и уплаченную работодателем с заработной платы Миссис Y за 2020 год.

НДФЛ за год: $50\,000 * 12 * 0,13 = 78\,000$ руб.

2. Определите сумму налоговых вычетов каждого типа, которыми может воспользоваться Миссис Y.

Вычеты:

2.1. Социальный вычет по дорогостоящему лечению = сумме фактических расходов без ограничений.

60 000 руб.

По дорогостоящим видам лечения в медицинских организациях, у индивидуальных предпринимателей, осуществляющих медицинскую деятельность, сумма налогового вычета принимается в размере фактически произведенных расходов.

пп.3, п.1, ст. 219, НК РФ

2.2. Социальный вычет (максимально 120 000 руб. – лечение, обучение, взносы в НПФ):

- 40 000 руб. лечение отца, *пп.3, п.1, ст. 219, НК РФ*

- 60 000 руб. обучение свое, *пп.2, п.1, ст. 219, НК РФ*

- 50 000 руб. – взносы в НПФ, *пп.4, п.1, ст. 219, НК РФ*

Суммарно: 150 000 руб., что выше максимальной суммы.

Ответ: 120 000 руб.

Социальные налоговые вычеты, предусмотренные подпунктами 2 - 6 пункта 1 настоящей статьи (за исключением вычетов в размере расходов на обучение детей налогоплательщика, указанных в подпункте 2 пункта 1 настоящей статьи, и расходов на дорогостоящее лечение, указанных в подпункте 3 пункта 1 настоящей статьи), предоставляются в размере фактически произведенных расходов, но в совокупности не более 120 000 рублей за налоговый период.

п.2 ст. 219, НК РФ

2.3. Социальный вычет (взнос на благотворительность – не более 25% суммы дохода, полученного в налоговом периоде и подлежащего налогообложению).

$$600\,000 * 0,25 = 150\,000 \text{ руб. - максимум}$$

30 000 < 150 000, следовательно, вычет равен 30 000 руб.

Указанный в настоящем подпункте вычет предоставляется в размере фактически произведенных расходов, но не более 25 процентов суммы дохода, полученного в налоговом периоде и подлежащего налогообложению.

пп.1, п.1, ст. 219, НК РФ

2.4. Имущественный вычет (при покупке квартиры).

Имущественный вычет при покупке квартиры составляет максимум 2 000 000 руб., но надо понять, какая величина будет использована в этом году, а какая будет перенесена на следующий год.

В-первую очередь, будет израсходован социальный налоговый вычет, т.к. его нельзя перенести на следующий год.

Чтобы понять, какая величина имущественного вычета будет израсходована в текущем году, надо из доходов вычесть другие вычеты:

600 000 – 120 000 – 30 000 – 60 000 = 390 000 руб. – это сумма имущественного вычета, которая будет израсходована в текущем году.

3) имущественный налоговый вычет предоставляется в размере фактически произведенных налогоплательщиком расходов на новое строительство либо приобретение на территории Российской Федерации одного или нескольких объектов имущества, указанного в подпункте 3 пункта 1 настоящей статьи, не превышающем 2 000 000 рублей.
п.3 ст. 220, НК РФ

9. Если в налоговом периоде имущественные налоговые вычеты, предусмотренные подпунктами 3 и (или) 4 пункта 1 настоящей статьи, не могут быть использованы полностью, их остаток может быть перенесен на последующие налоговые периоды до полного их использования, если иное не предусмотрено настоящей статьей.

ст. 220, "Налоговый кодекс Российской Федерации (часть вторая)" от 05.08.2000 N 117-ФЗ (ред. от 23.11.2020) {КонсультантПлюс}

2.5. Имущественный вычет при продаже квартиры отсутствует, т. к. Миссис У не заплатила НДФЛ при продаже квартиры в связи с тем, что владела квартирой более 5 лет.

2. Имущественный налоговый вычет, предусмотренный подпунктом 1 пункта 1 настоящей статьи, предоставляется с учетом следующих особенностей:

1) имущественный налоговый вычет предоставляется:

в размере доходов, полученных налогоплательщиком в налоговом периоде от продажи жилых домов, квартир, комнат, включая приватизированные жилые помещения, садовых домов или земельных участков или доли (долей) в указанном имуществе, находившихся в собственности налогоплательщика менее минимального предельного срока владения объектом недвижимого имущества, установленного в соответствии со статьей 217.1

настоящего Кодекса, не превышающем в целом 1 000 000 рублей;

п.2, ст. 220, НК РФ

3. В целях настоящей статьи минимальный предельный срок владения объектом недвижимого имущества составляет **3 года** для объектов недвижимого имущества, в отношении которых соблюдается хотя бы одно из следующих условий:

1) право собственности на объект недвижимого имущества получено налогоплательщиком **в порядке наследования** или по договору дарения от физического лица, признаваемого членом семьи и (или) близким родственником этого налогоплательщика в соответствии с Семейным кодексом Российской Федерации;

2) право собственности на объект недвижимого имущества получено налогоплательщиком **в результате приватизации**;

...

4. В случаях, не указанных в пункте 3 настоящей статьи, минимальный предельный срок владения объектом недвижимого имущества составляет **5 лет**.

ст. 217.1, НК РФ

3. Определите величину НДФЛ с учетом налоговых вычетов.

НДФЛ с учетом налоговых вычетов: $(50\,000 * 12 - 120\,000 - 30\,000 - 390\,000 - 60\,000) * 0,13 = 0$ руб.

4. Определите величину НДФЛ к возврату.

НДФЛ к возврату: $78\,000 - 0 = 78\,000$ руб.

5. Сумма имущественного вычета, которая будет перенесена на следующий:

$2\,000\,000 - 390\,000 = 1\,610\,000$ руб.

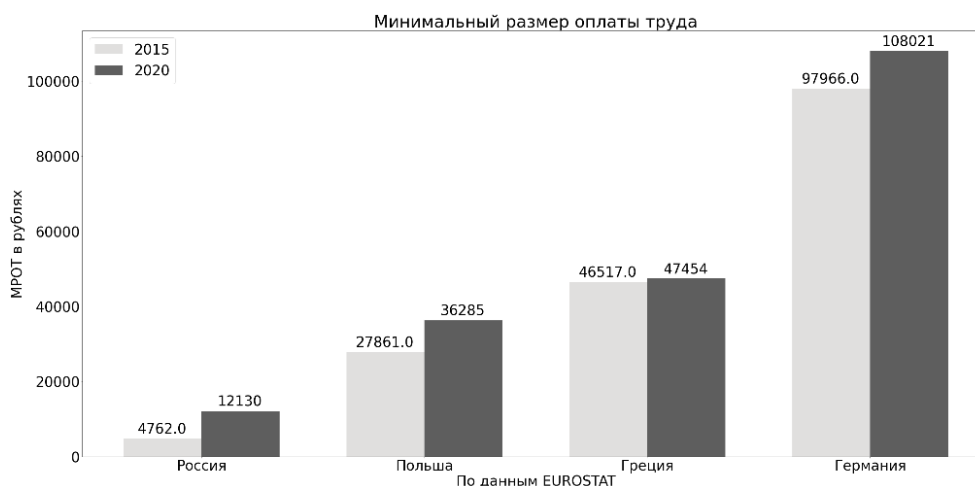
11 класс

Задача №1. (20 баллов)

В студенческие годы Иванов и Немцев всегда соревновались друг с другом. После окончания университета в 2014 году Иванов устроился на работу в России, а Немцев уехал в Германию, но друзья продолжают переписываться и спорят о том, где люди больше зарабатывают.

Рассмотрите следующие суждения. **Обоснуйте финансовую грамотность или финансовую неграмотность каждого из них. Приведите как можно больше обоснований за/против каждого суждения (не более двух предложений на каждое обоснование).**

- 1) Немцев недавно в газете наткнулся на информацию о соотношении оплаты труда в разных странах (см. диаграмму) и **по ней** сделал вывод, что в Германии в среднем на зарплату в 2015 году можно было купить в 21 раз больше товаров и услуг, чем на заработную плату в России.



- 2) Иванов же считает, что в Германии большая часть доходов уходит на уплату налогов, так как в этой стране прогрессивная система налогообложения, что существенно сокращает возможности семейного бюджета.
- 3) Иванов проанализировал динамику доходов россиян с помощью графика, найденного на сайте Федеральной службы государственной статистики (см. график) и утверждает, что на протяжении последних десяти лет покупательная способность доходов россиян неуклонно растёт.



- 4) Также Иванов сделал вывод, что большинство россиян в 2019 году зарабатывали примерно 47 800 рублей в месяц, что почти на 10% выше, чем годом ранее.
- 5) Немцев убежден, что средняя заработная плата показывает, сколько зарабатывает 50% населения страны, а остальные могут получать доходы значительно ниже средних.
- 6) Немцев завидует Иванову, потому что ставки по рублёвым депозитам в банках в России значительно выше, чем по депозитам в евро в Германии, поэтому Иванов может получить большую доходность по вкладам.
- 7) Кроме того, Немцев завидует Иванову, потому что 5 лет назад при выборе, куда инвестировать 4 000 000 рублей, Немцев купил квартиру в Германии, а Иванов на ту же сумму купил квартиру в России. А цены на недвижимость (в нац. валюте) в Германии за 5 лет выросли на 15%, а в России на 25%.

Возможные варианты обоснования доводов и критерии оценивания:

№ пункта	Возможные доводы и/или обоснования	Возможный балл за довод
1.	На диаграмме представлены данные по МРОТ, а не оплате труда типичного жителя страны	2
	Цены на одни и те же товары и услуги в разных странах отличаются	2
	Для сранения стоимости набора благ надо учитывать обменный курс валют	2
2.	Действительно, в среднем в Германии подоходные налоги выше, чем в России. Но наличие прогрессивной шкалы налогообложения также предусматривает минимальный доход, который не облагается налогом. Поэтому сравнивать располагаемый доход (после вычета обязательных платежей) надо в зависимости от ставки налогообложения для данного уровня доходов	2
3.	Для анализа покупательной способности не хватает данных об изменении общего уровня цен в стране	2
	На графике представлен только один вид доходов (заработная плата), не учтены, например, социальные выплаты, доходы от предпринимательской деятельности	2
4.	47800 рублей в месяц в среднем зарабатывали россияне, это значение не относится к большинству россиян	2
5.	Средняя величина не показывает, сколько зарабатывает 50% населения страны, а только иллюстрирует, сколько приходится доходов(заработной платы в этом случае) на одного жителя	2
6.	Для сравнения доходности вложений надо учитывать в какой валюте осуществляется вклад	2

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 11 класс

	Для сравнения доходности вложений надо учитывать какая инфляция была в стране в этот период	2
7.	Для сравнения доходности вложений надо учитывать в какой валюте осуществляется вклад	2
	Для сравнения доходности вложений надо учитывать какая инфляция была в стране в этот период	2
Максимальное количество баллов за задачу		20

Задание 2. (30 баллов)

Иван Осторожный любит планировать всё наперёд, и он всегда беспокоится, как бы не произошло чего-то плохого, неожиданного, что может нарушить его планы.

Зарботная плата Ивана составляет 50 000 рублей в месяц, кроме того, накопленные сбережения Ивана составляют 1 000 000 рублей и лежат на счёте до востребования в банке, к которому открыта дебетовая карта. 1 января Иван принял решение предпринять все усилия по снижению своих финансовых рисков.

I. Страхование квартиры.

- 1) Иван стоит перед выбором страховой компании для покупки полиса страхования имущества. Он проверил, что компании А, Б и В имеют лицензии и хорошую репутацию на рынке. Условия страхования представлены в таблице.

Компания	Страховая премия	Страховой тариф	Скидка к тарифу
А	3200	0,6%	7%
Б	3150	0,65%	8%
В	3100	0,55%	0%

а) Определите, в какой компании Ивану выгоднее застраховать свое имущество (квартиру), если Иван заинтересован в максимизации денежной суммы страхового возмещения.

Решение:

$$3200 = CC * 0,006 * (1 - 0,07) \quad CC(A) = 573477$$

$$3150 = CC * 0,0065 * (1 - 0,08) \quad CC(B) = 526756$$

$$3100 = CC * 0,0055 \quad CC(B) = 563636$$

CC – страховая сумма

Следовательно, в этом случае выгоднее застраховать имущество в компании А.

Правильное решение и ответ – 5 баллов.

Правильный ответ, но арифметическая ошибка в решении 4 балла

Правильный ответ, но смысловая ошибка в решении 1 балл

б) Изменится ли ваш ответ, если Иван принимает решение по соотношению вложенных средств в покупку полиса и полученных средств, в случае наступления страхового случая при полной порче имущества?

Решение:

$$573477 / 3200 = 179,21$$

$$526756 / 3150 = 167,22$$

$$563636 / 3100 = 181,82$$

Следовательно, в этом случае выгоднее застраховать имущество в компании В.

Правильное решение и ответ – 5 баллов.

Правильный ответ, но арифметическая ошибка в решении 4 балла

Правильный ответ, но смысловая ошибка в решении 1 балл

Ответ: а) А; б) В

- 2) Можно ли Ивану получить налоговый вычет при страховании квартиры? Если да, то в каком размере. 2 балла

Ответ: налоговый вычет не предусмотрен

- 3) Если Иван решит застраховать квартиру по системе первого риска на сумму 5 млн рублей (страховая сумма), какое возмещение он получит при наступлении страхового случая с ущербом в 8 млн рублей? 3 балла

Ответ: 5 млн

Страхование по системе первого риска предусматривает выплату страхового возмещения в размере ущерба, но в пределах страховой суммы. По этой системе страхования весь ущерб в пределах страховой суммы (первый риск) компенсируется полностью. Ущерб сверх страховой суммы (второй риск) не возмещается.

II. Страхование автомобиля.

Стоимость нового автомобиля Ивана составляет 600 000 рублей, но на сегодняшний день его износ достиг 30%. Иван застраховал машину по добровольному автострахованию на 336 000 рублей, уменьшив страховую сумму относительно действительной стоимости автомобиля с целью снижения платы за полис. Кроме того, он оформил **безусловную франшизу** в 3% на каждый страховой случай. **Определите общую сумму страховых выплат Ивану, если произошли два страховых случая с ущербом в 150 000 и 200 000 рублей.**

Ответ:

Решение: Безусловная франшиза определяет неоплачиваемую часть ущерба независимо от его размера и рассчитывается в процентах от страховой суммы (если иное напрямую не указано в договоре). Закон №4015-1 ст.10 п.9

Величина франшизы: $336\ 000 \cdot 0,03 = 10\ 080$

Страховые выплаты:

1 страховой случай $150\ 000 - 10\ 080 = 139\ 920$

2 страховой случай $200\ 000 - 10\ 080 = 189\ 920$

Итого по двум случаям страховые выплаты составят 329 840 рублей, что не превышает страховую сумму

Ответ: 329 840 рублей

Правильное решение и ответ – 5 баллов.

Правильный ход решения, но арифметическая ошибка в решении - 4 балла

Доведённое до логического конца решение, но с одной смысловой ошибкой - 1 балл

Более одной смысловой ошибки в решении – 0 баллов

III. Страхование валютного риска.

Через **три месяца** Иван собирается купить импортный автомобиль стоимостью 10 тысяч долларов. Его текущих рублёвых накоплений достаточно для оплаты. Курс доллара на сегодня составляет 80 рублей за 1 доллар. Иван может одолжить деньги другу под 5% **годовых** в рублях, или конвертировать их в доллары по текущему курсу и положить в банк

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 11 класс

под 1% годовых. При каких значениях валютного курса на день покупки автомобиля Ивану экономически выгоднее будет положить деньги на долларовый депозит, чем одолжить другу (кредитный риск вложений для простоты будем считать одинаковым)?

Решение:

Расчёт может быть произведён по формуле простого или сложного процента. Сравниваем потенциальный доход от вложений в рублях и от перевода суммы в доллары и вложений денег на долларовый депозит с последующей конвертацией в рубли:

$$800\,000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 1/4) = 810\,000 \text{ руб}$$

$$10\,000 \cdot (1 + 0,01 \cdot 1/4) = 10\,025 \text{ долл}$$

$$810\,000 / 10\,025 = 80,798$$

Ответ: более 80,798 рублей за доллар

Правильное решение и ответ – 6 баллов.

Правильный ход решения, но арифметическая ошибка в решении - 4 балла

Доведённое до логического конца решение, но не учтено, что период составил 3 месяца, а не один год - 3 балла

Правильный ответ без изложения хода решения - 3 балла





Более одной смысловой ошибки в решении – 0 баллов

IV. Какие дополнительные виды финансовых рисков вы посоветовали бы застраховать Ивану Осторожному? (4 балла)

Пример ответа: риски потери трудоспособности, потери работы, несанкционированного снятия средств с дебетовой карты, страхование предметов роскоши, страховка путешественника (по 1 баллу за каждый разумный пример, но не более 4 баллов в целом).

Задача 3. 30 баллов

Банки.ру - одна из самых известных в рунете интернет-площадок, позволяющая находить и сравнивать условия вкладов и кредитов в российских банках. В конце ноября 2020 года на запрос о вариантах вложения 100 000 руб. на 3 мес. banki.ru, среди прочих, выдавал следующие предложения (все логотипы банков и финансовых организаций скрыты):

БАНКИ.РУ РЕКОМЕНДУЮТ		
	10% Инвестиционный продукт гарантированная доходность	181 дн.
	5,50% Накопительный счет накопительный счет	91 дн.
Еще 4 ▾		
	Облигация банка Выгоднее вклада Доходность в год 6,11%	Погашение 30.09.2022
	4,50% Доходный Пенсионный (в конце срока) пенсионный	91 дн.



Сохраняй

2,56%

91 дн.



Максимальный доход (в долларах)

0,60%

91 дн.

1. Перечислите как можно больше объяснений, почему для разных предложений отличаются процентные ставки.
2. Почему банки предлагают особые условия для пенсионеров? Выгодно ли это самим банкам?
3. Перечислите плюсы и минусы каждого варианта. Структурируйте ответ следующим образом:
 1. Инвестиционный продукт
 - а) плюсы
 - б) минусы
 2. Накопительный счет
 - а) плюсы
 - б) минусы
 3. Облигация банка.
 - а) плюсы
 - б) минусы
 4. Пенсионный вклад
 - а) плюсы
 - б) минусы
 5. Обычный срочный вклад «сохраняй»
 - а) плюсы
 - б) минусы
 6. Валютный вклад
 - а) плюсы
 - б) минусы

Ответы

Во всех случаях не учитываются во второй раз дублирующиеся или близкие утверждения (например «низкая надежность» и «высокий риск»), очевидные соображения (банки заинтересованы в клиентах) и утверждения, противоречащие условию (например, низкий процент, как минус накопительного счета). Не принимаются собственные домыслы, не следующие из условия (например, что по вкладу «сохраняй» в отличие от других вкладов можно полностью или частично изымать средства раньше срока, что в одном в кладе есть капитализация процентов, а в другом нет и т. д.).

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 11 класс

1. Примеры объяснений (**2 балла**: даны 1-2 правильных объяснения; **4 балла**: даны 3-4 правильных объяснения; **6 баллов**: дано 5 и более правильных объяснений):

Доходность выше:

- для более рискованных финансовых продуктов (например, вложения в «инвестиционный продукт» и в облигации более рискованны, чем банковские вклады)
- для вложений с более длительным сроком (например, вложения в «инвестиционный продукт» и в облигации)
- у менее крупных, менее известных и менее надежных банков, если сравнивать только банковские вклады с одинаковым сроком
- для предложений с дополнительными условиями (необходимо приобрести у банка дополнительный продукт, например услугу страхования; необходимо ежемесячно совершать покупки на определенную сумму с оплатой их картой банка; необходимо иметь пенсионное удостоверение и т. д.)
- для рублевых вкладов по сравнению с валютными (в том числе потому, что в рублевой зоне более высокая инфляция)

2. Банкам выгодно предлагать особые условия пенсионерам (иначе они бы этого не делали).

Примеры объяснений (**2 балла**: даны 1 правильное объяснение; **4 балла**: даны 2 правильных объяснения; **6 баллов**: дано 3 и более правильных объяснений):

Выгода может быть связана с тем, что пенсионеры как правило

- реже забирают свои деньги со вклада
- регулярно пополняют свой вклад
- очень чувствительны к процентной ставке и, если не предложить им повышенную ставку, могут уйти в другой банк
- Кроме того, пенсионеры – достаточно многочисленная группа населения, имеющая сбережения (скажем, у молодежи обычно сбережений нет).

3. Максимум **3 балла** за анализ каждого предложения. Правила начисления баллов прописаны отдельно для каждого предложения. При упоминании уникальных свойств данного предложения, выделенных жирным шрифтом, может быть поставлено 3 балла даже при недостаточном количестве объяснений.

Пример анализа:

Предложение	Плюсы	Минусы
1. «Инвестиционный продукт» 1-2 объяснения: 1 балл 3 объяснения: 2 балла 4 и более: 3 балла	высокий доход.	- высокий риск, несмотря на обещания «гарантированной доходности» - средства не застрахованы в АСВ, так как вложение не является банковским вкладом, - более длительный срок вложения - дополнительное налогообложение
2. «Накопительный счет»	- относительно высокий доход	- дополнительные условия , выполнение которых необходимо для повышения повышенных процентов (для справки: в

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 11 класс

1-2 объяснения: 1 балл 3 объяснения: 2 балла 4 и более: 3 балла	- возможность пополнения в течение срока действия - вклад застрахован в АСВ	данном случае необходимо совершение покупок по картам банка на сумму менее 30 000 рублей за месяц) - ограничена величина суммы и количество таких счетов
3. Облигация банка. 1-2 объяснения: 1 балл 3 объяснения: 2 балла 4 и более: 3 балла	высокий доход.	- высокий риск, - средства не застрахованы в АСВ, так как вложение не является банковским вкладом - наиболее длительный срок вложения из всех предложений - возможно, более низкая ликвидность, чем для банковских вкладов - дополнительное налогообложение
4. Пенсионный вклад По баллу за объяснение, но не более 3	- более высокий доход, по сравнению с «непенсионными» вкладами - вклад застрахован в АСВ	- доступен только для пенсионеров
5. Обычный срочный вклад «сохраняй» По баллу за объяснение, но не более 3	- высокая надежность вложения - вклад застрахован в АСВ	- при существующем в настоящий момент темпе инфляции реальная ставка по вкладу отрицательна
6. Валютный вклад 1-2 объяснения: 1 балл 3 объяснения: 2 балла 4 и более: 3 балла	- вклад застрахован в АСВ - вкладчик застрахован от падения курса рубля к данной валюте	- дополнительные издержки при конвертации средств с вклада обратно в рубли - дополнительные издержки в случае укрепления рубля к данной валюте - при существующем в настоящий момент темпе инфляции в США реальная ставка по вкладу отрицательна

В п.6 обратите внимание, что даже если вы «вложились» в валюту, нельзя считать, что вы полностью застрахованы от российской инфляции: не факт, что валюта будет дорожать теми же темпами, какими растут цены в России. Когда вам понадобится что-то купить за рубли, вы все равно «вернетесь» к нац. валюте (понеся дополнительные потери при конвертации, да и инфляцию ин. валюты тоже никто не отменял, хоть она и меньше).

Задача 4. 20 баллов

Вася изучает возможность участия в некотором бизнес-проекте. В проект необходимо немедленно вложить 1 млн руб. собственных Васиных денег (которые в настоящий момент

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 11 класс

лежат на вкладе в банке). Кроме того, ровно через год потребуется вложить еще 1 млн руб., который Васе придется взять в кредит. Зато ровно через два года, по Васиным расчетам, проект принесет ему 2 млн руб. чистого дохода, а еще ровно через год – еще 1 млн руб.

Для простоты, предположим, что процентные ставки по вкладам и по кредитам одинаковы и равны 5% год; начисление и капитализация процентов происходят в конце года; инфляция отсутствует; рисками вложения пренебрегаем.

1. Если государство обложит Васю дополнительным налогом в размере T_1 млн руб., который выплачивается однократно в момент завершения бизнес-проекта, то каким может быть максимальное значение T_1 , чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту?

2. Если государство обложит Васю дополнительным налогом в размере T_2 млн руб., который выплачивается однократно в момент старта бизнес-проекта, то каким может быть максимальное значение T_2 , чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту?

3. Вася опасается, что в результате пандемии COVID-19 все его будущие чистые доходы от бизнес-проекта сократятся на n %. Каким может быть максимальное значение n , чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту?

Решение.

Бизнес-проект будет завершен спустя три года.

1. (7 баллов) При неизменной процентной ставке 5% годовых,

- вложенный в настоящий момент миллион рублей эквивалентен 1 млн руб. $\cdot 1,05^3 = 1,157625$ млн руб. через 3 года

- вложенный через год миллион рублей эквивалентен 1 млн руб. $\cdot 1,05^2 = 1,1025$ млн руб. через 3 года

- полученные через два года два миллиона рублей эквивалентны 2 млн руб. $\cdot 1,05 = 2,1$ млн руб. через 3 года

Таким образом, в терминах future value через три года общая Васина прибыль от бизнес-проекта составит $(2,1 + 1) - (1,157625 + 1,1025) = 0,839875$ млн руб. = 839 875 руб. Поэтому для того, чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту, через три года его можно обложить налогом в размере не более, чем 839 875 руб.

2. (6 баллов) При неизменной процентной ставке 5% годовых,

- вложенный через год миллион рублей в настоящий момент эквивалентен 1 млн руб. $/1,05 = 0,952381$ млн руб.

- полученные через два года два миллиона рублей в настоящий момент эквивалентны 2 млн руб. $/1,05^2 = 1,814059$ млн руб.

- полученный через три года миллион рублей в настоящий момент эквивалентен 1 млн руб. $/1,05^3 = 0,863838$ млн руб.

Таким образом, в терминах present value через три года общая Васина прибыль от бизнес-проекта составит $(1,814059 + 0,863838) - (1 + 0,952381) = 0,725516$ млн руб. = 725 516 руб. Поэтому для того, чтобы Вася не потерял интереса к данному бизнес-проекту, в настоящий момент его можно обложить налогом в размере не более, чем 725 516 руб.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2020–2021 учебного года 11 класс

3. (7 баллов) Пользуясь результатами п.2 запишем величину NPV Васиного бизнес-проекта при условии, что его будущие доходы сократились на n%:

$(1,814059 + 0,863838) \cdot (1 - n/100) - (1 + 0,952381)$. Вася не потеряет интереса к данному бизнес-проекту, если его $NPV > 0$, т.е. $(1,814059 + 0,863838) \cdot (1 - n/100) - (1 + 0,952381) > 0$.

Отсюда $(1,814059 + 0,863838) \cdot (1 - n/100) > (1 + 0,952381)$; $(1 - n/100) > (1 + 0,952381) / (1,814059 + 0,863838) = 0.729$ и $n < 27.1\%$.

Максимальное значение n составит примерно 27,1%.

В пунктах задачи, которые «стоят» 7 баллов, 5 баллов отдается за ход решения, 2 - за верный ответ. В пункте задачи, который «стоит» 6 баллов, 4 балла дается за ход решения 2 балла – за верный ответ.

В пунктах задачи, которые «стоят» 7 баллов

2 балла дается за верный ответ фактически являются оценкой внимательности участника, потому что, если было предложено верное решение, верно применены формулы (специальное знание), то участник получит верный ответ, если был внимателен в расчетах. Если были ошибки в расчетах, то они приведут к неверному ответу из-за чего участник потеряет 2 балла.

3 балла дается за специальное знание. Если участник продемонстрировал владение специальными знаниями, предложив один из вариантов решения (через FV или NPV) и без ошибок, полностью отобразил формулы или не ошибся в логике своих рассуждений, решая задачу иным путем, то он получает 3 балла. Если участник частично или полностью неверно отобразил формулу, ошибся в логике своих рассуждений, вне зависимости от причины (невнимательность, неверная трактовка условия задачи и т.д.), то снимаются 3 балла.

2 балл дается за наличие логики в решении. Они, фактически являются поощрительными. Участник получает их, если выдвинул какую-то идею решения, содержащую рациональное зерно, верное направление мысли, предпринял попытку решения задачи, но ошибся, записав неверно формулы, допустил ошибки в рассуждениях.

В пункте задачи, который «стоит» 6 баллов распределение будет следующим: 2 балла дается за верный ответ, 2 балла - за владение специальным знанием, 2 балла - за наличие логики в решении.

**Решения к заданиям заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

9-10 классы

Задание 1 (25 баллов)

Найдите в тексте все неверные утверждения и сформулируйте их правильно.

Для удобства все утверждения пронумерованы. Поэтому не переписывайте их в ваш ответ, а просто укажите цифру соответствующего утверждения и его верную формулировку.

[1] Стоимость полиса ОСАГО определяется путем перемножения базового тарифа на страховые коэффициенты. [2] Базовый тариф устанавливается Росстрахнадзором и одинаков для всех водителей-страховщиков, живущих в конкретном регионе. [3] Коэффициенты индивидуальны для каждого отдельного водителя и учитывают вероятность того, что он станет виновником дорожно-транспортного происшествия.

[4] Коэффициент бонус-малус (КБМ) отражает аккуратность манеры вождения конкретного водителя. [5] Значение КБМ водителя, который только что получил водительские права и в первый раз покупает полис ОСАГО, будет максимальным, поскольку у страховой компании пока нет статистических данных о стиле его вождения. [6] КБМ зависит от количества произведенных страхователями страховых возмещений при осуществлении добровольного страхования в период с 1 апреля предыдущего года по 31 марта года, следующего за годом определения КБМ, включительно. [7] КБМ водителя меняется сразу, как только водитель был признан виновником более трех ДТП в течение 180 дней.

[8] Коэффициент возраста и стажа (КВС) будет возрастать в соответствии с увеличением возраста и стажа конкретного водителя. [9] Стаж вождения рассчитывается с момента покупки первого полиса ОСАГО. [10] Если в полис ОСАГО вписано несколько водителей или если в полисе отсутствует ограничение на число водителей, то будет использован максимальный КВС.

[11] Коэффициент территории (КТ) определяется в соответствии с адресом фактического проживания водителя, указанного в его паспорте, поскольку транспортное средство преимущественно используется им именно по этому адресу.

[12] Коэффициент ограничения (КО) учитывает период использования транспортного средства. Чем короче этот период, тем меньше стоимость полиса ОСАГО.

[13] Коэффициент мощности (КМ) применяется в отношении всех транспортных средств и зависит от количества лошадиных сил двигателя.

[14] Коэффициент сезонности (КС) привязан к сезону использования автомобиля; зимой вероятность ДТП выше, поэтому КС будет больше.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

№	Критерии	Баллы
[2]	<p>Базовый тариф устанавливается Росстрахнадзором и одинаков для всех водителей-страховщиков, живущих в конкретном регионе.</p> <p><i>Базовый тариф устанавливается страховой компанией (страховщиком) (1 балл) для каждого водителя-страхователя (1 балл) в индивидуальном порядке (1 балл) в пределах тарифного коридора (1 балл), установленного Банком России (1 балл).</i></p> <p><i>Границы тарифного коридора определяются в зависимости от типа транспортного средства (1 балл) и типа его владельца (гражданин или юр.лицо) (1 балл).</i></p>	<p>5</p> <p>2</p>
[5]	<p>Значение КБМ водителя, который только что получил водительские права и в первый раз покупает полис ОСАГО, будет максимальным, поскольку у страховой компании пока нет статистических данных о стиле его вождения.</p> <p><i>Значение КБМ водителя, который только что получил водительские права и в первый раз покупает полис ОСАГО, равен 1 и не включает ни скидку за безаварийность, ни надбавку за аварийность.</i></p>	1
[6]	<p>КБМ зависит от количества произведенных страхователями страховых возмещений при осуществлении добровольного страхования в период с 1 апреля предыдущего года по 31 марта года, следующего за годом определения КБМ, включительно.</p> <p><i>КБМ зависит от количества произведенных страховщиками (1 балл) страховых возмещений при осуществлении обязательного (1 балл) страхования в период с 1 апреля предыдущего года по 31 марта года, следующего за годом определения КБМ, включительно.</i></p>	2
[7]	<p>КБМ водителя меняется сразу, как только водитель был признан виновником более трех ДТП в течение 180 дней.</p> <p><i>КБМ водителя является неизменным в период с 1 апреля предыдущего года по 31 марта года, следующего за годом определения КБМ, включительно.</i></p>	1
[8]	<p>Коэффициент возраста и стажа (КВС) будет возрастать в соответствии с увеличением возраста и стажа конкретного водителя.</p> <p><i>Коэффициент возраста и стажа (КВС) будет снижаться в соответствии с увеличением возраста и стажа конкретного водителя.</i></p>	1
[9]	<p>Стаж вождения рассчитывается с момента покупки первого полиса ОСАГО.</p> <p><i>Стаж вождения рассчитывается с момента выдачи водительского удостоверения.</i></p>	1
[10]	<p>Если в полис ОСАГО вписано несколько водителей или если в полисе отсутствует ограничение на число водителей, то будет использован максимальный КВС.</p> <p><i>Если в полис ОСАГО вписано несколько водителей, то будет использоваться КВС водителя с самым высоким коэффициентом.</i></p> <p><i>В полисе ОСАГО без ограничения числа водителей КВС будет равен 1.</i></p>	<p>1</p> <p>1</p>

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

[11]	<p>Коэффициент территории (КТ) определяется в соответствии с адресом фактического проживания водителя, указанного в его паспорте, поскольку транспортное средство преимущественно используется им именно по этому адресу.</p> <p><i>Коэффициент территории определяется в соответствии с адресом регистрации (1 балл), который указан в паспорте водителя (1 балл), свидетельстве о регистрации транспортного средства (1 балл) или паспорте транспортного средства (1 балл).</i></p>	4
[12]	<p>Коэффициент ограничения (КО) учитывает период использования транспортного средства. Чем короче этот период, тем меньше стоимость полиса ОСАГО.</p> <p><i>Коэффициент ограничения учитывает, вписаны ли в полис конкретные водители или нет.</i></p> <p><i>Если в полисе указаны все водители, управляющие данным автомобилем, то КО равен 1.</i></p> <p><i>Если в полисе не указаны конкретные водители, управляющие данным автомобилем, то при расчете цены полиса используются максимальный КО (сейчас он равен = 1,94) и КБМ = 1.</i></p>	1 1 1
[13]	<p>Коэффициент мощности (КМ) применяется в отношении всех транспортных средств и зависит от количества лошадиных сил двигателя.</p> <p><i>Коэффициент мощности применяется только в отношении легковых автомобилей и зависит от количества лошадиных сил двигателя.</i></p>	1
[14]	<p>Коэффициент сезонности (КС) привязан к сезону использования автомобиля; зимой вероятность ДТП выше, поэтому КС будет больше.</p> <p><i>Коэффициент сезонности учитывает длительность периода использования транспортного средства в течение года (1 балл); чем он короче, тем меньше КС и дешевле полис (1 балл).</i></p>	2

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

Задание 2 (25 баллов)

Илья давно хотел купить новую машину. 21 сентября 2021 г. его мечта осуществилась, и он приобрел Nissan Terrano (мощность двигателя 143 л.с.). В этот же день Илья поставил машину на учет в ГИБДД в г. Москве. Деньги на покупку нового автомобиля Илья взял из трех источников:

Денежные средства от продажи старого автомобиля

5 сентября 2021 г. Илья продал и снял с учета свой старый автомобиль Kia Rio (мощность двигателя 123 л.с.), который он купил 6 лет назад. Цена продажи 600 000 руб.

Накопления

01.09.20 Илья открыл депозит в банке сроком на 1 год и внес на него 700 000 руб. В момент открытия вклада ему пришлось выбирать между 2 депозитами:

- депозит А с годовой ставкой 5,0%, проценты по которому начислялись ежемесячно и капитализировались;
- депозит Б с годовой ставкой 5,2%, проценты по которому начислялись каждые полгода и капитализировались.

Илья открыл депозит, который принес ему наибольший доход. Через год (30.08.21) Илья закрыл вклад.

Зарплата

В начале сентября 2021 г. Илья обнаружил, что ему не хватает небольшой суммы для покупки новой машины. Илья работает программистом, его заработная плата составляет 80 000 руб. Его жена работает экономистом, ее заработная плата в месяц составляет 75 000 руб. Для того, чтобы долгожданная покупка осуществилась, семья решила 30% своего общего дохода за август 2021 г. (после вычета НДФЛ) направить на покупку нового автомобиля.

Справочная информация (к вопросу 3):

Налоговые ставки по транспортному налогу, действовавшие на территории г.Москвы в 2021 году:

Автомобили легковые с мощностью двигателя:	Налоговая ставка, руб. (с каждой лошадиной силы)
до 100 л.с. включительно	12
свыше 100 л.с. до 125 л.с. включительно	25
свыше 125 л.с. до 150 л.с. включительно	35
свыше 150 л.с. до 175 л.с. включительно	45

В ответах на все вопросы приведите ход решения и пояснения к нему

Вопросы:

1. Какой вклад выбрал Илья? Обоснуйте его выбор, приведя необходимые расчеты. Какую сумму получит Илья при закрытии вклада через год?
2. Какую недостающую сумму денег супруги направили на покупку машины в сентябре 2021 г.?
3. Рассчитайте величину транспортного налога на оба автомобиля, которую заплатит Илья за 2021 г. (смотрите справочную информацию).

Критерии оценивания

Вопрос		МАХ
1.	Какой вклад выбрал Илья? Обоснуйте его выбор, приведя необходимые расчеты. Какую сумму получит Илья при закрытии вклада через год?	10
	1.1. Правильный расчет по Депозиту А	4
	1.2. Правильный расчет по Депозиту Б	4
	1.3. Сделан правильный выбор Депозита на основе верных расчетов по Депозиту А и по Депозиту Б	2
2.	Какую недостающую сумму супруги направили на покупку машины в сентябре 2021 г.?	5
	2.1. Вычтен НДФЛ из заработной платы супругов	3
	2.2. Расчет суммы, направленной на покупку машины (доля от общего дохода)	2
3.	Рассчитайте величину транспортного налога по 2 автомобилям, которую заплатит Илья за 2021 г.	10
	3.1. Рассчитан налог по старой машине	5
	3.1.1. Использована верная формула	1
	3.1.2. Использована верная ставка налога	1
	3.1.3. Правильно учтен период владения	3
	3.2. Рассчитан налог по новой машине	5
	3.2.1. Использована верная формула	1
	3.2.2. Использована верная ставка налога	1
	3.2.3. Правильно учтен период владения	3
	Штраф за неправильное округление суммы налога (Сумма налога исчисляется в полных рублях (ст.52, п.6 1 часть НК РФ))	
Штраф за ошибку в расчетах		-1
Итого		25

Решение

Закон города Москвы от 9 июля 2008 года № 33 «О транспортном налоге» (с изменениями на 24 ноября 2021 года).

1. Какой вклад выбрал Илья? Обоснуйте его выбор необходимыми расчетами. Какую сумму получит Илья при закрытии вклада через год?

Депозит А: $700\,000 \cdot (1 + 0,05/12)^{12} = 735\,813,33$ руб.

Депозит Б: $700\,000 \cdot (1 + 0,052/2)^2 = 736\,873,20$ руб.

Выберет депозит Б, т.к. доход по данному депозиту выше.

2. Какую недостающую сумму супруги направили на покупку машины в сентябре 2021 г.?

2.1. Заработная плата жены после вычета НДФЛ: $75\,000 \cdot 0,87 = 65\,250$ руб.

2.2. Заработная плата Ильи после вычета НДФЛ: $80\,000 \cdot 0,87 = 69\,600$ руб.

2.3. Сумма, направленная на покупку автомобиля: $(65\,250 + 69\,600) \cdot 0,3 = 40\,455$ руб.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

3. Рассчитайте величину транспортного налога по 2 автомобилям, которую заплатит Илья за 2021 г.

3.1. Транспортный налог на машину Kia Rio:

123 л.с., ставка налога 25 руб., кол-во месяцев – 8

$$123 * 25 * 8 / 12 = \mathbf{2\ 050\ руб.}$$

3.1. Транспортный налог на машину Nissan Terrano:

143 л.с., ставка налога 35 руб., кол-во месяцев - 3

$$143 * 35 * 3 / 12 = \mathbf{1251,25\ руб.,\ 25\ коп.\ отбрасываем}$$

3.3. Итого транспортный налог: $2050 + 1251 = \mathbf{3\ 301\ руб.}$

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

Задание 3 Тинькофф (25 баллов)

С 2016 года Василий Интуитивный работает администратором компьютерного клуба с официальной зарплатой 25 тысяч рублей в месяц после вычета налогов. Кроме того, у Василия были накопления, которые он решил постепенно инвестировать. Для этого в начале 2018 года он открыл ИИС и в течение трех лет ежегодно вносил на счет 400 тысяч рублей, которые делил на две равные части и инвестировал в акции двух компаний: Йеллоубанк и Интаск. В начале 2021 года Василий закрыл счет и задумался о выборе типа инвестиционного налогового вычета. Цены акций на момент покупки и продажи указаны в таблице:

Актив	Цена покупки в 2018 году, руб.	Цена покупки в 2019 году, руб.	Цена покупки в 2020 году, руб.	Цена продажи, руб.
Акции Йеллоубанка	125	160	64	320
Акции Интаска	2000	1600	3125	2500

Также Йеллоубанк выплатил на каждую акцию 10 рублей дивидендов в 2018 году, 18 рублей в 2019-м и 7 рублей в 2020-м. При этом каждый год выплаты дивидендов происходили после того, как Василий докупал акции.

Помогите Василию Интуитивному посчитать доходность от его инвестиционной деятельности и решить вопросы, связанные с закрытием ИИС. Брокерскую комиссию в расчетах не учитывать.

Во всех вопросах ниже приведите ход решения и пояснения к нему.

Вопрос 1

Сколько дивидендов получил Василий чистыми, за вычетом НДФЛ?

Вопрос 2

Сколько стоил портфель на момент продажи активов? Дивиденды от компании Йеллоубанк в расчетах не учитывать.

Вопрос 3

Посчитайте, какой тип инвестиционного налогового вычета выгоднее Василию: А или Б? Сколько денег недополучит Василий, если ошибется с выбором?

Вопрос 4.

В каких случаях при закрытии счета Василий не сможет претендовать на инвестиционный налоговый вычет? Укажите не более четырех возможных причин.

Критерии:

Вопрос 1 7 баллов

В 2018 году у Василия в портфеле было 1 600 акций ($200\,000 / 125$) => он получил 16 000 рублей дивидендов ($1\,600 \times 10$). За вычетом налога сумма поступления составила 13 920 рублей ($16\,000 \times 0,87$).

В 2019 году у Василия в портфеле было 2 850 акций $(1\ 600 + 200\ 000 / 160) \Rightarrow$ он получил 51 300 рублей дивидендов $(2\ 850 \times 18)$. За вычетом налога сумма поступления составила 44 631 рубль $(51\ 300 \times 0,87)$.

В 2020 году у Василия в портфеле было 5 975 акций $(2\ 850 + 200\ 000 / 64) \Rightarrow$ он получил 41 825 рублей дивидендов $(5\ 975 \times 7)$. За вычетом налога сумма поступления составила 36 387,75 рубля $(41\ 825 \times 0,87)$.

Итого Василий получил чистыми:

$13\ 920 + 44\ 631 + 36\ 387,75 = 94\ 938,75$ рубля.

Вопрос 2 4 балла

Всего Василий купил 5 975 $(200\ 000 / 125 + 200\ 000 / 160 + 200\ 000 / 64)$ акций компании Йеллоубанк и 289 акций компании Интаск $(200\ 000 / 2\ 000 + 200\ 000 / 1\ 600 + 200\ 000 / 3\ 125)$.

Соответственно, его портфель к моменту продажи стоит $320 \times 5\ 975 + 2\ 500 \times 289 = 2\ 634\ 500$ рублей.

Вопрос 3 10 баллов

Так как официальная зарплата — 25 000 рублей в месяц, максимальная сумма, которую Василий может получить в качестве вычета типа А за три года, составляет 134 482,76 рубля.

$((25\ 000 / 87 \times 100) - 25\ 000) \times 12 \times 3$

При этом доход портфеля за три года составил 1 434 500.

$(2\ 634\ 500 - 400\ 000 \times 3) = 1\ 434\ 500$

Если с этой прибыли уплатить НДФЛ, то придется отдать 186 485 рублей.

Соответственно, выгоднее будет выбрать тип Б.

Если будет выбран тип А, то Василий недополучит $186\ 485 - 134\ 482,76 = 52\ 002,24$ рубля.

Вопрос 4 4 балла

Василий может потерять право на вычет по следующим причинам:

1. Потеряет работу / лишится официального дохода.
2. Переедет и потеряет статус налогового резидента РФ.
3. Забудет пополнить ИИС.
4. Выведет деньги с ИИС раньше, чем через три года.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

Задание 4 (25 баллов)

Пенсионерка **Татьяна Сергеевна** имеет сына **Александра** (40 лет) и дочь **Ольгу** (32 года). Все они проживают отдельно друг от друга в г. Москве. О каждом из них известна следующая информация:

1. **Александр** женат и у него трое несовершеннолетних детей. **Александр** владеет квартирой площадью 75 кв. м. Кадастровая стоимость квартиры равна 12 150 000 руб.

2. **Ольга** работает маркетологом. Ее заработная плата в месяц составляет 55 000 руб. **Ольга** замужем, у нее 2 несовершеннолетних ребенка. **Ольга** писала заявление работодателю на предоставление стандартных налоговых вычетов.

3. В собственности **Татьяны Сергеевны** находятся:

-квартира №1, площадью 45 кв. м, кадастровая стоимость 6 975 000 руб.

-квартира №2, площадью 62 кв. м., кадастровая стоимость 11 966 000 руб.

-земельный участок, площадью 1 200 кв. м., кадастровая стоимость 2 040 000 руб.

Справочная информация:

1. Ставки налога на имущество физических лиц, действовавшие на территории г. Москвы в 2021 году.

Кадастровая стоимость квартиры	Ставка налога, %
До 10 млн. рублей (вкл.)	0,1
Свыше 10 млн. руб. до 20 млн. руб. (вкл.)	0,15
Свыше 20 млн. руб. до 50 млн. руб. (вкл.)	0,2
Свыше 50 млн. руб. до 300 млн. руб. (вкл.)	0,3

2. Налоговая ставка по земельному налогу в 2021 году составляла 0,025% от кадастровой стоимости земельного участка.

В ответах на все вопросы приведите ход решения и пояснения к нему

Вопросы:

1. Рассчитайте сумму налога на имущество физических лиц для **Александра** за 2021 г.

2. Рассчитайте сумму НДФЛ, которую удержит работодатель с заработной платы **Ольги** за 2021 г.

3.1. Рассчитайте сумму налога на имущество физических лиц для **Татьяны Сергеевны** за 2021 г.

3.2. Рассчитайте сумму земельного налога для **Татьяны Сергеевны** за 2021 г.

Критерии оценивания:

Вопрос		Мак
1.	Расчет налога на имущество физических лиц для Александра	6
	1.1. Взята правильная налоговая ставка	2
	1.2. Учтен вычет 20 кв. м.	2
	1.3. Учтен вычет на детей (НК РФ Статья 403. п.6.1.)	2

Финансовая грамотность Решение и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

2.	Расчет НДФЛ для Ольги		6
2.1.	Указан стандартный налоговый вычет		2
2.2.	Приведен правильный расчет НДФЛ с использованием стандартного налогового вычета		4
3.1.	Расчет налога на имущество физических лиц для Татьяны Сергеевны		8
3.1.1.	Рассчитан налог на имущество по Квартире 1		2
3.1.1.1.	Взята правильная налоговая ставка и использована правильная формула		1
3.1.1.2.	Учтен вычет 20 кв. м.		1
3.1.2.	Рассчитан налог на имущество по Квартире 2		2
3.1.2.1.	Взята правильная налоговая ставка и использована правильная формула		1
3.1.2.2.	Учтен вычет 20 кв. м.		1
3.1.3.	Правильно сделан выбор квартиры, с которой будет взят налог на имущество физических лиц (ст. 407)		4
3.2.	Расчет земельного налога для Татьяны Сергеевны		5
3.2.1.	Указан вычет 600 кв. м.		2
3.2.2.	Правильно рассчитана налоговая база		3
Итого			25

Решение

Закон г. Москвы от 19.11.2014 N 51 (ред. от 20.11.2019) "О налоге на имущество физических лиц"

Закон г. Москвы от 24.11.2004 № 74 (ред. от 11.11.2020) "О земельном налоге"

1. Рассчитайте сумму налога на имущество физических лиц для Александра за 2021 г.

Вычеты: 20 кв.м. + 5 кв.м * 3 ребенка = 35 кв.м. (статья 403)

$12\,150\,000 / 75 = 162\,000$ руб. – кадастровая стоимость 1 кв.м.

$(75 - 35) * 162\,000 = 6\,480\,000$ руб. – налоговая база

$6\,480\,000 * 0,0015 = 9\,720$ руб. – налог на имущество

2. Рассчитайте сумму НДФЛ, которую удержит работодатель с заработной платы Ольги за 2021 г.

Стандартный налоговый вычет на 1 ребенка = 1400 руб. (статья 218)

2 ребенка = 2800 руб.

Вычет на ребенка (детей) предоставляется до месяца, в котором доход налогоплательщика, облагаемый по ставке 13% и исчисленный нарастающим итогом с начала года, превысил 350 000 рублей. Вычет отменяется с месяца, когда доход сотрудника превысил эту сумму.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

Месяц	Начисленная зп	ЗП накопительным итогом	Вычет	НДФЛ
1	55 000	55 000	2 800	6 786
2	55 000	110 000	2 800	6 786
3	55 000	165 000	2 800	6 786
4	55 000	220 000	2 800	6 786
5	55 000	275 000	2 800	6 786
6	55 000	330 000	2 800	6 786
7	55 000	385 000		7 150
8	55 000	440 000		7 150
9	55 000	495 000		7 150
10	55 000	550 000		7 150
11	55 000	605 000		7 150
12	55 000	660 000		7 150
ИТОГО	660 000		16 800	83 616

НДФЛ = $(55\,000 * 12 - 2800 * 6) * 0,13 = 83\,616$ руб.

3.1. Рассчитайте сумму налога на имущество физических лиц для Татьяны Сергеевны за 2021 г.

Рассчитаем налог на имущество по квартире №1:

налоговый вычет 20 кв.м., ставка 0,1%

$6\,975\,000 / 45 = 155\,000$ руб.– кадастровая стоимость 1 кв.м.

$(45-20) * 155\,000 = 3\,875\,000$ руб. – налоговая база

$3\,875\,000 * 0,001 = 3\,875$ руб. – налог на имущество физических лиц по квартире №1

Рассчитаем налог на имущество по квартире №2:

налоговый вычет 20 кв.м., ставка 0,15%

$11\,966\,000 / 62 = 193\,000$ руб.– кадастровая стоимость 1 кв.м.

$(62-20) * 193\,000 = 8\,106\,000$ руб. – налоговая база

$8\,106\,000 * 0,0015 = 12\,159$ руб. – налог на имущество физических лиц по квартире №2

Татьяна Сергеевна заплатит налог на имущество по квартире №1 – 3 875 руб., т.к. он получился меньше, а налог по квартире №2 равен 0.

(НК РФ Статья 407. Налоговые льготы)

3.2. Рассчитайте сумму земельного налога для Татьяны Сергеевны за 2021 г.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 9-10 классы

600 кв. м. – налоговый вычет (статья 391), ставка налога 0,025%

$2040\ 000 / 1\ 200 = 1\ 700$ руб. – кадастровая стоимость 1 кв. м.

$1\ 200 - 600 = 600$ кв. м.

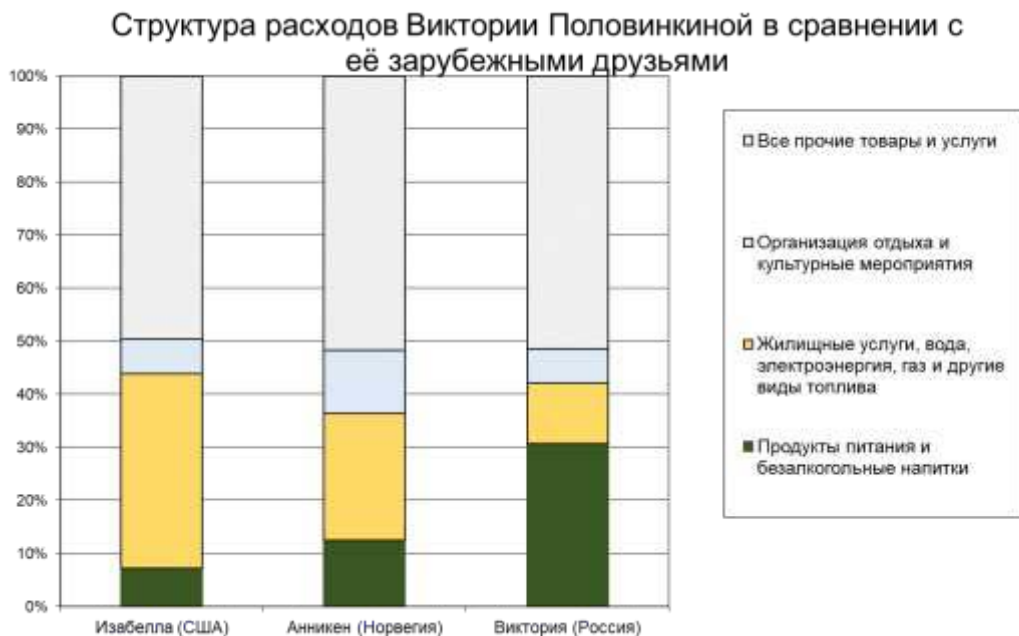
$1700 * (1\ 200 - 600) = 1\ 020\ 000$ руб. – налоговая база

$1\ 020\ 000 * 0,00025 = 255$ руб. – земельный налог

11 класс

Задание 1 (24 балла)

Виктория Половинкина очень озабочена финансовым состоянием своей семьи. Она даже ведёт некоторые статистические наблюдения. Вот три результата этих наблюдений для 2020-21 годы.



На основании **этих данных** Виктория сделала некоторые выводы. Обоснуйте финансовую грамотность или финансовую неграмотность каждого из выводов. Приведите как можно больше обоснований за/против каждого суждения (не более двух предложений на каждое обоснование).

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

1. Доходы Виктории за три квартала 2021 года выросли по сравнению с 2020 годом, причём за второй квартал на 15,4% и ещё на 4,6% в третьем квартале.
2. Повышение государством минимального размера оплаты труда увеличит покупательную способность дохода Виктории.
3. Материальное положение Виктории – отличное, так как львиную долю доходов она тратит на товары и услуги, которые немедленно приносят ей пользу, а не на сбережения, которые со временем обесцениваются.
4. Виктория ест значительно больше, чем её зарубежные друзья, зато Изабелла имеет большую жилплощадь, а Анникен больше развлекается.
5. Рост цен на продукты питания при прочих равных условиях окажет большее влияние на Викторию, чем на её зарубежных друзей.
6. Виктория не верит официальным данным, согласно которым инфляция составила 8% за год, потому что в магазине молоко подорожало на 10%, а сахар аж на 50%.
7. Виктория считает, что инфляция для её сбережений не страшна, так как она вложила их под 10% годовых, что превышает прогнозируемый уровень инфляции.
8. Недавно Виктория узнала о возможности купить облигации федерального займа с индексируемым номиналом (ОФЗ-ИН), и теперь она уверена, что покупка этих облигаций позволит ей полностью избежать риска инфляции.

Критерии оценивания:

№ пункта	Возможные доводы и/или обоснования	Максимальный балл
1.	Доходы Виктории за три квартала 2021 года НЕ выросли по сравнению с 2020 годом, так как если посчитать по второму столбцу темп роста дохода, то получим $0,73 \cdot 1,15 \cdot 1,04 = 0,88$. Темп роста меньше единицы показывает, что показатель снизился.	3
2.	Покупательная способность будет зависеть от темпа изменения цен на товары и услуги, которые покупает Виктория. Изменение МРОТ не обязательно влияет на доходы Виктории. В структуре расходов Виктории значительное место занимают необязательные расходы (товары и услуги), поэтому повышение МРОТ не скажется на ее благосостоянии, так как ее заработная плата должна быть выше минимальной.	3
3.	Наоборот, это может означать, что доходов Виктории недостаточно, чтобы существенную их часть отложить на будущее. При правильном сбережении средств они могут не обесцениваться и приносить доход. Материальное положение Виктории крайне зависимо от текущих источников дохода. Если Виктория по какой-либо причине их лишится, ее материальное положение окажется крайне уязвимым.	3
4.	Данные представлены по структуре расходов без учёта величины дохода друзей, поэтому сделанные выводы могут быть неверны	3

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

	Данные представлены по структуре расходов без учёта цен данных товаров и услуг друзей, поэтому сделанные выводы могут быть неверны	
	Нет данных о количестве членов семьи Виктории и других девушек.	
5.	Да, рост цен на продукты питания при прочих равных условиях окажет большее влияние на Викторию, чем на её зарубежных друзей, так как она большую часть дохода тратит на эту категорию	3
6.	Показатель инфляции отражает изменение общего уровня цен, а не цен на конкретные товары	3
	Рост цен на отдельно взятые товары может быть вызван иными причинами, не связанными с инфляцией.	
7.	Темп инфляции окажет влияние на <u>покупательную способность доходов</u> Виктории даже в случае, если полученный процентный доход превысит фактический темп инфляции.	3
	Уплата НДФЛ может нивелировать превышение доходности по вкладу над уровнем инфляции.	
	Вклад может быть не застрахован в АСВ, в таком случае обещанный доход не будет получен, сбережения будут утрачены.	
	Прогнозируемый уровень инфляции может отличаться от фактического	
8.	Номинал ОФЗ-ИН индексируется с опозданием на 3 месяца, поэтому некоторый инфляционный риск остаётся	3
	Риск дефолта и непогашения ОФЗ-ИН.	
	Уплата НДФЛ может нивелировать превышение доходности по ОФЗ-ИН над уровнем инфляции.	
	Фактический уровень инфляции может отличаться от официального.	

Задание 2 (30 баллов)

А) Инвестиционные налоговые вычеты

Вася открыл индивидуальный инвестиционный счёт (ИИС), и ежегодно в течение трех лет перечислял на него по 200 000 рублей. Доходность этих вложений составляла 10% каждый год и представляла собой прирост курсовой стоимости акций. Кроме того, известно, что на протяжении этих трех лет Вася выплачивал НДФЛ с заработной платы в размере 90 000 рублей в год. По истечении трех лет Вася решил закрыть ИИС. Также он решил получить связанные с ИИС льготы по налогообложению (которые он ранее не получал).

1. Какую сумму возврата НДФЛ за три года может получить Вася, если он выберет инвестиционный налоговый вычет типа А (от вложений на ИИС). *Приведите решение.*

Решение: $200\,000 * 0,13 * 3 = 78\,000$ рублей

2. На какой инвестиционный налоговый вычет может рассчитывать Вася, если воспользуется освобождением от НДФЛ доходов по ИИС (вычет типа Б). *Приведите решение.*

Решение:

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

Сумма на ИИС в конце третьего года = $((200\ 000 * 1,1 + 200\ 000) * 1,1 + 200\ 000) * 1,1 = 728\ 200$ рублей

Налоговый вычет = $(728\ 000 - 600\ 000) = 128\ 200$ рублей

Если дано только словесное описание, балл за этот пункт не может превышать 4 из 5.

3. Рассчитайте сумму чистого дохода Васи от использования ИИС с учётом получения налогового вычета от вложений в ИИС (типа А) после закрытия счёта. *Приведите решение.*

Решение: Чистый доход = $128\ 200 - 16\ 666 + 78\ 000 = 189\ 534$ рублей

Для каждого из пунктов 1-3:

Правильное решение и ответ – 5 баллов.

Правильный ход решения, но арифметическая ошибка в решении - 4 балла

Доведённое до логического конца решение, но одна смысловая ошибка в решении - 1 балл

Более одной смысловой ошибки в решении – 0 баллов

Если перепутаны понятия «вычет» и «сумма возврата», то балл за пункт не превышает 2 из 5.

Б) Стратегии инвестирования

Какая из нижеперечисленных стратегий инвестирования принесёт Васе наибольший доход и какова будет его сумма, если на начало периода он располагал суммой в 600000 рублей:

1 стратегия – ежегодное перечисление 200 000 рублей на ИИС в течение трёх лет, что приносит 10% годовых за счёт прироста курсовой стоимости. Эти доходы реинвестируются в составе ИИС. Каждый год оставшиеся свободные деньги он размещает на депозит под 7% годовых с ежегодной капитализацией процентов. Получение инвестиционного налогового вычета типа А по истечении трёх лет. **(5 баллов за верный расчёт величины чистого дохода в этом случае)**

2 стратегия – аналогична первой, но с получением вычета типа Б. **(4 балла за верный расчёт величины чистого дохода в этом случае** или словесное объяснение того, что эта стратегия не является наилучшей)

3 стратегия – перечисление на ИИС 600 000 рублей в начале первого года, что ежегодно приносит 10% годовых за счёт прироста курсовой стоимости. Эти доходы реинвестируются в составе ИИС. Получение инвестиционного налогового вычета типа А по истечении трёх лет. **(3 балла за верный расчёт величины чистого дохода в этом случае** или словесное объяснение того, что эта стратегия не является наилучшей)

4 стратегия – аналогична третьей, но с получением вычета типа Б. **(3 балла за верный расчёт величины чистого дохода в этом случае** или словесное объяснение того, что эта стратегия не является наилучшей)

За каждую арифметическую ошибку снимается один балл.

Ответ: *выгоднее 1 стратегия. Чистый доход составит 236 571,2 рублей*

Решение:

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

Стратегия 1

по 200 000 на ИИС с вычетом на взнос плюс два депозита – ИИС ТИП А

Всего на ИИС до вычета НДФЛ: $((200\ 000 * 1,1 + 200\ 000) * 1,1 + 200\ 000) * 1,1 = 728\ 200$ руб

Налог на доход = $(728\ 200 - 600\ 000) * 0,13 = 16\ 666$

$200\ 000 * 0,13 * 3 = 78\ 000$ рублей – это возврат налога

Всего денег на ИИС после его закрытия $728\ 200 - 16\ 666 + 78\ 000 = 789\ 534$

Чистый доход по ИИС: $789\ 534 - 600\ 000 = 189\ 534$

Проценты по депозитам за 1 год: $400\ 000 * 0,07 = 28\ 000$ (200 000 забрали на ИИС, остальные 200 000 и проценты опять вложили на депозит)

Проценты по депозитам за 2 год: $(200\ 000 + 28\ 000) * 0,07 = 15\ 960$ (200 вложили на ИИС)

$28\ 000 + 15\ 960 = 43\ 960$

В третьем году проценты положили на депозит: $43\ 960 * 1,07 = 47\ 037,2$

Справочно: Сумма дохода с депозитов, необлагаемая НДФЛ при ключевой ставке в 7,5% = $1\ 000\ 000 * 0,075 = 70\ 000$ в год, что превышает ежегодные доходы по депозитам -

Итого чистый доход: $189\ 534 + 47\ 037,2 = 236\ 571,2$ рублей

2 стратегия: по 200 000 на ИИС с вычетом на доход плюс два депозита ИИС по типу Б

Доход по ИИС по типу Б будет:

$728\ 200 - 600\ 000 = 128\ 200$

Плюс доход по депозитам тот же: $= 47\ 037,2$

Итого чистый доход: $47\ 037,2 + 128\ 200 = 175\ 237,2$

3 стратегия: 600 000 на ИИС с использованием вычета на взнос. ИИС типа А

$600\ 000 * 1,1^3 + 400\ 000 * 0,13 - 0,13 * 198\ 600 = 798\ 600 + 52\ 000 - 25\ 818 = 824\ 782$

Итого чистый доход: $824\ 782 - 600\ 000 = 224\ 782$

4 стратегия: 600 000 на ИИС с использованием вычета на доход (ИИС типа Б)

Итого чистый доход: $600\ 000 * 1,1^3 - 600\ 000 = 198\ 600$

Задание 3 Тинькофф (26 баллов)

Иван Бережливый работает менеджером в крупной компании и получает 100 000 рублей в месяц, но мечтает бросить работу в офисе и уехать учиться в университет во Франции.

Свои накопления Иван привык держать в рублях на банковском вкладе. Однако к концу 2020 года в новостях все чаще стал упоминаться рост инфляции, да такой, что Центробанк заявил о скором подъеме ключевой ставки. Иван понял, что текущая доходность вклада его не устраивает: деньги попросту сгорают. Все накопления в размере 3 млн рублей Иван перевел на брокерский счет и сформировал инвестиционный портфель из акций, облигаций и паев биржевого фонда. Активы выбирал сам: смотрел, чем занимаются компании, а также сравнивал доходность за 2020 год. В итоге у Ивана получился следующий портфель:

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

Актив	Описание	Доходность за 2020 год	Доля в портфеле
Паи БПИФ на индекс EURO STOXX 50*	В портфель фонда входят акции крупнейших европейских компаний, преимущественно немецких и французских	14% в евро	15%
Акции компании Galka	Перспективный американский стартап, прибыль пока не зарабатывает	102,7% в долларах	30%
Акции компании Экватор	Российская золотодобывающая компания, платит дивиденды	47,9% в рублях	15%
ОФЗ-ИН	Номинальная стоимость облигации регулярно индексируется на размер инфляции, погашение в 2023 году	6% в рублях	10%
Облигации компании Чеснок	Фиксированная ставка купона, погашение в 2025 году	11% в рублях	30%

* *Биржевой паевой инвестиционный фонд (БПИФ) — это портфель активов, который торгуется на бирже в форме инвестиционных паев. Каждый пай удостоверяет право владельца на долю в портфеле активов фонда. Индекс EURO STOXX 50 отражает динамику стоимости 50 крупнейших публичных компаний еврозоны*

Иван надеется, что инвестиции помогут ему приумножить капитал, — так он сможет оплатить учебу и обеспечивать повседневные траты. Распродать активы и уехать во Францию Иван Бережливый планирует в начале 2024 года.

Вопрос 1

В чем ошибся Иван Бережливый при формировании портфеля? Напишите не более трех соображений.

Вопрос 2

Напишите свое мнение по каждой позиции в портфеле Ивана. Ответ структурируйте следующим образом:

1. Паи БПИФ на индекс EURO STOXX 50

1.1. Подходит ли этот актив для включения в инвестиционный портфель Ивана? Если нет, то почему? В ответ включите не более трех обоснований.

1.2. Выберите один из двух вариантов. Долю актива на этапе формирования портфеля следовало: увеличить или оставить неизменной / сократить или оставить неизменной.

2. Акции компании Galka

2.1...

2.2...

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

Вопрос 3

Предположим, Иван окончательно определился с составом портфеля и долями активов в нем. За счет чего Иван мог бы получить дополнительную выгоду от своих инвестиций?

Критерии оценивания:

Вопрос 1

Критерий	Балл
Иван ориентировался на доходность за 2020 год, а в инвестициях, как известно, результат в прошлом не гарантирует успеха в будущем	2
Высокая доля облигаций, которые погашаются через два года после предполагаемой продажи всех активов. Из-за этого инструмент несет высокие риски на фоне возможного роста ключевой ставки	2
В портфеле почти нет активов в евро, тогда как именно в этой валюте Иван собирается тратить деньги после распродажи активов	2
Высокая доля рискованных активов	2

Вопрос 2

Актив	Подходит ли для портфеля	Долю в портфеле следует	Макс. баллов
Паи БПИФ на индекс EURO STOXX 50	Паи фонда отражают динамику цен акций европейских компаний и торгуются в евро — целевой валюте Ивана. Подходит для портфеля	Увеличить или оставить неизменной	2+1
Акции компании Galca	Волатильный актив, который несет высокие риски. Для портфеля не подходит (в т.ч. из-за горизонта инвестирования)	Сократить или оставить неизменной	2+1
Акции компании Экватор	Золотодобывающая компания может выиграть от инфляции за счет роста цен на золото, плюс обеспечивает денежный поток дивидендными выплатами. Подходит для портфеля	Увеличить или оставить неизменной	2+1

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

ОФЗ-ИН	Защищает капитал от инфляции, погашается до отъезда и продажи активов. Подходит для портфеля	Увеличить или оставить неизменной	2+1
Облигации компании Чеснок	Погашение после инвестиционного горизонта, риск падения стоимости из-за роста ключевой ставки. Для портфеля не подходит	Сократить или оставить неизменной	2+1

Вопрос 3

Способ	Балл
ИИС типа А или Б	5
Льгота долгосрочного владения	5
Реинвестиции дивидендов и купонов	3
Регулярные инвестиции	3
Спекулятивные стратегии (использование кредитного плеча, трейдинг)	2

Задача 4 (20 баллов)

Ольга Петровна изучает возможность участия в некотором бизнес-проекте. В проект необходимо немедленно вложить 2 млн руб. ее собственных денег (которые в настоящий момент лежат на вкладе в банке). Кроме того, ровно через год потребуются вложить еще 1 млн руб., которые Ольге Петровне придется взять в кредит. Зато ровно через два года, по ее расчетам, проект принесет 3 млн 795 тыс. руб. чистого дохода.

Для простоты, предположим, что процентные ставки по вкладам и по кредитам одинаковы и равны $r\%$ год; начисление и капитализация процентов происходят в конце года; инфляция отсутствует; рисками вложения пренебрегаем.

В каких пределах должна находиться процентная ставка r , чтобы Ольга Петровна не потеряла интереса к данному бизнес-проекту?

Решение и критерии оценивания:

Приведем все денежные потоки к текущему моменту.

Доходы 3,795 млн руб. через два года эквиваленты $3,795/(1+r)^2$ в настоящий момент (5 баллов)

Расходы в 1 млн руб. через год эквиваленты $1/(1+r)$ в настоящий момент (5 баллов)

Бизнес-проект будет интересен, если доходы больше расходов, т.е. $3,795/(1+r)^2 > 2 + 1/(1+r)$ (5 баллов)

Отсюда находим, что $r < 0,15$ (т.е. 15%) (5 баллов)

Ответ: $r < 15\%$

Примечания. Распространенная ошибка – попытка учесть 2 миллиона дважды, и при расчете альтернативного дохода, и в качестве вложения в бизнес-проект (когда в последнем выражении из 3,795 вычиталось 2).

Финансовая грамотность Решения и критерии 2021–2022 учебного года 11 класс

Минус 2,5 балла тем, кто брал готовую ставку 15% и доказывал, что при ней $NPV = 0$

Возможен штраф (до 2,5 баллов) за отсутствие комментариев в случаях, когда без них непонятна логика решения.

**Решения к заданиям заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Финансовая грамотность»**

Время выполнения заданий — 120 минут.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Максимальное количество баллов — 100.

Задание 1 (25 баллов)

Прочитайте отрывок из пьесы А.Н. Островского «Бешеные деньги».

Т е л я т е в. Это хорошо, пятьдесят тысяч деньги; с ними в Москве можно иметь на сто тысяч кредита; вот вам и полтораста тысяч. С такими деньгами можно довольно долго жить с приятностями.

В а с и л ь к о в. Но ведь надо же будет платить наконец.

Т е л я т е в. А вам-то какая печаль! Что вы уж очень заботливы! Вот охота лишнюю думу в голове иметь! Это дело предоставьте кредиторам, пусть думают и получают, как хотят. Что вам в чужое дело мешаться: наше дело уметь занять, их дело уметь получить.

1. Какие рассуждения дворянина Телятева о получении кредита являются финансово неграмотными? Поясните, почему.

2. Дополните список финансово неграмотного поведения при получении кредита тремя примерами из жизни, обоснуйте свой ответ.*

**Примечание: в качестве ответа будут засчитаны первые три примера.*

Критерии оценивания:

1. - Ошибкой будет взять кредит без конкретной цели (цитата «... можно иметь на сто тысяч кредита... С такими деньгами можно довольно долго жить с приятностями.») – **5 баллов**

- Ошибкой будет не планировать, как платить по кредиту (цитата «Это дело предоставьте кредиторам, пусть думают и получают, как хотят») – **5 баллов**

2. За каждый верный пример с пояснением – 5 баллов. Всего не более 15 баллов.

Возможные примеры:

- Ошибкой будет взять кредит в первом же банке.
- Ошибкой будет не ознакомиться с кредитным договором, не изучить подробно условия кредита.
- Ошибкой будет взять новый кредит на погашение старого кредита (исключая реструктуризацию или любые улучшения условий по кредиту).
- И др.

Задание 2 (25 баллов)

В 1861 году в Российской империи было принято «Положение о выкупе», согласно которому крестьяне могли выкупить землю себе в собственность. Семья крестьян Никаноровых взяла в ссуду на 49 лет по душевому участку на каждого из четырёх членов семьи. Ежегодно необходимо уплачивать 6% от полной стоимости каждого участка, из них 5,5% идёт помещику, а 0,5% – государству. Также раз в год семья уплачивает поземельный налог – по 15 копеек с десятины. Единственный источник дохода семьи – сельское

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 7-8 классы

хозяйство. Крестьяне продают 28 пудов зерна с десятины в год. За один пуд они получают 35 копеек дохода. Душевой участок – это $3\frac{1}{2}$ десятины. Одна десятина стоит 20 рублей.

1. **Каким годовым бюджетом располагает семья Никаноровых после вычета обязательных расходов на землю? Ответ дайте в рублях.**
2. **Какую долю годового бюджета семьи составляют отчисления государству?**
3. **Какова общая сумма выплат по ссуде за 49 лет?**
4. **Как сейчас называется ссуда, описанная в задании?**

Ответ:

а) 118,3 руб.

$$(4 \cdot 3,5 \cdot 28 \cdot 0,35) - (4 \cdot 3,5 \cdot 0,15) - (4 \cdot 3,5 \cdot 20 \cdot 0,06) = 137,2 - 2,1 - 16,8 = 118,3 \text{ руб}$$

б) 2,55%

общий бюджет до вычета обязательных платежей - 137,2 руб

поземельный налог - 2,1 руб

отчисления государству с платежа по ссуде $4 \cdot 3,5 \cdot 20 \cdot 0,005 = 1,4$

доля бюджета $(1,4 + 2,1) \cdot 100 / 137,2 = 2,55\%$

в) 823,2 руб.

платёж по ссуде - 16,8 руб.

общая сумма выплат $16,8 \cdot 49 = 823,2$ руб.

г) ипотека / целевой кредит на покупку земли

Критерии оценки:

а) максимальное число баллов за пункт а) – 9 баллов

- если написан ход расчета (3 балла)

- если дан правильный аргументированный ответ (3 балла)

- если правильно определена сумма доходов семьи с продажи зерна (1 балл)

- если правильно определен платеж по ссуде (1 балл)

- если правильно определена сумма налога на землю (1 балл)

б) максимальное число баллов за пункт б) – 10 баллов

- если написан ход расчета (4 балла)

- если дан правильный аргументированный ответ (4 балла)

- если при расчете учтена доля, отчисляемая государству с каждого платежа по ссуде (2 балл)

в) максимальное число баллов за пункт в) – 3 балла

- если написан ход расчета (1 балл)

- если дан правильный ответ (1 балл)

- если дан аргументированный правильный ответ (1 балл)

г) максимальное число баллов за пункт г) – 3 балла

Задание 3 (25 баллов)

Вика – самозанятый флорист. Она давно занимается флористикой и больше не может рассчитывать на налоговые льготы. Вика собирает букеты и цветочные композиции и продаёт их на своём сайте. Любой житель города может оформить заказ, и Вика его доставит получателю. Она не сотрудничает с юридическими лицами.

В текущем месяце Вика решила устроить распродажу корзин с цветами по цене 2500 рублей за каждую и закупить рекламу акции у местных блогеров. Вика собрала всю доступную статистику из открытых источников и записала в таблицу условия размещения рекламного сообщения в трех подходящих ей по бюджету каналах блогеров. С помощью этой таблицы Вика хочет спрогнозировать, сколько человек перейдут к ней на сайт после рекламы и сколько из них купят корзинку с цветами.

Проанализируйте таблицу* и ответьте на вопросы.

Каналы	А	Б	В
Средний охват рекламы (чел)	850	1500	
Конверсия в переход на сайт	6%	4,2%	3,6%
Количество переходов на сайт			
Стоимость перехода (руб за чел)			72
Стоимость рекламы	3417	4914	4536
Конверсия в покупку на сайте	5%	5%	5%
Количество продаж (шт)			
Доход с продаж после вычета расходов на рекламу (руб)			

**Примечание:*

Средний охват рекламы – среднее количество человек, которые увидят рекламу в канале.

Конверсия в переход на сайт – доля тех из них, которые кликнули по рекламному сообщению и перейдут на сайт Вики.

Стоимость рекламы – цена, которую назвали блогеры за размещение рекламы Вики у себя в канале.

Конверсия в покупку на сайте – доля посетителей сайта, которые дошли до покупки цветочной корзинки.

1. С рекламы в каком канале на сайт Вики перейдёт больше всего человек? Приведите расчеты.
2. На каком канале самая низкая стоимость привлечения одного посетителя на сайт Вики? Приведите расчеты.
3. Реклама на каком канале принесёт Вике больше всего прибыли? Приведите расчеты.
4. Какую сумму налога на профессиональный доход заплатит Вика за месяц, если она вложила деньги в самую выгодную рекламу и продала по ней дополнительные букеты, а до распродажи успела заработать 29 500 рублей?

Критерии оценки:

- 1) максимальное число баллов – 5 баллов, при этом:
 - если дан правильный ответ (1 балла)
 - если верно рассчитано количество переходов с канала А (1 балл)
 - если верно рассчитано количество переходов с канала Б (1 балл)
 - если верно рассчитано количество переходов с канала В (1 балл)
 - если написан ход решения (1 балл)

2) максимальное число баллов – 5 баллов, при этом:

- если дан правильный ответ (3 балла)
- если написан ход расчета (2 балла)

3) максимальное число баллов – 9 баллов, при этом:

- если дан правильный ответ (2 балла)
- если написан ход расчета (2 балла)
- если правильно определено количество продаж после рекламы на каждом сайте (2 балла)
- если правильно посчитана прибыль с продаж после рекламы (по 1 баллу за каждый канал, максимум 3 балла)

4) максимальное число баллов – 6 баллов, при этом:

- если дан правильный ответ (2 балла)
- если написан ход расчета (2 балла)
- если при расчетах учтено, что самозанятый платит налог в суммы дохода без учета расходов (2 балла)

Решение задачи:

1.

С канала А на сайт Вики перейдет $850 \cdot 0,06 = 51$ человек

С канала Б на сайт Вики перейдет $1500 \cdot 0,042 = 63$ человека

С канала В на сайт Вики перейдет $4536/72 = 63$ человека

Ответ: с каналов Б и В перейдет больше всего человек – по 63 чел

2

стоимость перехода с рекламы на канале А – $3417/51=67$ руб

стоимость перехода с рекламы на канале В – $4914/63=78$ руб

Ответ: самая низкая стоимость перехода на сайт с рекламы на канале А – 67 рублей

3

количество продаж после рекламы на канале А – $51 \cdot 0,05=2,55$ - округляем до 2 продаж (по количеству человек)

доход с продаж за вычетом расходов на рекламу – $(2 \cdot 2500) - 3417 = 1583$ руб

количество продаж после рекламы на канале Б – $63 \cdot 0,05=3,15$ - округляем до 3 продаж (по количеству человек)

доход с продаж за вычетом расходов на рекламу – $(3 \cdot 2500) - 4914 = 2586$ руб

количество продаж после рекламы на канале В – $63 \cdot 0,05=3,15$ - округляем до 3 продаж (по количеству человек)

доход с продаж за вычетом расходов на рекламу – $(3 \cdot 2500) - 4536 = 2964$ руб

Ответ: реклама на канале В принесет Вике больше всего прибыли.

4. налог – $(29500 + (3 \cdot 2500)) \cdot 0,04 = 1480$ рублей

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 7-8 классы

Канал	Средний охват рекламы (чел)	Конверсия в переход на сайт	Количество переходов на сайт	Стоимость перехода (руб за чел)	Стоимость рекламы	Конверсия в покупку на сайте	Количество продаж (шт)	Доход с продаж после вычета расходов на рекламу (руб)
1	850	6%	51	67	3417	5%	2	1583
2	1500	4.2%	63	78	4914	5%	3	2586
3	1750	3,6%	63	72	4536	5%	3	2964

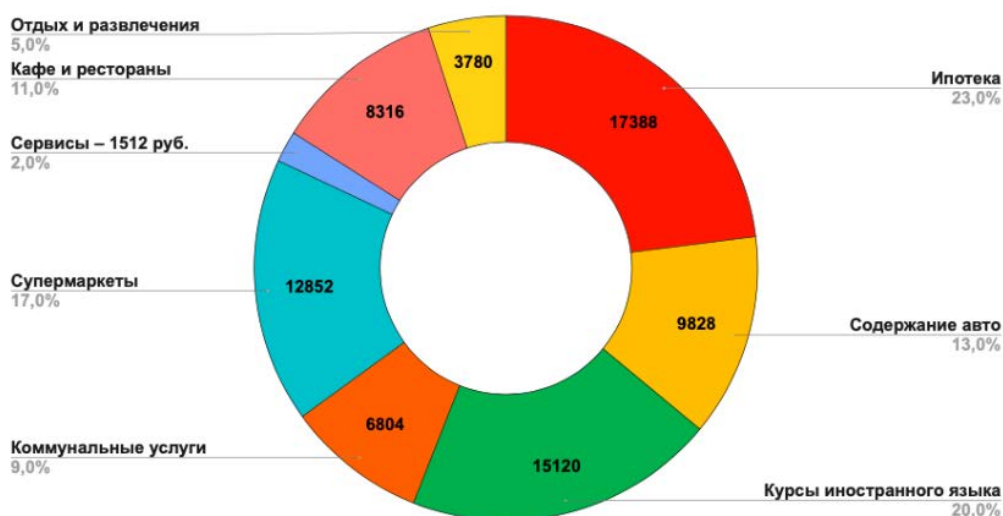
Задание 4 (25 баллов)

Мобильный банк прислал Руслану уведомление, что пришла пора выбрать три категории повышенного кэшбэка по банковской карте на сентябрь:

- Образование – 1%
- Супермаркеты – 1%
- Аптеки – 3%
- Кафе и рестораны – 5%
- Развлечения – 3%
- Сервисы – 3%

Чтобы сделать выбор, Руслан решил узнать, а на что он тратит больше всего денег. Для этого в личном кабинете мобильного банка он нашел раздел с аналитикой своих расходов по карте за предыдущий месяц. Ознакомьтесь с диаграммой и ответьте на вопросы.

Расходы 75600 рублей по категориям, руб.



1. Какие категории повышенного кэшбэка стоит выбрать Руслану, чтобы в конце сентября получить самую большую сумму возврата? Известно, что:

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 7-8 классы

– Руслан хочет в три раза уменьшить расходы на кафе и рестораны и принимает решение увеличить на четверть свой бюджет на покупку продуктов в супермаркете – так он будет чаще готовить еду дома и экономить;

– также он планирует в три раза сократить траты на отдых и развлечения;

– остальные траты останутся без изменений.

В ответе укажите три категории повышенного кэшбэка и сумму возврата, которую Руслан получит в конце сентября по каждой из них. Приведите расчеты.

2. Банк предлагает Руслану заплатить ещё 800 рублей в месяц за обслуживание его банковской карты, чтобы дополнительно получать 1% кэшбэка на все траты и выбрать четыре категории повышенного кэшбэка, вместо трех.

Стоит ли Руслану воспользоваться предложением? Приведите расчеты и обоснуйте ответ.

3. Спустя время Руслану позвонил человек, представившийся сотрудником банка, с предложением оформить услугу из пункта 2 за половину стоимости и получить также возврат средств в размере 5% от всех трат по банковской карте в августе. Для этого Руслану нужно перейти по ссылке из сообщения, которое сотрудник отправит после звонка, в веб-версию сайта банка и авторизоваться в личном кабинете.

Стоит ли Руслану воспользоваться предложением? Приведите расчеты и обоснуйте ответ.

Решение задачи:

1. 1) Для начала рассчитаем, сколько денег Руслан потратит в сентябре на супермаркеты, кафе и рестораны и отдых:

$$12852 + (12852/4) = 16065 \text{ руб. – супермаркеты}$$

$$8316/3 = 2772 \text{ руб. – кафе и рестораны}$$

$$3780/3 = 1260 \text{ руб. – отдых и развлечения}$$

2) рассчитаем величину возможного кэшбэка по каждой категории из предложения банка:

$$\text{образование – } 15120 * 0,01 = 151,2$$

$$\text{супермаркеты – } 16065 * 0,01 = 160,65$$

аптеки – этой категории нет в списке трат Руслана, прогнозировать её мы не можем по условию задачи, а значит выбирать эту категорию не нужно

$$\text{кафе и рестораны – } 2772 * 0,05 = 138,6$$

$$\text{отдых и развлечения – } 1260 * 0,03 = 37,8$$

$$\text{сервисы – } 1512 * 0,03 = 45,36$$

2. 1) рассчитаем общую сумму предполагаемых трат в сентябре:

$$17388 + 9828 + 15120 + 6804 + 16065 + 2772 + 1260 + 1512 = 70749 \text{ руб.}$$

2) рассчитаем величину дополнительного кэшбэка (1% на всё и четвертую категорию – сервисы)

$$1\% \text{ кэшбэка на всё – } 70749 * 0,01 = 707,49 \text{ руб.}$$

$$\text{сервисы – } 1512 * 0,03 = 45,36 \text{ руб.}$$

$$707,49 + 45,36 = 752,85 \text{ руб. - что меньше, чем стоимость повышения тарифа.}$$

3. Вероятно, это финансовые мошенники. 1) Сотрудник банка не может запрашивать у клиента данные для входа в личный кабинет; 2) банк вряд ли сделает настолько выгодное предложение по кэшбэку.

Критерии оценки:

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 7-8 классы

1) максимальное число баллов – 12 баллов, при этом:

- если написан ход расчета (3 балла)
- за каждую верно указанную категорию повышенного кэшбэка по 2 балла (6 баллов)
- если верно рассчитан размер кэшбэка по категории «Супермаркеты» (1 балл)
- если верно рассчитан размер кэшбэка по категории «Кафе и рестораны» (1 балл)
- если верно рассчитан размер кэшбэка по категории «Образование» (1 балл)
- если была допущена арифметическая ошибка при расчете остальных кэшбэков или он не приведен (-1 балл)

2) максимальное число баллов – 8 баллов, при этом:

- если написан ход расчета (2 балла)
- если дан правильный ответ (2 балла)
- если при расчете учтен кэшбэк по категории «Сервис» (2 балла)
- если правильно определена предполагаемая величина расходов по карте в сентябре (1 балл)
- если правильно определена величина кэшбэка «на всё» (1 балл)

3) максимальное число баллов – 5 баллов, при этом:

- если дан правильный ответ (3 балла)
- если приведен аргумент про авторизацию на сайте (1 балл)
- если приведен аргумент про подозрительно выгодные условия (1 балл)

Время выполнения заданий — 120 минут.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Максимальное количество баллов — 100.

Задание 1 (20 баллов)

Два товарища, Алена и Алексей, уже давно хотели стать инвесторами. Наконец, они привели свои финансы в порядок, закрыли долги, подготовили финансовую подушку безопасности и разработали каждый свою стратегию. Алена решила стать трейдером: она очень внимательна, хорошо знает теорию, любит делать расчеты и следить за графиками. Алексей же, наоборот, решил стать пассивным инвестором. Посмотрите, как инвестируют и торгуют друзья, и ответьте на следующие вопросы.

Вопрос 1.

В июне 2021 года Алена открыла брокерский счет на территории РФ и приобрела акции небольшого стартапа «Пшеница и зерно» на 1 млн рублей. Удача благоволила Алене, и через полгода один крупный бизнесмен с хорошей репутацией объявил о приобретении стартапа. Акции резко выросли в цене до 9 млн рублей, и Алена решила их тут же продать. По какой ставке Алена уплатит НДФЛ?

Какой доход останется у Алены после уплаты НДФЛ? Брокерская комиссия не учитывается. Алена — налоговый резидент РФ. Кто в этом случае выступит налоговым агентом, и придется ли Алене самостоятельно декларировать свой доход?

Вопрос 2.

Алексей в марте 2020 года решил открыть брокерский счет и приобрел акции российской компании «Технобрусника и Ко» из высокотехнологичного сектора. Полтора года Алексей держал их в своем портфеле, за это время их рыночная стоимость выросла — и Алексей решил их продать.

Сможет ли Алексей освободить весь свой доход от операций на фондовом рынке от налога на доход? Если да, то какую льготу он при этом должен использовать? Обоснуйте свой ответ описанием и условием льготы.

Вопрос 3.

Представьте, что компания «Технобрусника и Ко», в которую вложилась Алексей, начала выплачивать дивиденды. Сможет ли Алексей использовать налоговый вычет, чтобы освободить дивиденды от НДФЛ? Если да, то какой? Обоснуйте свой ответ.

Вопрос 4.

Сможет ли Алексей использовать налоговый вычет и вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет? Если нет, то что для этого нужно? Обоснуйте свой ответ.

Кстати, друг Алексея Иван тоже хочет вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет, но при этом он не является налоговым резидентом РФ. Сможет ли он вернуть 13% от своих взносов? Возможны ли другие варианты возвращения 13% от взносов?

Ответы

1. По какой ставке Алена уплатит НДФЛ?

9 млн рублей – 1 млн рублей = 8 млн рублей

Таким образом, 5 млн рублей из дохода Алены будут облагаться НДФЛ по ставке 13%, а 3 млн рублей будут облагаться НДФЛ по ставке 15%.

Какой доход останется у Алены после уплаты всех налогов?

9 млн рублей – 1 млн рублей = 8 млн рублей

$5\,000\,000 * 0,13 = 650\,000$

$3\,000\,000 * 0,15 = 450\,000$

$8\,000\,000 - (650\,000 + 450\,000) = 6\,900\,000$ рублей останется у Алены после уплаты всех налогов

Кто выступит налоговым агентом и придется ли Алене самостоятельно декларировать свой доход?

В данном случае в роли налогового агента выступит брокер. Брокер сам спишет нужную сумму налога при выводе денег с брокерского счета, Алене не нужно будет самостоятельно декларировать доход.

2. Ответ: Да, сможет. Для этого ему нужно воспользоваться льготой на долгосрочное владение ценными бумагами высокотехнологичного сектора экономики российских эмитентов. Льгота действует, если бумаги принадлежали налогоплательщику более одного полного года и при этом обращались на ОРЦБ и в течение всего срока владения являлись ценными бумагами высокотехнологичного (инновационного) сектора экономики.

3. Ответ: Нет, не сможет, так как, согласно налоговому законодательству, к доходу в виде дивидендов нельзя применить ни один из налоговых вычетов.

4. Сможет ли Алексей вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет?

Ответ: Нет, не сможет. Вернуть 13% от взноса на брокерский счет нельзя. Если Алексей хочет ежегодно возвращать 13% от суммы своего взноса, ему необходимо использовать ИИС и делать вычет на взнос.

Сможет ли Иван вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет? Возможны ли другие варианты возвращения 13% от взносов?

Ответ: Нет, Иван также не сможет это сделать, так как вернуть 13% от взноса на брокерский счет нельзя. Кроме того, так как Иван не является налоговым резидентом, он не сможет воспользоваться ИИС и сделать вычет на взнос.

Критерии оценивания

Задания		Максимальный балл
Вопрос 1		9
1.1.	По какой ставке Алена уплатит НДФЛ?	3
1.2.	Какой доход останется у Алены?	3
1.3.	Кто выступит налоговым агентом и придется ли Алене самостоятельно декларировать свой доход?	3
Вопрос 2 Сможет ли Алексей освободить весь свой доход от налога на доход от операций на фондовом рынке? Если да, то какую льготу он при этом должен использовать? Обоснуйте свой ответ описанием и условием льготы.		4
Не сможет		0
Да, сможет + неверный налоговый вычет		0
Да, сможет		1
Да, сможет, указан верный налоговый вычет		3
Да, сможет, указан верный налоговый вычет + условия		4
Вопрос 3 Представьте, что компания «Технобрусника и Ко», в которую вложилась Алексей, начала выплачивать дивиденды. Сможет ли Алексей использовать налоговый вычет, чтобы освободить дивиденды от НДФЛ? Если да, то какой? Обоснуйте свой ответ.		3
Да, сможет		0
Нет, не сможет + неверное обоснование		0
Нет, не сможет		1
Нет, не сможет + верное обоснование		3
Вопрос 4		4
4.1.	Сможет ли Алексей вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет?	2
	Да, сможет	0
	Нет, не сможет + неверное обоснование	0
	Нет, не сможет	0,5
	Нет, не сможет + верное обоснование	2
4.2.	Сможет ли Иван вернуть 13% от своих взносов на брокерский счет? Возможны ли другие варианты возвращения 13% от взносов?	2
	Да, сможет	0
	Нет, не сможет + неверное обоснование	0
	Нет, не сможет	0,5
	Нет, не сможет + верное обоснование	2
ИТОГО		20

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 9-10 классы**Задание 2 (25 баллов)**

Герои этого задания в течение 2022 года получали подарки и выигрывали денежные призы:

1	Антон (налоговый резидент РФ) получил 6000 рублей в подарок на Новый год от дедушки и бабушки
2	Борис (налоговый резидент РФ) получил 3000 рублей в подарок на день рождения от коллег
3	Василий (налоговый резидент РФ) получил 5000 рублей в подарок ко дню свадьбы от близкого друга
4	Глеб (налоговый нерезидент РФ) выиграл 10000 рублей в российскую лотерею
5	Денис (налоговый нерезидент РФ) выиграл 3000 рублей в российскую лотерею
6	Елена (налоговый резидент РФ) получила от компании-работодателя подарок в честь дня рождения компании стоимостью 2500 рублей
7	Женя (налоговый резидент РФ) дважды выиграла в российскую лотерею по 5000 рублей
8	Зоя (налоговый резидент РФ) выиграла в иностранную лотерею 4000 рублей
9	Ирина (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской букмекерской конторе на сумму 1000 рублей, выиграла и сняла со своего игрового счета 4000 рублей
10	Кира (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской букмекерской конторе на сумму 5000 рублей, выиграла 14000 рублей и сняла выигрыш со своего игрового счета

В определенных случаях подобные подарки и выигрыши – это налогооблагаемые доходы.

1. Помогите героям рассчитать сумму налога на доходы физических лиц, который нужно уплатить в российский бюджет.

Запишите Ваши ответы на бланке ответов в виде следующей таблицы:

№	Расчет суммы налога	А / Б / В
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

2. Укажите в последнем столбце таблицы букву, соответствующую одному из возможных вариантов:

А – расчет и уплата налога не производятся;

Б – налог рассчитывает и уплачивает налоговый агент (даритель, организатор игрового мероприятия);

В – налог рассчитывает и уплачивает налогоплательщик.

3. Отдельно (вне таблицы) укажите срок подачи налоговой декларации по форме 3-НДФЛ в случае, если налог исчисляет и уплачивает получатель выигрыша, а также срок уплаты налога.

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 9-10 классы**Решение и критерии оценивания**

	Расчет суммы налога	А / Б / В
1. Антон (налоговый резидент РФ) получил 6000 рублей в подарок на Новый год от дедушки и бабушки	0 (1 балл)	А (1 балл)
2. Борис (налоговый резидент РФ) получил 3000 рублей в подарок на день рождения от коллег	0 (1 балл)	А (1 балл)
3. Василий (налоговый резидент РФ) получил 5000 рублей в подарок ко дню свадьбы от близкого друга	0 (1 балл)	А (1 балл)
4. Глеб (налоговый нерезидент РФ) выиграл 10000 рублей в российскую лотерею	$(10000 - 4000) * 0,30 = 1800$ (2 балла)	В (1 балл)
5. Денис (налоговый нерезидент РФ) выиграл 3000 рублей в российскую лотерею	0 (1 балл)	А (1 балл)
6. Елена (налоговый резидент РФ) получила от компании-работодателя подарок в честь дня рождения компании стоимостью 2500 рублей	0 (1 балл)	А (1 балл)
7. Женя (налоговый резидент РФ) дважды выиграла в российскую лотерею по 5000 рублей	$(5000 + 5000 - 4000) * 0,13 = 780$ (2 балла)	В (1 балл)
8. Зоя (налоговый резидент РФ) выиграла в иностранную лотерею 4000 рублей	0 (1 балл)	А (1 балл)
9. Ирина (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской букмекерской конторе на сумму 1000 рублей, выиграла и сняла со своего игрового счета 4000 рублей	0 (1 балл)	А (1 балл)
10. Кира (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской букмекерской конторе на сумму 5000 рублей, выиграла 14000 рублей и сняла выигрыш со своего игрового счета	$(14000 - 4000) * 0,13 = 1300$ (2 балла)	В (1 балл)

Подача налоговой декларации по форме 3-НДФЛ с указанием сумм выигрышей – до **30 апреля 2023 года. (1 балл)**

Срок уплаты налога – до **15 июля 2023 года. (1 балл)**

Задание 3 (25 баллов)

В каждом из приведенных ниже абзацев выберите **все неверные** утверждения и/или действия и обоснуйте, почему они ошибочны.

Для удобства абзацы текста задания пронумерованы. В ответе укажите цифру соответствующего абзаца и ваши комментарии к нему.

[1] Ольга купила автомобиль и решила застраховать его. Она знает, что самое главное – это оформить полис ОСАГО, без которого управлять автомобилем никак нельзя. Данный полис защитит как ее жизнь и здоровье, так и ее автомобиль от материального ущерба со стороны третьих лиц. И даже если ДТП произойдет по вине самой Ольги, страховая компания, в которой она купила полис ОСАГО, полностью оплатит ремонт ее собственного автомобиля в пределах страховой суммы и автомобилей пострадавших, сколько бы они ни стоили.

[2] Ольга уверена, что при расчете полиса ОСАГО страховая компания будет учитывать такие факторы, как марка автомобиля, цвет его кузова, национальность Ольги, ее расовая принадлежность, семейное положение, образование, вероисповедание и должность. Кроме того, Ольга полагает, что ей как многодетной матери положена федеральная льгота при оформлении данного полиса.

[3] Ольга также думает купить полис КАСКО, чтобы защитить себя от рисков повреждения и угона. На момент заключения страхового договора действительная стоимость автомобиля составляет 750 тысяч руб., однако Ольга думает, что правильнее будет застраховать его на большую сумму, например, на 1 млн руб. Она готова заплатить за полис КАСКО дороже, т.к. это позволит ей рассчитывать на большее страховое возмещение. Кроме того, Ольга подумывает о том, чтобы увеличить страховую защиту, купив второй полис КАСКО в другой страховой компании и застраховав свой автомобиль от тех же рисков и на ту же страховую сумму.

[4] Чтобы сэкономить на стоимости полисов ОСАГО и КАСКО, Ольга думает включить в страховые договоры безусловную франшизу, т.к. полагает, что небольшой ущерб она в состоянии покрыть за счет собственных средств. Если же размер нанесенного автомобилю ущерба превысит размер франшизы, то страховая компания возместит убытки в полном объеме.

[5] Если Ольга соберется поехать на своем автомобиле в другой российский регион, то она оформит «зеленую карту», которая защитит ее автомобиль как от материального ущерба со стороны третьих лиц, так и от угона.

[6] При выборе страховой компании Ольге стоит проверить наличие у нее лицензии, выданной Федеральной службой страхового надзора, и срок ее действия. Чем дольше срок выданной лицензии, тем надежнее страховая компания.

Решение и критерии оценивания

[1] ОСАГО не страхует жизнь и здоровье владельца полиса, а также автомобиль владельца полиса от материального ущерба со стороны третьих лиц. ОСАГО – это обязательное страхование автогражданской ответственности владельца полиса (1 балл) за причинение вреда жизни (1 балл) и здоровью (1 балл), а также имуществу третьих лиц (1 балл).

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 9-10 классы

Если Ольга станет виновницей ДТП, то по полису ОСАГО она ничего не получит. **(1 балл)**
Страховая компания возместит ущерб пострадавшим от действий Ольги **(1 балл)** в пределах страховых сумм, утвержденных законом **(1 балл)**.

[2] Страховые компании не вправе ставить размер базового тарифа в зависимость от национальности **(1 балл)**, расовой принадлежности **(1 балл)**, вероисповедания **(1 балл)**, политических взглядов **(1 балл)** и должностного положения автовладельца **(1 балл)**. В остальном страховые компании могут учитывать любые другие факторы при расчете стоимости полиса ОСАГО, если они обоснованы статистическими данными по числу аварий и суммам страховых возмещений для различных индивидуальных характеристик водителей и их транспортных средств.

Никаких льгот при оформлении полиса ОСАГО не предусмотрено. **(1 балл)**

[3] Страховая сумма не может превышать действительную стоимость на момент заключения договора. **(1 балл)**

Если Ольга застрахует свой автомобиль от тех же рисков в другой страховой компании и при этом общая страховая сумма превысит стоимость страхуемого имущества, это будет считаться двойным страхованием. **(2 балла)**

[4] Ольга путает условную франшизу и безусловную. Величина безусловной франшизы всегда вычитается из суммы страхового возмещения (т.е. размер страховой выплаты рассчитывается как разница между размером убытка и размером франшизы), в отличие от условной франшизы, при которой страховщик освобождается от возмещения убытка, если его размер не превышает размера франшизы, и возмещает убыток полностью, если размер убытка превышает размер франшизы. **(2 балла)**

Франшиза может быть предусмотрена в рамках КАСКО, но не в рамках ОСАГО **(1 балл)**.

[5] Для поездок на своем автомобиле в другой регион оформлять специальный обязательный страховой полис не нужно. **(1 балл)**

«Зеленая карта» – по сути аналог ОСАГО **(1 балл)**, т.е. она страхует автогражданскую ответственность владельца полиса перед третьими лицами **(1 балл)**, но она действует исключительно во время пребывания автомобиля за рубежом. **(1 балл)**

[6] Лицензии страховым компаниям выдает Банк России. **(1 балл)**

Лицензия выдается без ограничения срока ее действия, поэтому ориентироваться на срок выданной лицензии бессмысленно. **(1 балл)**

Задание 4 (30 баллов)

Федор и Есения – супруги. К июлю 2022 г. им необходимо было накопить определенную сумму денег для ремонта квартиры. Деньги на ремонт они планировали получить из нескольких источников.

Использование налоговых вычетов

Ежемесячная заработная плата Федора (до вычета НДФЛ) составляет 60 000 руб., а годовая заработная плата Есенин (до вычета НДФЛ) составляет 360 000 руб. Каждый из супругов 01.01.21 открыл индивидуальный инвестиционный счет (ИИС). Супруги в дальнейшем планировали воспользоваться инвестиционным налоговым вычетом на взносы (тип А). В 2021 г. Федор внес на ИИС сумму 600 000 руб., Есения внесла на свой ИИС 400 000 руб. Также в 2021 г. Федор заключил договор добровольного страхования жизни на 6 лет и внес на него 90 000 руб.

В начале 2022 года Федор и Есения подали документы для получения налоговых вычетов. Налоговая инспекция провела камеральную проверку и произвела возврат НДФЛ каждому из супругов на их банковские счета 01.04.22.

Доходы по ценным бумагам

При открытии ИИС супруги указали, что доходы по ценным бумагам, приобретаемым на ИИС, должны поступать на их банковские счета, а не на ИИС. Федор является агрессивным инвестором и вложил всю сумму, которую внес на ИИС, в акции компании ABC. Цена покупки на 01.01.21 составила 200 руб. за акцию. В марте 2022 г. состоялось годовое общее собрание акционеров компании ABC, на котором было принято решение, что величина дивиденда на 1 акцию составит 20 руб. На банковский счет Федора дивиденды поступили 01.04.22.

Есения является консервативным инвестором и не склонна к риску, поэтому 01.01.21 она вложила средства, размещенные на ИИС, в государственные рублевые облигации. Номинал облигации 1 000 руб., цена покупки 1 облигации – 800 руб., дата погашения 01.01.26, ставка купона – 6% годовых, купон выплачивается 1 раз в год (1 января каждого года). 01.01.22 купоны по облигациям поступили на банковский счет Есенин.

Банковский депозит

01.04.22 **Федор** открыл вклад в банке на 3 месяца с возможностью пополнения денежных средств и разместил на него:

- сумму полученных дивидендов от компании ABC;
- сумму возврата НДФЛ за 2021 г. от налоговой инспекции;
- сумму в размере 4 100 руб.

Годовая ставка процента по депозиту составила 18%. Проценты по вкладу начисляются в конце каждого месяца и капитализируются. Федор пополнял вклад 2 раза:

- 01.05.22 на сумму 15 000 руб.;
- 01.06.22 на сумму 15 000 руб.

Есения 01.01.22 открыла вклад в банке на 6 месяцев с возможностью пополнения под 8% годовых. Проценты начисляются в конце каждого квартала и капитализируются. Есения пополняла вклад 2 раза:

- 01.01.22 на сумму полученных купонов по государственным облигациям;
- 01.04.22 на сумму возврата НДФЛ за 2021 г. от налоговой инспекции.

Вопросы:

- 1) Укажите суммы и названия налоговых вычетов, которые получит каждый из супругов за 2021 г. Поясните Ваш ответ.
- 2) Приведите расчет суммы НДФЛ к возврату, которую получит каждый из супругов за 2021 г.
- 3) Приведите расчет суммы доходов по ценным бумагам, которая поступит на банковский счет каждого из супругов 01.04.22.
- 4) Приведите расчет суммы на банковском депозите каждого из супругов на момент закрытия депозита (01.07.22).

Решение

- 1) Укажите сумму и название налоговых вычетов, которые получит каждый из супругов за 2021 г. Поясните Ваш ответ.

Федор:

Инвестиционный налоговый вычет ограничен суммой: **400 000 руб.** (заработная плата Федора за год составила 720 000 руб., поэтому он имеет право получить инвестиционный вычет 400 000 руб.)

Социальный налоговый вычет (ограничен суммой 120 000 руб.): **90 000 руб.** (дохода Федора хватает и для получения инвестиционного, и для получения социального налогового вычета).

Есения:

Инвестиционный налоговый вычет: 360 000 руб.

Несмотря на то, что Есения внесла на ИИС 400 000 руб., ее годовой доход составил всего лишь 360 000 руб., поэтому инвестиционный вычет будет ограничен суммой 360 000 руб.

Если в ответе указана сумма 400 000 руб., то ответ также засчитывался, как верный.

- 2) Приведите расчет суммы НДФЛ к возврату, которую получит каждый из супругов за 2021 г.

Федор:

Годовой доход: $60\,000 * 12 = 720\,000$ руб.

НДФЛ уплаченный: $720\,000 * 0,13 = 93\,600$ руб.

Пересчет НДФЛ с учетом вычетов: $(720\,000 - 400\,000 - 90\,000) * 0,13 = 29\,900$ руб.

Возврат НДФЛ: $93\,600 - 29\,900 = \mathbf{63\,700}$ руб.

Есения:

НДФЛ уплаченный: $360\,000 * 0,13 = 46\,800$ руб.

Пересчет НДФЛ с учетом вычетов: $(360\,000 - 360\,000) * 0,13 = 0$

Инвестиционный налоговый вычет будет ограничен суммой 360 000 руб.

Возврат НДФЛ: $46\,800 - 0 = \mathbf{46\,800}$ руб.

- 3) Приведите расчет суммы доходов по ценным бумагам, которая поступит на банковский счет каждого из супругов.

Федор

Расчет суммы по состоянию на 01.04.22

$600\,000 / 200 = 3\,000$ шт. акций

$3000 * 20 = 60\,000$ руб. - дивиденды

$60000 * (1 - 0,13) = \mathbf{52\,200}$ руб. - очищенные от НДФЛ дивиденды

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 9-10 классы

Есения

01.04.22 на банковский счет Есенин не поступят никакие доходы по ценным бумагам.

01.01.22 – ей поступят купоны по облигациям. Эти данные будут использованы в 4-м пункте.

Расчет купонов:

$$400\,000 / 800 = 500 \text{ шт. облигаций}$$

$$500 * 1000 * 0,06 = 30\,000 \text{ руб. – купоны}$$

$$30\,000 * (1 - 0,13) = \mathbf{26\,100 \text{ руб.}} \text{ – очищенные от НДФЛ купоны}$$

4) Приведите расчет суммы на банковском депозите каждого из супругов на момент закрытия депозита (01.07.22).

Федор

$$(52\,200 + 63\,700 + 4\,100) * (1 + 0,18/12) = 121\,800,00 \text{ руб. – сумма на счете через месяц}$$

$$(121\,800 + 15\,000) * (1 + 0,18/12) = 138\,852,00 \text{ руб. – сумма на счете через 2 месяца}$$

$$(138\,852 + 15\,000) * (1 + 0,18/12) = \mathbf{156\,159,78 \text{ руб.}} \text{ – сумма на 01.07.22}$$

Есения

$$26100 * (1 + 0,08/4) = 26\,622 \text{ руб. – сумма на счете в конце 1-го квартала}$$

$$(26\,622 + 46\,800) * (1 + 0,08/4) = \mathbf{74\,890,44 \text{ руб.}} \text{ – сумма на 01.07.22}$$

Критерии оценивания

Задания			Максимальный балл	
1.	Укажите суммы и названия налоговых вычетов, которые получит каждый из супругов за 2021 г. Поясните Ваш ответ.		6	
	1.1.	Расчет налоговых вычетов Федора	4	
		1.1.1.	Расчет годового дохода	1
		1.1.2.	Инвестиционный налоговый вычет (указана правильная сумма вычета и приведено обоснование)	2
		1.1.3.	Социальный налоговый вычет	1
1.2.	Инвестиционный налоговый вычет Есенин (указана правильная сумма и приведено обоснование)	2		
2.	Приведите расчет суммы НДФЛ к возврату, которую получит каждый из супругов за 2021 г.		6	
	2.1.	Федор:	3	
		2.1.1.	Сумма НДФЛ к возврату	1
		2.1.2.	Расчеты и рассуждения	2
	2.2.	Есенин:	3	
		2.2.1.	Сумма НДФЛ к возврату	1
2.2.2.		Расчеты и рассуждения	2	
3.	Приведите расчет суммы доходов по ценным бумагам, которая поступит на банковский счет каждого из супругов.		9	
	3.1.	Федор на 01.04.22:	4	
		3.1.1.	Количество купленных акций	1
		3.1.2.	Сумма начисленных дивидендов	1
		3.1.3.	Сумма очищенных от НДФЛ дивидендов	2
	3.2.	Есенин на 01.01.22:	5	
		3.2.1.	Количество купленных облигаций	1
		3.2.2.	Сумма начисленных купонов	2
		3.2.3.	Сумма очищенных от НДФЛ купонов	2
Итого		30		

Время выполнения заданий — 120 минут.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Максимальное количество баллов — 100.

Задание 1 (26 баллов)

Герои этого задания в течение 2022 года получали подарки и выигрывали денежные призы:

1	Антонина (налоговый резидент РФ) получила 6000 рублей в подарок от брата на новоселье
2	Булат (налоговый резидент РФ) получил 10000 рублей в подарок на юбилей от коллег
3	Валерия (налоговый нерезидент РФ) выиграла 15000 рублей в российскую лотерею
4	Григорий (налоговый нерезидент РФ) выиграл 2000 рублей в российскую лотерею
5	Дарья (налоговый нерезидент РФ) получила от компании-работодателя подарок в честь дня рождения компании стоимостью 4000 рублей
6	Егор (налоговый резидент РФ) выиграл в иностранную лотерею 30000 рублей
7	Женя (налоговый резидент РФ) сделал ставку в российской букмекерской конторе на сумму 1000 рублей, выиграл и снял со своего игрового счета 10000 рублей
8	Зинаида (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской онлайн букмекерской конторе на сумму 5000 рублей, выиграла 20000 рублей и сняла выигрыш со своего игрового счета
9	Иван (налоговый резидент РФ) сделал ставку в российском казино на сумму 10 000 рублей и выиграл 50 000 рублей.

В определенных случаях подобные подарки и выигрыши – это налогооблагаемые доходы.

1. Помогите героям рассчитать сумму налога на доходы физических лиц, который нужно уплатить в российский бюджет.

Запишите Ваши ответы на бланке ответов в виде следующей таблицы:

№	Расчет суммы налога	А / Б / В / Г
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 11 класс

2. Укажите в последнем столбце таблицы букву, соответствующую одному из возможных вариантов:

А – расчет и уплата налога не производятся;

Б – налог рассчитывает и уплачивает налоговый агент (даритель, организатор игрового мероприятия);

В – налог рассчитывает и уплачивает налогоплательщик;

Г – уплата налога производится налогоплательщиком на основании налогового уведомления, направленного ему налоговым органом (**дополнительно укажите срок уплаты налога**).

3. Отдельно (вне таблицы) укажите срок подачи налоговой декларации по форме 3-НДФЛ в случае, если налог исчисляет и уплачивает получатель выигрыша, а также срок уплаты налога.

Решение и критерии оценивания

	Расчет суммы налога	А / Б / В / Г
1. Антонина (налоговый резидент РФ) получила 6000 рублей в подарок от брата на новоселье	0 (1 балл)	А (1 балл)
2. Булат (налоговый резидент РФ) получил 10000 рублей в подарок на юбилей от коллег	0 (1 балл)	А (1 балл)
3. Валерия (налоговый нерезидент РФ) выиграла 15000 рублей в российскую лотерею	$(15000 - 4000) * 0,30 = 3300$ (2 балла)	В (1 балл)
4. Григорий (налоговый нерезидент РФ) выиграл 2000 рублей в российскую лотерею	0 (1 балл)	А (1 балл)
5. Дарья (налоговый нерезидент РФ) получила от компании-работодателя подарок в честь дня рождения компании стоимостью 4000 рублей	0 (1 балл)	А (1 балл)
6. Егор (налоговый резидент РФ) выиграл в иностранную лотерею 30000 рублей	$(30000 - 4000) * 0,13 = 3380$ (2 балла)	В (1 балл)
7. Женя (налоговый резидент РФ) сделал ставку в российской букмекерской конторе на сумму 1000 рублей, выиграл и снял со своего игрового счета 10000 рублей	$(10000 - 4000) * 0,13 = 780$ (2 балла)	В (1 балл)
8. Зинаида (налоговый резидент РФ) сделала ставку в российской онлайн букмекерской конторе на сумму 5000 рублей, выиграла 20000 рублей и сняла выигрыш со своего игрового счета	$(20000 - 5000 - 4000) * 0,13 = 1430$ (2 балла)	Б (1 балл)
9. Иван (налоговый резидент РФ) сделал ставку в российском казино на сумму 10 000 рублей и выиграл 50 000 рублей.	$(50000 - 10000 - 4000) * 0,13 = 4680$ (2 балла)	Г до 1 декабря 2023 года (2 балла)

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 11 класс

Подача налоговой декларации по форме 3-НДФЛ с указанием сумм выигрышей – до 30 апреля 2023 года. (1 балл)

Срок уплаты налога – до 15 июля 2023 года. (1 балл)

Задание 2 (25 баллов)

В 2020 году Инна решила купить собственную квартиру в Санкт-Петербурге, чтобы иметь возможность переехать туда через 2 года, когда она планирует полностью перейти на дистанционную работу. По предположению Инны её заработная плата до налогообложения в 2021 и 2022 годах составит 83 334 рубля в месяц, из которых 20 000 рублей Инна собирается ежемесячно откладывать. Накопления Инны в банке на 31 декабря 2020 года составили 3 000 000 рублей. По оценке Инны, «квартира мечты» обойдётся ей в 4 000 000 рублей. Теперь Инна размышляет над альтернативными вариантами аккумулирования необходимой суммы для покупки квартиры.

Варианты:

1. 1.01.2021 г. вложить накопленные сбережения под 9% годовых с ежемесячной капитализацией процентов. По условиям банковского вклада доведение средств возможно каждые 6 месяцев, но не ранее чем через полгода после открытия вклада. Поэтому отложенные ежемесячные накопления тоже могут быть инвестированы, но на меньший срок.

2. Взять ипотечный кредит на недостающую сумму в банке на 2 года под ставку 13% годовых с выплатой процентов в конце каждого года и возвратом тела кредита равными долями также в конце каждого года. В начале 2021 года купить квартиру и сдать квартиру в наём друзьям за 34 000 рублей в месяц. Для погашения кредита использовать сбережения за год и доход от сдачи квартиры в наём после уплаты налога на профессиональный доход. В расчётах не учитывайте налоговый вычет для самозанятых. Для упрощения расчётов будем считать, что возврат НДФЛ в связи с имущественным вычетом за 2021 и 2022 годы будет осуществлён 31.12.2022 г.

Какая из данных альтернатив окажется более экономически выгодной для Инны, если через 2 года:

- А) стоимость квартиры совпадёт с её ожиданиями?
- Б) выбранная квартира будет стоить на 15% дороже?

Приведите решение для каждого из случаев.

Решение и критерии оценивания:

1. Сумма в банке через два года = $3\,000\,000 \cdot (1 + 0,09/12)^{24} + 120\,000 \cdot (1 + 0,09/12)^{18} + 120\,000 \cdot (1 + 0,09/12)^{12} + 120\,000 \cdot (1 + 0,09/12)^6 = 3\,983\,275$ (4 балла)

Сбережения за последнее полугодие = 120 000 (1 балл)

Итого: $120\,000 + 3\,983\,275 = 4\,103\,275$

Получение имущественного налогового вычета возможно уже после покупки квартиры.

Вывод: К концу 2022 года у Инны есть 4 000 000 + 103 275 рублей (накопленные сбережения) (2 балла)

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 11 класс

2. Ставка налога на профессиональный доход 4%, так как сдают квартиру физическим лицам.

Первый год:

Расходы по кредиту = $1\,000\,000 \cdot 0,13 + 500\,000 = 630\,000$ (**3 балла**), а доходы от аренды плюс сбережения = $(20\,000 + 34\,000 \cdot 0,96) \cdot 12 = 52\,640 \cdot 12 = 631\,680$ (**3 балла**)

Второй год:

Расходы по кредиту = $500\,000 \cdot 0,13 + 500\,000 = 565\,000$ (**3 балла**), а доходы от аренды плюс сбережения = $(20\,000 + 34\,000 \cdot 0,96) \cdot 12 = 631\,680$ (**1 балл**), то есть к концу года у Инны есть квартира и 68 360 рублей $[(631\,680 - 630\,000) + (631\,680 - 565\,000)]$

/Максимальный имущественный налоговый вычет = 2 млн от суммы покупки и 3 млн по процентам за кредит/

$0,13 \cdot 2\,000\,000 = 260\,000$, но в год Инна выплачивает НДФЛ 130 001 рубль, поэтому за 2 года она сможет получить возврат НДФЛ при приобретении квартиры, но на возврат НДФЛ при погашении процентов по ипотеке она претендовать пока не сможет (**4 балла**)

Вывод: К концу 2022 года у Инны есть квартира + 68 360 рублей (накопленные сбережения) + 260 000 (возврат НДФЛ) (**2 балла**)

Ответ (2 балла):

А. Выгоднее взять кредит и купить квартиру. Это верно только при учёте получения возврата НДФЛ.

В. Если квартира подорожает на 15%, то при выборе первой альтернативы Инне будет недостаточно средств, чтобы купить квартиру на накопленные средства через два года

Задание 3 (24 балла)

Иван Иванович, житель некой вымышленной страны Р, решает в какой валюте ему вложить свои средства на вклад **на три месяца**, в национальной или в иностранной. Ставки по вкладам, предлагаемые банком, составляют 23% **годовых** в национальной валюте и 2% **годовых** в иностранной (начисление и выплата процентов осуществляется в конце срока действия вкладов). ИПЦ (индекс потребительских цен) в стране Р в настоящий момент находится на отметке 102,20% к концу декабря прошлого года. При открытии вклада в иностранной валюте, её нужно будет купить по текущему курсу, при этом через три месяца забрать средства можно будет только в национальной валюте по курсу, который будет действовать на момент закрытия вклада.

Иван Иванович рассматривает два сценария:

	ИПЦ через 3 месяца, % к декабрю прошлого года	Курс иностранной валюты сейчас		Курс иностранной валюты через три месяца	
		покупка	продажа	покупка	продажа
Сценарий А	120,60	114,62	133,09	160,24	201,11
Сценарий Б	107,31	114,62	133,09	116,53	134,15

Рассчитайте темпы инфляции в стране за 3 месяца по двум сценариям, используя ИПЦ. На основе полученных результатов рассчитайте далее по каждому из сценариев **реальную** доходность вложений по каждому из двух вкладов за три месяца. Для расчёта используйте **точную** формулу Фишера, промежуточные результаты округляйте до 2 знаков после

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 11 класс

запятой, ответ дайте в процентах, со знаком (если положительная доходность, то «+», если отрицательная, то «-») и с округлением до 2 знака после запятой.

Расчеты и ответы оформите таблицей, как показано в примере ниже:

	Темп инфляции за 3 месяца	Реальная доходность вклада в национальной валюте, %	Реальная доходность вклада в иностранной валюте, %
Сценарий А	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:
Сценарий Б	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:	расчеты: ответ:

Ответ:

Темп инфляции за 3 месяца	номинальная доходность вклада		Реальная доходность вклада	
	в ин. валюте	в нац. валюте	в ин. валюте	в нац. валюте
18,00%	21,00%	5,75%	+2,54%	-10,38%
5,00%	-12,00%	5,75%	-16,20%	+0,71%

Решение:

1. Темпы инфляции рассчитывается как $(P_{t+3} - P_t)/P_t$, где P_t – индекс потребительских цен в настоящий момент, а P_{t+3} – индекс потребительских цен через 3 месяца. По сценарию А, с округлением до 2 знаков после запятой, темп инфляции за три месяца составит 18%, а по сценарию Б он составит 5%. Обратите внимание, что по формуле $(P_{t+3} - P_t)$ темп инфляции рассчитывать нельзя, это неточно.

2. Так как доходность по вкладам дана в % годовых (как обычно она указывается финансовыми организациями), а средства вкладываются только на три месяца, процентная ставка за это период составит $23 \cdot 3/12 = 5,75\%$ по вкладу в национальной валюте и $2 \cdot 3/12 = 0,5\%$ по вкладу в иностранной валюте. Обратите внимание, что так как начисление и выплата процентов осуществляется только в конце срока действия вклада, в данном случае неприменима формула сложного процента.

3. Реальную доходность по вкладу в национальной валюте можно найти по формуле Фишера:
 $(0,0575 - 0,18)/1,18 \cdot 100\% = -10,38\%$ (сценарий А);
 $(0,0575 - 0,05)/1,05 \cdot 100\% = +0,71\%$ (сценарий Б).

Иначе можно посчитать реальные доходности как
 $(1,0575/1,18 - 1) \cdot 100\% = -10,38\%$ (сценарий А);
 $(1,0575/1,05 - 1) \cdot 100\% = +0,71\%$ (сценарий Б).

4. Для того, чтобы найти реальную доходность по вкладу в иностранной валюте нужно дополнительно учесть эффект изменения обменного курса. В условии курсы покупки и продажи приведены в том же формате, в каком они приводятся финансовыми организациями (например, банками). Так, курс покупки – это курс, по которому банк покупает валюту у клиента, курс продажи – курс, по которому банк продает валюту клиенту (разница курсов покупки и продажи обеспечивает банку доход, аналогично, например, разнице в процентных ставках банка по вкладам и кредитам). Исходя из этого, для расчетов необходим курс продажи в настоящий момент (133,09) и курс покупки через три месяца (160,24 и 116,53 по сценариям А и Б соответственно). Тогда суммарная номинальная доходность (без учета инфляции) вклада в иностранной валюте:

$(1,005 \cdot 160,24/133,09 - 1) \cdot 100\% = 21\%$ (сценарий А);
 $(1,005 \cdot 116,53/133,09 - 1) \cdot 100\% = -12\%$ (сценарий Б).

Реальная доходность:

$(0,21 - 0,18)/1,18 \cdot 100\% = +2,54\%$ (сценарий А);
 $(-0,12 - 0,05)/1,05 \cdot 100\% = -16,20\%$ (сценарий Б).

Финансовая грамотность Решения и критерии 2022–2023 учебного года 11 класс

Иначе можно посчитать реальные доходности как

$$(1,005 \cdot 160,24 / 133,09 / 1,18 - 1) \cdot 100\% = +2,54\% \text{ (сценарий А);}$$

$$(1,005 \cdot 116,53 / 133,09 / 1,05 - 1) \cdot 100\% = -16,20\% \text{ (сценарий Б).}$$

Внесем все полученные результаты в таблицу:

	Темп инфляции за три месяца	Реальная доходность вклада в национальной валюте, %	Реальная доходность вклада в иностранной валюте, %
Сценарий А	18,00%	-10,38%	+2,54%
Сценарий Б	5,00%	+0,71%	-16,20%

Видно, что не существует единого «рецепта», который обеспечил бы сохранение сбережений и получение дохода. В нашем примере при реализации сценария А выгоднее вложить средства в иностранной валюте, а при реализации сценария Б - выгоднее вложить средства в национальной валюте.

Критерии оценивания.

Максимальный балл за задание 24. Он давался за полностью и правильно решенное задание. Если в решении/ответе имелись ошибки, из полного балла могли быть сделаны следующие вычеты (использование всех вычетов одновременно невозможно, так как некоторые ошибки являются взаимоисключающими, например «д» и «е»/«ж»):

Код ошибки	Описание ошибки	Сколько баллов вычиталось
а	инфляция за три месяца посчитана по неточной формуле	-3
а	инфляция посчитана совершенно неверно	-6
б	годовую доходность забыли перевести в 3-месячную или перевели с ошибкой	-4
в	использована неверная курсов покупки/продажи или не использована вообще	-3
г	не принята во внимание доходность по вкладу в иностранной валюте (2% годовых)	-3
д	реальная доходность рассчитана, но по неточной формуле (например, просто как разность номинальной доходности и инфляции)	-2 для нац. валюты и -2 для ин. валюты
е	совершенно неверно рассчитана реальная доходность по вкладу в национальной валюте (или не рассчитана вообще)	-4
ж	совершенно неверно рассчитана реальная доходность по вкладу в иностранной валюте (или не рассчитана вообще)	-4
	дополнительно за слишком грубое округление, арифметическую ошибку, ошибочное использование формулы сложного процента	-1

Задание 4 (25 баллов)

Ольга Беззаботная собралась стать инвестором. В начале 2023 года все свои накопления в размере 10 млн рублей она решила вложить в различные активы и сформировать инвестиционный портфель, который готова держать пять лет. Чтобы минимизировать риски, Ольга обратилась к другу, который предложил следующую структуру портфеля:

Актив	Доля в портфеле
Золото	25%
Валюта	25%
Акции	25%
Облигации	25%

При этом давать конкретные рекомендации по выбору инструментов друг не готов. Поэтому Ольга будет разбираться сама, а также спросит вашего совета. Постарайтесь помочь начинающему инвестору Ольге на основе данных, которые она собрала для вас.

Вопрос 1. Золото

Ольга верит в золото и уже купила его на бирже по цене 3 500 рублей за грамм. Рублевая цена золота определяется Центробанком и привязана к мировой стоимости тройской унции (31,1 грамма). На момент покупки курс доллара к рублю составлял 62 рубля. Продать золото Ольга планирует тогда, когда оно достигнет целевой цены.

Приведите такие значения курса доллара или цены тройской унции, при которых вложения Ольги в золото будут стоить 3,5 млн рублей. Комиссию можно не учитывать.

Вопрос 2. Валюта

Ольга сомневается, какую валюту ей купить на брокерский счет: юань, гонконгский доллар или доллар США. По задумке, эта позиция должна защитить часть портфеля от ослабления курса рубля. При этом покупать валюту Ольга готова как на бирже, так и в обменниках. Часть валюты Ольга готова положить на депозит, а через пять лет, после окончания горизонта инвестирования, вложить валюту в инструменты фондового рынка.

Подскажите Ольге по два плюса и минуса **каждой** валюты.

Вопрос 3. Акции

Ольга собирается вложиться в дивидендные акции компании Газтэк. Ожидаемая доходность от роста рыночной стоимости акций составляет 5% годовых, а дивидендная доходность составит 8%.

Какова будет стоимость вложений в эти акции через пять лет с учетом ежегодного реинвестирования дивидендов (каждый год дивиденды выплачиваются после реинвестирования, а суммы без остатка хватает на покупку новых акций)? При этом все дивиденды по акциям будут выплачены, а ожидаемая доходность оправдает надежды. Комиссию и налоги не учитывать.

Вопрос 4. Облигации

Ольга прочитала, что в прошлом году инфляция составила 6%. В этом году экономисты ожидают темпа инфляции на уровне 10% годовых и не видят признаков его дальнейшего снижения. Также прогнозируется рост ключевой ставки ЦБ РФ в этом году и, возможно, в последующие четыре года. Ольга выбирает между:

1. Облигациями крупной и стабильной государственной корпорации Сенатор с текущей купонной доходностью 11%. Погашение в 2029 году.
2. ОФЗ-ИН (ОФЗ с индексируемым номиналом) с текущей купонной доходностью 4%. Погашение в 2027 году.

Подскажите Ольге, какой инструмент лучше подходит для покупки в текущих условиях? Приведите два аргумента.

Ответы и критерии оценивания

Вопрос 1 (5 баллов)

Изначально позиция Ольги стоит 2,5 млн рублей. Чтобы позиция стоила 3,5 млн рублей, Ольге необходимо:

- 1) рост стоимости тройской унции до \$2 457;
или
- 2) ослабление курса рубля до 86,8 Р за доллар;
- 3) свой вариант — комбинация курса рубля и цены золота. N (цена унции в долларах) $\times Y$ (курс рубля к доллару) = 3,5 млн рублей.

Вопрос 2 (12 баллов: за каждый релевантный плюс и минус по 1 баллу)

1) Доллар

Плюсы

- Резервная валюта
- Высокая ликвидность

Минусы

- Риск блокировки на брокерских счетах
- Различные санкционные риски
- Высокий спред к биржевому курсу в обменниках
- Отказ банков от валютных депозитов в долларах

2) Юань

Плюсы

- Высокая ликвидность
- Возможность открыть депозиты в юанях

Минусы

- Возможное снижение ключевой ставки ЦБ КНР и падение курса юаня к остальным валютам
- Санкционные риски
- Небольшое число инвестиционных инструментов

3) Гонконгский доллар

Плюсы

- Стабильный курс за счет привязки курса к доллару США
- Большое количество инвестиционных инструментов

Минусы

- Возможное ослабление из-за отвязки курса от доллара США

- Низкая ликвидность при покупке в России

Вопрос 3 (4 балла)

Считаем по простой формуле сложного процента:

$$S_n = 2\,500\,000 (1 + 0,13)^5 = 4\,606\,088$$

Формула верная, но ошибка в ответе = 3 балла

Только ответ, но нет решения = 1 балл

Вопрос 4 (4 балла: по 2 балла за каждый аргумент)

1) ЦБ будет повышать ключевую ставку => снизится рыночная цена облигаций => ОФЗ-ИН лучше (номинал индексируется на размер инфляции)

2) Погашение облигаций Сенатор происходит по окончании горизонта инвестирования Ольги, высок процентный риск облигаций с фиксированным купоном

3) Инфляция может превысить уровень текущей купонной доходности облигаций компании Сенатор => ОФЗ-ИН лучше

**Всероссийская олимпиада школьников «Высшая проба»
Профиль «Основы бизнеса»**

Аннотация

Профиль «Основы бизнеса» направлен на проверку знаний школьников по вопросам из различных областей: экономики, социальных отношений, права. В частности, предлагаются вопросы, связанные с организацией и ведением бизнеса, социальной ответственности предпринимателей, налогообложения, оценки эффективности принимаемых предпринимателями управленческих решений и их последствий. В рамках данного профиля школьники получают возможность проверить свои знания в области экономики и предпринимательства как одной из важнейших сторон жизни современного общества. Полученный опыт в рамках выполнения олимпиадных заданий по профилю «Основы бизнеса» позволит школьникам понять уровень требуемой подготовки к поступлению в вузы, в частности в НИУ ВШЭ.

Задания заключительного этапа Олимпиады «Высшая проба» по профилю «Основы бизнеса» подготовлены опытными преподавателями Высшей школы бизнеса НИУ ВШЭ, имеющими обширный опыт научной, преподавательской, а также практической деятельности в различных сферах бизнеса. Кроме того, в состав методической комиссии по разработке олимпиадных заданий входят представители действующих крупных российских компаний. Таким образом, олимпиадные задания построены на основе анализа существующей практики ведения бизнеса российскими и зарубежными компаниями и описывают современные проблемы, с которыми сталкиваются менеджеры компаний и решения, которые позволили компаниям эти проблемы решить.

Несмотря на то, что Олимпиада опирается на школьную программу подготовки, выполнение олимпиадных заданий потребует от школьников не только уверенного владения теоретическим материалом, но и умения творчески применять его при анализе современного бизнеса и практических бизнес-ситуаций.

**Перечень и содержание тем
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»**

9 класс**Раздел 1. БИЗНЕС И ФИРМА**

Понятие и виды бизнеса. Малый бизнес и стартапы. Предпринимательство. Социальное предпринимательство.

Среда бизнеса. Понятие «отрасль». Малый бизнес в различных отраслях.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Городецкая Н.И., Иванова Л.Ф. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Ивановой Л.Ф. Обществознание. 9 кл. Учебник для общеобразовательных организаций – М: Просвещение, 2014

2. Боголюбов Л.Н., Матвеев А.И., Жильцова Е.И. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Матвеева А.И. Обществознание. 9 кл. Учебник. – М: Просвещение, 2016

3. Королькова Е.С., Коваль Т.В., Королёва Г.Э. Обществознание. 9 класс. ФГОС. – М.: Академкнига/Учебник, 2016

4. Насонова И.П. / Под ред. Бордовского Г. А. Обществознание. Экономика вокруг нас. 9 класс. –М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2017

5. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Обществознание. 9 класс. –М.: ДРОФА, 2013

6. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. – М.: Альпина Паблишер, 2017

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>

2. www.forbes.ru

3. www.kommersant.ru/rubric/4

4. www.vedomosti.ru/rubrics/business

5. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 2. ЭКОНОМИКА И ФИНАНСЫ БИЗНЕСА**Тема 2.1. Источники финансирования бизнеса**

Внутренние и внешние источники финансирования бизнеса. Кредит. Акции и облигации.

Тема 2.2. Основные экономические показатели деятельности фирмы

Издержки, виды издержек. Прибыль и доход. Налоги, уплачиваемые малым бизнесом.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Городецкая Н.И., Иванова Л.Ф. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Ивановой Л.Ф. Обществознание. 9 кл. Учебник для общеобразовательных организаций – М: Просвещение, 2014

2. Боголюбов Л.Н., Матвеев А.И., Жильцова Е.И. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Матвеева А.И. Обществознание. 9 кл. Учебник. – М: Просвещение, 2016

3. Королькова Е.С., Коваль Т.В., Королёва Г.Э. Обществознание. 9 класс. ФГОС. – М.: Академкнига/Учебник, 2016

4. Насонова И.П. / Под ред. Бордовского Г. А. Обществознание. Экономика вокруг нас. 9 класс. –М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2017

5. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Обществознание. 9 класс. – М.: ДРОФА, 2013

Раздел 3. ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ БИЗНЕСОМ

Основные функции управления в бизнесе. Функциональные области управления: производство, логистика, ИТ, маркетинг и продажи, финансы и учет, управление человеческими ресурсами. Бизнес-план.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Городецкая Н.И., Иванова Л.Ф. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Ивановой Л.Ф. Обществознание. 9 кл. Учебник для общеобразовательных организаций – М: Просвещение, 2014
2. Боголюбов Л.Н., Матвеев А.И., Жильцова Е.И. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Матвеева А.И. Обществознание. 9 кл. Учебник. – М: Просвещение, 2016
3. Королькова Е.С., Коваль Т.В., Королёва Г.Э. Обществознание. 9 класс. ФГОС. – М.: Академкнига/Учебник, 2016
4. Насонова И.П. / Под ред. Бордовского Г. А. Обществознание. Экономика вокруг нас. 9 класс. –М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2017
5. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Обществознание. 9 класс. –М.: ДРОФА, 2013

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. <https://smbn.ru/msp>
5. www.vedomosti.ru/rubrics/business
6. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 4. ОСНОВЫ МАРКЕТИНГА

Тема 4.1. Рынок, потребители и конкуренты

Понятия «рынок», «сегментирование рынка», «целевая аудитория». Критерии выделения целевых сегментов. Конкуренты и конкурентные преимущества. Анализ конкурентов.

Тема 4.2. Инструменты маркетинга

Понятия «продукт», «товар», «услуга». Ценообразование. Каналы продаж. Дистрибуция. Мерчандайзинг: сущность и задачи. Реклама и продвижение. Маркетинг в сети Интернет.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Городецкая Н.И., Иванова Л.Ф. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Ивановой Л.Ф. Обществознание. 9 кл. Учебник для общеобразовательных организаций – М: Просвещение, 2014
2. Боголюбов Л.Н., Матвеев А.И., Жильцова Е.И. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Матвеева А.И. Обществознание. 9 кл. Учебник. – М: Просвещение, 2016
3. Королькова Е.С., Коваль Т.В., Королёва Г.Э. Обществознание. 9 класс. ФГОС. – М.: Академкнига/Учебник, 2016
4. Насонова И.П. / Под ред. Бордовского Г. А. Обществознание. Экономика вокруг нас. 9 класс. – М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2017

5. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Обществознание. 9 класс. –М.: ДРОФА, 2013
6. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. – М.: Альпина Паблишер, 2017

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. <https://smbn.ru/msp>
5. www.vedomosti.ru/rubrics/business
6. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 5. ПРАВОВЫЕ АСПЕКТЫ БИЗНЕСА**Тема 5.1. Основы гражданских правоотношений**

Основные законы, регулирующие предпринимательскую деятельность. Организационно-правовые формы предприятий. Собственность, виды собственности. Договоры гражданско-правового характера.

Тема 5.2. Основы трудовых правоотношений

Трудовые отношения в бизнесе. Права работника и работодателя. Трудовой договор. Условия найма на работу и трудовые права несовершеннолетних.

Нормативные правовые акты*.

Конституция Российской Федерации

Гражданский кодекс Российской Федерации. Часть 1. Часть 2. Часть 3

Закон Российской Федерации Закон от 07.02.1992 N 2300-1 "О защите прав потребителей"

Трудовой кодекс Российской Федерации

*Для подготовки следует использовать нормативные правовые акты в редакции, актуальной на дату проведения олимпиадных состязаний.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Городецкая Н.И., Иванова Л.Ф. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Ивановой Л.Ф. Обществознание. 9 кл. Учебник для общеобразовательных организаций – М: Просвещение, 2014
2. Боголюбов Л.Н., Городецкая Н.И., Иванова Л.Ф. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Городецкой Н.И. Обществознание. 9 класс. Учебник для общеобразовательных организаций – М: Просвещение, 2014.
3. Боголюбов Л.Н., Матвеев А.И., Жильцова Е.И. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Матвеева А.И. Обществознание. 9 кл. Учебник. – М: Просвещение, 2016
4. Королькова Е.С., Коваль Т.В., Королёва Г.Э. Обществознание. 9 класс. ФГОС. – М.: Академкнига/Учебник, 2016
5. Насонова И.П. / Под ред. Бордовского Г. А. Обществознание. Экономика вокруг нас. 9 класс. –М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2017
6. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Обществознание. 9 класс. – М.: ДРОФА, 2013

10 класс**Раздел 1. ФИРМА (ДЕЛОВАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ), БИЗНЕС, МОДЕЛИ БИЗНЕСА****Тема 1.1. Бизнес и среда бизнеса**

Понятие и виды бизнеса. Малый бизнес и стартапы. Предпринимательство. Социальное предпринимательство. Среда бизнеса.

Тема 1.2. Особенности бизнеса в отраслях экономики

Бизнес-модель как способ обеспечения дохода организацией. Понятие «отрасль», классификация отраслей. Особенности бизнес-моделей в отраслях. Сфера услуг: транспорт, связь, торговля, финансы и страхование, услуги в сфере недвижимости, гостеприимство и туризм. Бизнес-модели с использованием сети Интернет.

Литература:

1. Андреев В. К. Основы предпринимательской деятельности / В. К. Андреев. - М.: Независимый институт междунар. права, 1995. - 160 с.
2. Ахапкин С. Д. Люция бизнеса. – М.: ВИТА-ПРЕСС, 2001.
3. Волобуев О.В., Клоков В.А., Пономарев М.В., Рогожкин В.А. Россия в мире (базовый уровень). М.: ДРОФА, 2015
4. Максаковский В.П. География. Экономическая и социальная география мира. – М.: Просвещение, 2012
5. Остервальдер А., Пенье Ив. Построение бизнес-моделей. Настольная книга стратега и новатора. – М.: Альпина Бизнес Бук, 2017
6. Симоненко В. Д. Основы предпринимательства. 10—11 кл.: Учеб. пособие. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2005
7. Современный бизнес: уч.пос. Д.Дж. Речмен, М.Х. Мескон, К.Л. Боуви, Дж.В. Тилл. В 2 т. – М.: Республика, 1995
8. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. – М.: Альпина Паблицер, 2017
9. Хоскинг А. Курс предпринимательства. – М.: Международные отношения, 1993. - 349 с.

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. www.vedomosti.ru/rubrics/business
5. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 2. ЭКОНОМИКА И ФИНАНСЫ БИЗНЕСА**Тема 2.1. Источники финансирования и финансовая модель бизнеса**

Уставный капитал. Ценные бумаги как источник финансирования бизнеса. Амортизация. Кредиты. Инвестиции в бизнесе. Анализ и оценка рисков. Финансовая модель бизнеса.

Тема 2.2. Основные экономические показатели деятельности фирмы

Издержки и их виды, доход, прибыль. Налоги, уплачиваемые бизнесом. Системы налогообложения для малого бизнеса. Отчисления во внебюджетные фонды.

Производительность ресурсов. Эффективность инвестиций, понятия NPV, «стоимость бизнеса». Максимизация прибыли. Точка безубыточности.

Тема 2.3. Финансовая отчетность в бизнесе

Виды финансовой отчетности в бизнесе. Бюджетирование, управленческий учет, бухгалтерский учет: основные принципы и понятия.

Литература:

1. Автономов В.С. Экономика. Учебник для 10,11 классов (базовый уровень). – М.: Вита-Пресс, 2013
2. Берзон Н. И., Аршавский А. Ю. и др. Фондовый рынок: Учеб. пособие. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2009.
3. Киреев А. Экономика. Учебник для 10-11 классов (базовый уровень). – М.: Вита-Пресс, 2015
4. Кравченко А.И., Певцова Е.А. Обществознание. 10-11 кл. – М.: Русское слово, 2015
5. Прикладная экономика: Банки в действии. Рабочая тетрадь. Программа компьютерного моделирования. - Локализованная версия - М.: МОО «Достижения молодых». 2009
6. Прикладная экономика: Моделирование экономики и менеджмента. Программа компьютерного моделирования. - Локализованная версия - М.: МОО «Достижения молодых», 2009.
7. Прикладная экономика: Учебное пособие. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Артель-сервис, 2009.
8. Экономика (Основы экономической теории) Под редакцией Иванова С.И., Линькова А.Я. Учебник для 10-11 классов в 2-х книгах. Профильный уровень.– М.: Вита-Пресс, 2015

Раздел 3. ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ БИЗНЕСОМ**Тема 3.1. Основы управления бизнесом**

Основные функции управления в бизнесе. Виды планирования в бизнесе. Бизнес-планирование.

Функциональные области управления бизнесом: производство, логистика, ИТ, маркетинг и продажи, финансы и учет, управление человеческими ресурсами.

Тема 3.2. Управление проектами бизнес-процессами в фирме

Понятия «проект», «бизнес-процесс». Управление бизнес-процессами в фирме. Аутсорсинг бизнес-процессов в бизнесе.

Тема 3.3 Основы бизнес-коммуникаций

Понятия и технологии бизнес-коммуникаций. Эффективная коммуникация.

Литература:

1. Абрамс Р. Бизнес-план на 100%. М.: Альпина Паблишер, 2015 г.
2. Боголюбов Л.Н., Аверьянов Ю.И., Белявский А.В. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Телюкиной М.В. Обществознание (базовый уровень). Учебник для 10 кл. - М.: Просвещение, 2016
3. Никитин А.Ф., Грибанова Г.И., Скоробогатько А.В., Мартьянов Д.С. Обществознание (базовый уровень). Уч.пос. для 10 кл. – М.:ДРОФА, 2015
4. Прикладная экономика: Школьная компания. Комплект учебно-методических материалов (Методическое руководство для учителя и консультанта. Рабочая тетрадь для учащихся. - М.: ООО «Поли- экспресс» 2005
5. Соболева О.Б., Барабанов ВВ., Кошкина С.Г., Малявин С.Н. / Под ред. Бордовского Г.А. Обществознание. 10 класс: базовый уровень. – М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2016
6. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. – М.: Альпина Паблишер, 2017

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. <https://smbn.ru/msp>
5. www.vedomosti.ru/rubrics/business
6. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 4. ОСНОВЫ МАРКЕТИНГА**Тема 4.1. Рынок, потребители и конкуренты**

Понятия «рынок», «сегментирование рынка», «целевая аудитория». Критерии выделения целевых сегментов. Конкуренты и конкурентные преимущества. Анализ конкурентов.

Тема 4.2. Инструменты маркетинга

Понятия «продукт», «товар», «услуга», «ценность». Жизненный цикл продукта. Ценообразование. Каналы продаж. Дистрибуция. Мерчандайзинг: сущность и задачи. Реклама и продвижение. Маркетинг в цифровой среде.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Аверьянов Ю.И., Белявский А.В. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Телюкиной М.В. Обществознание (базовый уровень). 10 кл. - М.: Просвещение, 2016
2. Власова. В.М. Основы предпринимательской деятельности: Маркетинг. / В. М. Власова. - М: Финансы и статистика, 2000. - 240с.
3. Никитин А.Ф., Грибанова Г.И., Мартьянов Д.С. Обществознание (базовый уровень). Учебник для 10 кл. – М.: ДРОФА, 2015
4. Остервальдер А. Разработка ценностных предложений. Как создавать товары и услуги, которые захотят купить потребители. Ваш первый шаг. - М.: Альпина Паблишер, 2017

5. Соболева О.Б., Барабанов ВВ., Кошкина С.Г., Малявин С.Н. / Под ред. Бордовского Г.А. Обществознание. 10 класс: базовый уровень. – М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2015
6. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. – М.: Альпина Паблишер, 2017

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. <https://smbn.ru/msp>
5. www.vedomosti.ru/rubrics/business
6. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 5. ПРАВОВЫЕ АСПЕКТЫ БИЗНЕСА**Тема 5.1. Основы гражданских правоотношений**

Основные законы, регулирующие предпринимательскую деятельность. Организационно-правовые формы предприятий. Регистрация и лицензирование юридического лица, сертификация. Договоры, виды договоров. Сделки. Ликвидация компаний. Банкротство.

Тема 5.1.1. Понятие собственности

Собственность. Основы защиты интеллектуальной собственности России. Авторские права и патенты, защита товарного и фирменного знака.

Тема 5.2. Основы трудовых правоотношений

Трудовые отношения в бизнесе. Права работника и работодателя. Трудовой договор. Оплата труда работников.

Нормативные правовые акты*.

Конституция Российской Федерации.

Гражданский кодекс Российской Федерации. Часть 1. Часть 2. Часть 3.

Закон Российской Федерации Закон от 07.02.1992 N 2300-1 "О защите прав потребителей".

Трудовой кодекс Российской Федерации

Кодекс Российской Федерации об административных правонарушениях

*Для подготовки следует использовать нормативные правовые акты в редакции, актуальной на дату проведения олимпиадных состязаний.

Литература:

1. Боголюбов Л.Н., Аверьянов Ю.И., Белявский А.В. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Телюкиной М.В. Обществознание (базовый уровень). Учебник для 10 кл. - М.: Просвещение, 2016
2. Кашанина Т.В., Кашанин А.В. Право и экономика. 10-11 класс. Кн.1,2. – М: Вита-Пресс, 2004
3. Никитин А.Ф., Грибанова Г.И., Мартьянов Д.С. Обществознание.10 класс. (Базовый уровень). – М.: ДРОФА, 2015

4. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Право. Базовый и углублённый уровни. – М.: ДРОФА, 2017
5. Певцова Е.А. Право: основы правовой культуры. В 2 ч. (базовый и углублённый уровни). М.: Русское слово, 2016
6. Соболева О.Б., Барабанов В.В., Кошкина С.Г., Малявин С.Н. / Под ред. Бордовского Г.А. Обществознание. 10 класс: базовый уровень. М.: Издательский центр ВЕНТАНА-ГРАФ, 2018

11 класс

Раздел 1. ФИРМА (ДЕЛОВАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ), БИЗНЕС И МОДЕЛИ БИЗНЕСА

Тема 1.1. Бизнес и среда бизнеса

Понятие и виды бизнеса. Среда бизнеса. Понятие «успех» в бизнесе и метрики успеха в бизнесе. Рейтинги компаний, методики их формирования. Корпоративная социальная ответственность в бизнесе.

Тема 1.2. Особенности бизнеса в отраслях экономики

Понятие «бизнес-модель» как способ получения дохода организацией.

Понятие «отрасль», классификация отраслей. Особенности бизнес-моделей в отраслях. Сфера услуг: транспорт, связь, торговля, финансы, страхование, услуги в сфере недвижимости, гостеприимство и туризм. Бизнес-модели с использованием сети Интернет.

Литература:

1. Андреев В. К. Основы предпринимательской деятельности / В. К. Андреев. - М.: Независимый институт междунар. права, 1995. - 160 с.
2. Ахапкин С. Д. Лоция бизнеса. – М.: ВИТА-ПРЕСС, 2001.
3. Волобуев О. В., Клоков В.А., Пономарев М. В., Рогожкин В.А. Россия в мире (базовый уровень). Учебник для 11 кл. М.: ДРОФА, 2014
4. Максаковский В.П. География. Экономическая и социальная география мира. – М.: Просвещение, 2012
5. Остервальдер А., Пенье Ив. Построение бизнес-моделей. Настольная книга стратега и новатора. – М.: Альпина Бизнес Бук, 2017
6. Симоненко В. Д. Основы предпринимательства. 10—11 кл.: Учеб. пособие. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2005
7. Современный бизнес: уч.пос. Д.Дж. Речмен, М.Х. Мескон, К.Л. Боуви, Дж.В. Тилл. В 2 т. – М.: Республика, 1995
8. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. –М: Альпина Пабlishер, 2017
9. Хоскинг А. Курс предпринимательства. – М.: Международные отношения, 1993. - 349 с.

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. www.vedomosti.ru/rubrics/business
5. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 2. ЭКОНОМИКА И ФИНАНСЫ БИЗНЕСА

Тема 2.1. Источники финансирования и финансовая модель бизнеса

Внутренние и внешние источники финансирования бизнеса. Уставной капитал. Ценные бумаги. Прибыль и амортизация. Кредиты. Анализ и оценка рисков. Финансовая модель бизнеса.

Тема 2.2. Основные экономические показатели деятельности фирмы Издержки, виды издержек, доход, прибыль. Системы налогообложения, налоги и отчисления малого бизнеса.

Производительность ресурсов. Эффективность инвестиций, понятие NPV, понятие «стоимость бизнеса». Максимизация прибыли. Точка безубыточности.

Тема 2.3. Финансовая отчетность в бизнесе

Виды финансовой отчетности в бизнесе. Бюджетирование, управленческий учет, бухгалтерский учет: основные принципы и понятия.

Литература:

1. Автономов В.С. Экономика. Учебник для 10,11 классов (базовый уровень). – М.: Вита-Пресс, 2013
2. Берзон Н. И., Аршавский А. Ю. и др. Фондовый рынок: Учеб. пособие. — М.: ВИТА-ПРЕСС, 2009.
3. Киреев А. Экономика. Учебник для 10-11 классов (базовый уровень). – М.: Вита-Пресс, 2015
4. Кравченко А.И., Певцова Е.А. Обществознание. 10-11 кл. – М.: Русское слово, 2015
5. Прикладная экономика: Банки в действии. Рабочая тетрадь. Программа компьютерного моделирования. - Локализованная версия - М.: МОО «Достижения молодых». 2009
6. Прикладная экономика: Моделирование экономики и менеджмента. Программа компьютерного моделирования. - Локализованная версия - М.: МОО «Достижения молодых», 2009.
7. Прикладная экономика: Учебное пособие. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Артель-сервис, 2003.
8. Экономика (Основы экономической теории) Под редакцией Иванова С.И., Линькова А.Я. Учебник для 10-11 классов в 2-х книгах. Профильный уровень.– М.: Вита-Пресс, 2015

Раздел 3. ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ БИЗНЕСОМ

Тема 3.1. Основы управления бизнесом

Основные функции управления в бизнесе. Виды планирования в бизнесе. Бизнес-планирование.

Функциональные области управления бизнесом: производство и логистика, ИТ, маркетинг и продажи, финансы и учет, управление человеческими ресурсами.

Тема 3.2. Управление проектами бизнес-процессами в организации

Понятия «проект», «бизнес-процесс». Управление бизнес-процессами в организации. Аутсорсинг бизнес-процессов.

Тема 3.3 Основы бизнес-коммуникаций

Понятия и технологии бизнес-коммуникаций. Эффективная коммуникация.

Литература:

1. Абрамс Р. Бизнес-план на 100%. - М.: Альпина Паблишер, 2015 г.
2. Боголюбов Л.Н., Аверьянов Ю.И., Белявский А.В. и др. / Под ред. Боголюбова Л.Н., Лазебниковой А.Ю., Телюкиной М.В. Обществознание (базовый уровень) . М.: Просвещение, 2015
3. Л.Н. Боголюбов, Н.И. Городецкая, Л.Ф. Иванова и др. /Под ред. Л.Н. Боголюбова, А.Ю. Лазебниковой, В.А. Литвинова. Обществознание (базовый уровень), 11 класс - М., Просвещение, 2014
4. Воронцов А.В., Королёва Г.Э., Наумов С.А., Романов К.С. / Под ред. Бордовского Г.А. Обществознание. 11 класс: базовый уровень. М.: Издательский центр ВЕНТАНА-ГРАФ, 2013
5. Никитин А.Ф., Грибанова Г.И., Мартьянов Д.С. Обществознание (базовый уровень). М.: ДРОФА, 2017
6. Прикладная экономика: Школьная компания. Комплект учебно-методических материалов (Методическое руководство для учителя и консультанта. Рабочая тетрадь для учащихся. - М.: ООО «Поли- экспресс», 2005
7. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. /Под ред. Зобниной М.Р. – М.: Альпина Паблишер, 2017

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. <https://smbn.ru/msp>
5. www.vedomosti.ru/rubrics/business www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 4. ОСНОВЫ МАРКЕТИНГА**Тема 4.1. Рынок, потребители и конкуренты**

Рынок. Сегментирование рынка. Целевая аудитория. Критерии выделения целевых сегментов. Конкуренты и конкурентные преимущества. Анализ конкурентов.

Тема 4.2. Инструменты маркетинга

Понятия «продукт», «товар», «услуга», «ценность». Жизненный цикл продукта. Ценообразование. Каналы продаж. Дистрибуция. Мерчандайзинг: сущность и задачи. Реклама и продвижение. Маркетинг в цифровой среде.

Тема 4.3. Бренд и лояльность потребителя

Понятие бренда и торговой марки. Понятия удовлетворенности и лояльности потребителей. Программы лояльности клиентов.

Литература:

1. Л.Н. Боголюбов, Н.И. Городецкая, Л.Ф. Иванова и др. /Под ред. Л.Н. Боголюбова, А.Ю. Лазебниковой, В.А. Литвинова. Обществознание (базовый уровень), 11 класс - М., Просвещение, 2014

2. Власова. В.М. Основы предпринимательской деятельности: Маркетинг. / В. М. Власова. - М: Финансы и статистика, 2000. - 240с.
3. Воронцов А.В., Королёва Г.Э., Наумов С.А., Романов К.С. / Под ред. Бордовского Г.А. Обществознание. 11 класс: базовый уровень. М.: Издательский центр ВЕНТАНА-ГРАФ, 2013
4. Никитин А.Ф., Грибанова Г.И., Мартьянов Д.С. Обществознание (базовый уровень). М.: ДРОФА, 2017
5. Остервальдер А. Разработка ценностных предложений. Как создавать товары и услуги, которые захотят купить потребители. Ваш первый шаг. М.: Альпина Паблишер, 2017
6. Стартап-гайд. Как начать... и не закрыть свой интернет-бизнес. Под ред. Зобниной М.Р. М.: Альпина Паблишер, 2017

Электронные ресурсы:

1. <https://secretmag.ru>
2. www.forbes.ru
3. www.kommersant.ru/rubric/4
4. <https://smbn.ru/msp>
5. www.vedomosti.ru/rubrics/business
6. www.vedomosti.ru/rubrics/management

Раздел 5. ПРАВОВЫЕ АСПЕКТЫ БИЗНЕСА

Тема 5.1. Основы гражданских правоотношений

Основные законы, регулирующие предпринимательскую деятельность. Организационно-правовые формы предприятий. Регистрация и лицензирование юридического лица, сертификация. Договоры, виды договоров. Работа по договору гражданско-правового характера (договор возмездного оказания услуг, договор подряда, договор поручения). Защита прав потребителей. Ликвидация предприятий. Банкротство.

Тема 5.1.1. Понятие собственности

Собственность. Основы защиты интеллектуальной собственности в России. Авторские права и патенты, защита товарного и фирменного знака.

Тема 5.2. Основы трудовых правоотношений

Трудовые отношения в бизнесе. Права работника и работодателя. Трудовой договор. Оплата труда работников. Формы заработной платы.

Нормативные правовые акты*.

Конституция Российской Федерации.

Гражданский кодекс Российской Федерации. Часть 1. Часть 2. Часть 3.

Закон Российской Федерации Закон от 07.02.1992 N 2300-1 "О защите прав потребителей".

Трудовой кодекс Российской Федерации

*Для подготовки следует использовать нормативные правовые акты в редакции, актуальной на дату проведения олимпиадных состязаний.

Литература:

1. Л.Н. Боголюбов, Н.И. Городецкая, Л.Ф. Иванова и др. /Под ред. Л.Н. Боголюбова, А.Ю. Лазебниковой, В.А. Литвинова. Обществознание (базовый уровень), 11 класс - М., Просвещение, 2014
2. Воронцов А.В., Королёва Г.Э., Наумов С.А., Романов К.С. / Под ред. Бордовского Г.А. Обществознание. 11 класс: базовый уровень. М.: Издательский центр ВЕНТАНА-ГРАФ, 2013
3. Кашанина Т.В., Кашанин А.В. Право и экономика. 10-11 класс. Кн.1,2.– М: Вита-Пресс, 2004
4. Никитин А.Ф., Никитина Т.И. Право. Базовый и углублённый уровни. ДРОФА, 2017
5. Певцова Е.А. Право: основы правовой культуры. В 2 ч. (базовый и углублённый уровни). М.: Русское слово, 2016

Задания заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»

9–10 классы

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст и ответьте на вопросы в заданиях.

Источник: Бордюк Т. 2020. «Газпром-медиа» продаст «ТНТ Music» и выкупит Rutube // Ведомости.

«Газпром-медиа» продаст «ТНТ Music» и выкупит Rutube

«Газпром-медиа» снова становится единственным владельцем Rutube, рассказал «Ведомостям» источник, знакомый с ситуацией. О сделке знает и собеседник в одной из дочерних компаний «Газпром-медиа».

Rutube, а также онлайн-дистрибутор контента Pladform принадлежат ООО «Руформ». Им до сих пор паритетно владели «Газпром-медиа» и ООО «Солярис промо продакшн» (СПП). Источник, близкий к «Газпром-медиа», рассказал, что речь о выкупе холдингом у СПП 50% в ООО «Руформ». Бенефициар СПП Александр Карманов отказался от комментариев. В пресс-службе «Газпроммедиа» подтвердили, что партнеры подписали договоры купли-продажи и планируют закрыть сделку до конца года. В результате «Газпром-медиа» станет владельцем 100% ООО «Руформ», консолидировав актив через свою «дочку» ООО «Интерфакс-ТВ», сообщили в холдинге.

В свою очередь, СПП приобретает у «Газпром-медиа» 49% ООО «ТНТМузыкальный», которому принадлежит телеканал «ТНТ Music». В результате СПП доведет свою долю в этом активе до 99%. Права на товарный знак «ТНТ Music» не входят в сделку, уточнили в «Газпром-медиа». СПП будет пользоваться им на условиях лицензионного соглашения.

Сделка с СПП денежная, уточнили в «Газпром-медиа», но назвать ее размер отказались. По данным «СПАРК-Интерфакс», в 2019 г. выручка ООО «Руформ» составила 1,8 млрд руб. (по сравнению с 1,2 млрд руб. в 2018 г.), чистый убыток – 5 млн руб. (против чистой прибыли в 35,7 млн руб. в 2018 г.). Выручка ООО «ТНТМузыкальный» в прошлом году составила 3,7 млрд руб. (2,4 млрд руб. в 2018-м), прибыль – 54 млн руб. (5,1 млн руб. годом ранее).

Хотя выручка «Руформа» вдвое ниже, чем у «ТНТ Music», доплачивать за долю в «Руформе» пришлось, скорее всего, именно «Газпром-медиа», считает аналитик Райффайзенбанка Сергей Либин. «В 2020 г. стоимость интернет-компаний обновила исторический максимум, – объясняет он. – Интернет-активы, показывающие двузначный рост, оценивались с коэффициентом не менее 5 к годовой выручке, а телевизионные и телеком-компании, показатели которых растут медленнее, – с коэффициентом 2–2,5».

«Руформ» необходим холдингу для построения «полноценной экосистемы видеосервисов, адресованной сегментам аудитории с разными моделями видеопотребления», заявил

«Ведомостям» через пресс-секретаря гендиректор «Газпром-медиа» Александр Жаров. По его словам, наличие нескольких видеосервисов внутри холдинга позволит охватить максимально широкую аудиторию.

«У нас есть онлайн-кинотеатр Premier с высокопрофессиональным контентом, в значительной степени собственного производства. Но мы видим нишу для обновленного видеосервиса Rutube с профессиональным и пользовательским контентом традиционных форматов», – объясняет он. На фоне растущей популярности в молодежной среде коротких

вертикальных видеоформатов «Газпром-медиа» дополнит экосистему ресурсом, ориентированным на такую модель видеопотребления, уточнил он. Команду «Руформа» «Газпром-медиа» планирует полностью сохранить, рассматривая ее как один из основных активов компании, уверяют в холдинге. Должность гендиректора «Руформа» останется за Романом Максимовым.

Ранее Жаров заявлял, что в ближайшей перспективе холдинг планирует запустить два видеосервиса с пользовательским контентом (UGC). Одна площадка должна заработать в 2021 г., а другая – в 2022 г. «Газпром-медиа», по словам Жарова, ставит цель сделать представленные на Rutube инструменты «не хуже Youtube», а в том, что касается использования различных моделей монетизации, «даже лучше».

Rutube vs. Youtube

Действия «Газпром-медиа» выглядят тем более логичными на фоне претензий к Youtube, недавно предъявленных Роскомнадзором, считает глава рекламнотехнологической группы ОТМ Дмитрий Лазарев. Ведомство обратилось к видеохостингу с требованием снять ограничения доступа к некоторому контенту российских телеканалов, а 9 декабря 2020 г. подало иск к YouTube и Google (владелец YouTube). 10 декабря Госдума приняла в первом чтении законопроект о блокировке интернет-ресурсов за цензуру российских СМИ.

Логика тех, кто лоббирует блокировку Youtube, может быть в том, рассуждает Лазарев, что такой шаг позволит перераспределить рекламные бюджеты, которые сегодня уходят YouTube, между российскими медиакомпаниями, развивающими свои видеосервисы. Это позволило бы оптимизировать госдотации российским медиакомпаниям, объясняет он.

12–15% видеоинвентаря Youtube приходится сегодня на продукцию российских медиахолдингов и студий, производящих телеконтент, знает топ-менеджер российской рекламной группы. Годовая выручка YouTube от продажи видеорекламы в России составляет около 6-7 млрд руб., оценивают участники рынка видеорекламы, входящие в экспертную группу отраслевых ассоциаций Interactive Advertising Bureau (IAB) и Ассоциации коммуникационных агентств России (АКАР). При этом видеопортал также размещает баннерную и контекстную рекламу и продает подписку на контент. По оценке одного из крупнейших в России рекламных холдингов, оборот Youtube в России превышает 10 млрд руб. в год, знает Лазарев.

Однако лоббисты блокировки Youtube не учитывают, что в России сегодня нет ни одного видеоресурса, который был бы сопоставим с ним по аудиторным показателям, указывает Лазарев. Для российских медиахолдингов, в том числе для «Газпром-медиа», YouTube в последние годы стал важным каналом продвижения и распространения контента, а также источником дохода, соглашается главный аналитик Российской ассоциации электронных коммуникаций (РАЭК) Карен Казарян. У крупных транснациональных и российских рекламодателей востребована модель параллельного размещения телевизионной и видеорекламы на YouTube, говорит он.

Создание российского аналога Youtube и развитие такой платформы потребовало бы больших инвестиций без ясных перспектив возврата вложенных средств, отмечает Казарян. «В случае блокировки Youtube, как раньше и Telegram, сохранит значительную часть трафика и аудитории, которая просто будет пользоваться VPN, – уверен он. – Для игроков медиарынка это обернется потерей доходов от рекламы на Youtube, а для рекламодателей – сложностями с доступом к аудитории видеосервиса».

Задание 1 (15 баллов)

Кратко объясните, что означают упомянутые в тексте термины:

- 1) товарный знак
- 2) пользовательский контент
- 3) бенефициар
- 4) онлайн-дистрибьютор
- 5) экосистема видеосервисов

Задание 2 (10 баллов)

Поясните в 2–3 предложениях, для чего холдинг «Газпром-медиа» приобретает долю в ООО «Руформ» и продает часть компании ООО «ТНТ-Музыкальный»?

Задание 3 (20 баллов)

Укажите по 3 основных преимущества и недостатка развития российского аналога Youtube для государства и медиахолдингов.

1. Три преимущества и три недостатка развития российского аналога Youtube для государства
2. Три преимущества и три недостатка развития российского аналога Youtube для медиахолдингов

Задание 4 (10 баллов)

9 декабря 2020 г Роскомнадзор обратился к видеохостингу YouTube с требованием снять ограничения доступа к некоторому контенту российских телеканалов и подал иск к YouTube и Google. 10 декабря Госдума приняла в первом чтении законопроект о блокировке интернет-ресурсов за цензуру российских СМИ.

1. Объясните в 2–4 предложениях кто является заинтересованными сторонами в принятии данного законопроекта?
2. Какие последствия могут возникнуть при принятии данного законопроекта?

Задание 5 (20 баллов)

Рассчитайте средние финансовые показатели ООО «Руформ» и ООО «ТНТ-Музыкальный» за 2018–2019 годы, сравните их экономическое положение между собой, сделайте выводы, используя, в том числе, динамику абсолютных и относительных показателей

Задание 6 (10 баллов)

Исходя из данных о результативности работы ООО «Руформ» в 2018-2019 гг., чистый убыток компании в 2019 году составил 5 млн. руб., однако выручка при этом увеличилась на 600 млн. руб. Перечислите 5 возможных причин, по которым могла возникнуть данная ситуация. Рекомендуем подумать над структурой затрат холдинга.

Задание 7 (15 баллов)

В таблице ниже приведены данные по структуре аудитории рассмотренных в кейсе медийных каналов: Rutube и TNT.

Данные мониторинга медийных каналов компании Медиаскоп (апрель 2019 года)
<https://mediascope.net/data/>

	Население России							
	0+, 12–64 лет		12–24 лет		25–34 лет		35–64 лет	
	Reach	Reach, Row %	Reach	Reach, Row %	Reach	Reach, Row %	Reach	Reach, Row %
Rutube	2821,6	100,0	588,6	20,9	847,5	30,0	1385,8	49,1
ТНТ-Телесеть	1281,6	100,0	342,6	26,7	457,9	35,7	481,1	37,5

Пояснение к таблице:

Reach — количество человек, которые зашли на страницы медийных каналов хотя бы 1 раз за период. Выражено в тысячах человек.

Reach Row% — доля соц.-дем. группы в аудитории медийного канала (%).

Используя данные таблицы и кейса, дайте обоснованный ответ на вопрос: удалось ли холдингу «Газпром-медиа» достичь своей стратегической цели после завершения сделки по купле-продаже долей в медийных каналах Rutube и TNT.

11 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст и ответьте на вопросы в заданиях.

Источник: Скобелев В., Чернышова Е. 2020. Нефинансовые перспективы «Сбера» устремились к ₽1 трлн // РБК.

Нефинансовые перспективы «Сбера» устремились к ₽1 трлн

Инвестбанк UBS базово оценил стоимость нефинансовых активов «Сбера» в перспективе ближайших 12 месяцев в 594 млрд руб., при оптимистичном сценарии этот показатель может достичь 1,1 трлн руб., следует из его аналитического отчета. Ранее эксперты UBS оценивали нефинансовые активы «Сбера» в 133 млрд руб. и не включали их стоимость в прогнозную модель при определении целевой цены акций Сбербанка.

UBS внес коррективы в модель, после того как в конце ноября Сбербанк представил новую стратегию до 2023 года, согласно которой он намерен увеличить выручку от нефинансовых сервисов (электронная коммерция, развлечения, облачные технологии, кибербезопасность и другие) до 5% от общей, а к 2030-му — до 20–30%. Большинство нефинансовых сервисов, по оценке банка, через три года должны стать безубыточными. UBS прогнозирует, что нефинансовая выручка «Сбера» достигнет к 2023 году 570 млрд руб. и принесет около 130 млрд руб. валовой прибыли.

Это первая оценка нефинансовых сервисов экосистемы «Сбера», которая включена в модель оценки стоимости всей компании, сказал РБК собеседник, близкий к Сбербанку. По прогнозам UBS, учет нефинансовых сервисов (при оценке 594 млрд руб.) добавляет к целевой цене акций Сбербанка в перспективе года 8% в базовом сценарии — эксперты определили ее (учитывая влияющие на этот показатель экономические факторы) в 343 руб. за бумагу. В оптимистичном сценарии она может достичь 400 руб. Стоимость всех активов банка в базовом сценарии превысит 7,3 трлн руб., в оптимистичном сценарии она не приводится.

По итогам торгов на Мосбирже в пятницу, 11 декабря, цена обыкновенной акции Сбербанка составила 283,7 руб., а капитализация (с учетом стоимости привилегированных акций) — 6,38 трлн руб. Это самая дорогая торгуемая компания в России.

Представитель Сбербанка заявил РБК, что компания внимательно следит за отчетами инвестиционных банков, которые вышли после презентации стратегии на 2021–2023 годы во время Дня инвестора, но не может их комментировать. «Мы рады, что цели стратегии «Сбера» до 2023 года по развитию как финансовых, так и нефинансовых направлений были позитивно восприняты инвестиционным сообществом. Это также подтверждается динамикой стоимости акций, которые за последние две недели прибавили порядка 13%», добавил он. РБК направил запрос в UBS.

В конце 2017 года Сбербанк утвердил стратегию, по которой должен был стать универсальной технологической компанией и конкурировать с такими иностранными игроками, как Google и Amazon. В 2019 году топ-менеджмент Сбербанка рассказывал, что за три года банк инвестировал в покупку активов для экосистемы \$1 млрд, или 3% от прибыли за это время. Как пояснял впоследствии глава Сбербанка Герман Греф, цель создания экосистемы — нанести упреждающий удар ИТ-гигантам, которые начали заниматься финансовой деятельностью.

Сейчас в экосистему Сбербанка входят около 50 компаний, среди них — сервис интернет- платежей «Юмани» (экс-«Яндекс.Деньги»), портал недвижимости «Домклик», телекоммуникационный оператор «СберМобайл», развлекательные интернет-сервисы

(онлайн-кинотеатр Okko, «СберЗвук»), медицинские сервисы («Сбер Аптека», DocDoc), маркетплейс для покупки автомобилей «СберАвто», проекты в сферах информационной безопасности (Bi.Zone), распознавания речи и лиц (Vision Labs, «Центр речевых технологий»), искусственного интеллекта (Cognitive Pilot), облачных технологий (SberCloud), а также разработчик устройств SberDevices и др.

Часть сервисов Сбербанк развивает в партнерстве с другими технологическими компаниями. Например, в 2019 году банк вместе с Mail.ru Group запустил совместное предприятие «O2O Холдинг», стоимость которого на старте оценивалась в 100 млрд руб. В него вошли сервис доставки еды и продуктов Delivery Club, сервис заказа такси «Ситимобил» и т. д. Позднее компании дополнительно инвестировали в него еще 12 млрд руб. Однако в ноябре 2020 года Financial Times со ссылкой на источники сообщила, что партнеры обсуждают «развод» из-за «управленческих и культурных разногласий». Представитель Mail.ru Group тогда говорил, что выстраивание интернет-холдингом и Сбербанком самостоятельных экосистем «несколько не противоречит совместному паритетному развитию активов вокруг фудтеха и транспорта».

Крупным партнером «Сбера» в сфере нефинансовых сервисов долгое время был «Яндекс». Но летом 2020 года компании объявили о разделе совместных активов: банк выкупил у «Яндекса» 25% в «Яндекс.Деньги» за 2,4 млрд руб. и продал интернет-компаниям 45% «Яндекс.Маркет» за 42 млрд руб. при общей оценке компании около 87,3 млрд руб.

Старший аналитик по банковскому сектору компании «Атон» Михаил Ганелин согласился с оценкой стоимости нефинансовых активов «Сбера» от UBS, отметив, что на Дне инвестора Сбербанку удалось донести смысл и суть своей стратегии, в результате чего многие пересмотрели прогнозы по стоимости акций Сбербанка. Еще недавно аналитики устанавливали целевую цену акции на уровне 270–300 руб. за штуку, а после мероприятия показатель в среднем вырос на 10–20%, отметил Ганелин. Три года назад (во время представления предыдущей стратегии) аналитики и инвесторы не совсем поняли концепцию развития группы и им не очень нравилось, что Сбербанк покупает различные компании на рынке, поскольку это создавало впечатление «распыления» деятельности банка.

Но на повышение оценки стоимости активов также повлияло то, что финансовые потери банков из-за последствий пандемии оказались не такими существенными, как ожидалось в самом начале распространения вируса (вплоть до половины прибыли), подчеркнул эксперт. «В случае со Сбербанком прибыль упадет не так сильно, в пределах 10–12%», — отметил Ганелин.

По словам сооснователя платформы United Investors Александра Горного, даже оценка 594 млрд руб. — это огромный успех команды Сбербанка, так как сумма «на порядки больше, чем затраты «Сбера» на покупки компаний своей экосистемы». Сбербанк действительно успешно инвестирует в нефинансовые активы, но от них «можно ожидать и большего», так как у банка, «по сути, неограниченный финансовый ресурс и невероятно огромная потенциальная база клиентов сервисов экосистемы», добавляет управляющий партнер венчурного фонда Leta Capital Александр Чачава.

Инвестиционный стратег УК «Арикапитал» Сергей Суверов считает наиболее перспективным среди нефинансовых проектов Сбербанка развитие маркетплейса. В целом, по его словам, идея экосистемы пока выглядит больше как «маркетинговая фишка», в которую, однако, верят ряд инвесторов. «Риски реализации этих проектов довольно велики, у Сбербанка есть финансовые ресурсы, но нет достаточного опыта в нефинансовой сфере, где тон задают небольшие мобильные компании и высока конкуренция», — предупреждает Суверов.

Управляющий директор рейтингового агентства НКР Станислав Волков считает, что у многих нефинансовых сервисов экосистемы Сбербанка огромный потенциал роста, но неясно, удастся ли его реализовать в ближайшее время. По оценке НКР, доля нефинансовых сервисов в совокупной выручке группы к 2023 году может достичь 8%, поскольку многие

сегменты финансового рынка пока далеки от насыщения и в ближайшие годы еще продолжится активный рост доходов от них. «В последующие годы потенциал роста некоторых традиционных для Сбербанка сегментов будет ограничен и доля нефинансовых сервисов начнет расти еще быстрее», — заключает Волков.

Задание 1 (20 баллов)

Предложите варианты проявления синергетического эффекта от создания экосистемы «Сбера» по различным функциям компании (не более двух для каждой).

1. Технологии
2. Маркетинг
3. Обучение
4. Финансы

Задание 2 (20 баллов)

Из материалов кейса известно: в 2019 году топ-менеджмент Сбербанка рассказывал, что за три года банк инвестировал в покупку активов для экосистемы \$1 млрд, или 3% от прибыли за это время. UBS прогнозирует, что нефинансовая выручка «Сбера» достигнет к 2023 году 570 млрд руб. и принесет около 130 млрд руб. валовой прибыли.

Если предположить, что прогноз доходов составлен верно, определите срок наступления безубыточности проекта.

Задание 3 (20 баллов)

Выделите преимущества и недостатки партнерства экосистемы «Сбера» с независимыми компаниями нефинансового сектора.

1. Три преимущества и три недостатка партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для Сбера.
2. Три преимущества и три недостатка партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для партнеров.

Задание 4 (20 баллов)

Предложите варианты развития экосистемы «Сбера» в двух потенциально привлекательных сегментах: геронтосегменте (60+) и сегменте молодежи. Какие компании Вы бы порекомендовали руководству «Сбера» рассмотреть в качестве партнеров? Предложите не менее 3 вариантов развития для каждого сегмента и потенциального партнера для реализации задачи в рамках каждого предложения.

Задание 5 (20 баллов)

«Сегодня невозможно быть успешной компанией на мировом рынке без соблюдения критериев ESG*. Мы намерены развивать социально-экологическую повестку в СберБанке, чтобы создать эффективную систему управления ESG-факторами и стать лидерами в этой области на российском рынке» - Президент, Председатель Правления Сбербанка Герман Греф.

Выделите и обоснуйте, какие из компаний экосистемы Сбера, упомянутые в статье, могут внести наиболее существенный вклад в реализацию повестки ESG и в каких направлениях (не более 4 примеров).

* *ESG (Environmental, Social and Corporate Governance)* — это долгосрочная бизнес-стратегия, следование принципам которой предполагает, что компании принимают на себя экологическую, социальную и корпоративную ответственность.

Задания заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»

9–10 классы

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст и ответьте на вопросы в заданиях.

Источник: Левинская А. 2021. Основатель «Вкусвилла» — РБК: «Полба у нас продается лучше, чем пиво» // РБК.

Основатель «Вкусвилла» — РБК: «Полба у нас продается лучше, чем пиво»

Последние три года «Вкусвилл» остается одной из самых быстрорастущих компаний среди продовольственных ретейлеров: в 2020 году выручка сети год к году выросла почти на 40%, в 2019-м — на 51%, в 2018-м — на 66%.

Несмотря на такие темпы роста, команда больше не видит большого потенциала в традиционной рознице и направляет все усилия на интернет-продажи. Компания, начинавшая путь от прилавков с молочной продукцией под брендом «Избенка», за два последних года ворвалась в тройку крупнейших российских игроков e-grocery. В рейтинге исследовательской компании «INFOLine-Аналитика» по итогам третьего квартала 2021-го «Вкусвилл» с 11,6 млрд руб. онлайн-продаж продуктов питания уступает только «СберМаркету» (14,5 млрд руб.) и опережает X5 Group (11,5 млрд руб.).

Почему «Вкусвилл» хочет выйти на биржу

— Публичный статус — это высшая лига бизнеса. Футбольные команды второй лиги всегда мечтают попасть в первую и высшую, — объясняет Кривенко, оговариваясь, что конкретного решения нет. — Мы рассматриваем все варианты развития компании, это может быть и стратегический инвестор. Мы не отвергаем такой вариант. Все требования к публичным компаниям нас не пугают, мы обожаем аудиты, а стандарты IPO имеют здравый смысл, они нас подталкивают к тому, что не сделали бы сами. И мы очень быстро получаем вакцину от ошибок, которые допустили другие компании.

Основатель «Вкусвилла» не дает собственной текущей оценки бизнеса. Но, отмечает Кривенко, публичный статус даст возможность компании при необходимости обходиться и дальше без значительных заемных средств: если нужно будет «быстренько увеличить» сеть дарксторов (магазин-склад без покупателей) в три раза, компания просто продаст «чуть-чуть своих акций на бирже».

Чем сейчас занимается Кривенко

Уже долгое время основатель «Вкусвилла» не участвует в операционном управлении компанией: как объясняет сам Кривенко, его основная роль — командообразование. В основном он консультирует коллег и выступает арбитром в конфликтных ситуациях, которые в компании считают возможностью для роста.

Кто еще управляет «Вкусвиллом»

В проспекте к выпуску ценных бумаг компания указала, что Кривенко планирует передать сотрудникам компании до 20% акций головного ПАО. Каждый получит по 2,5% акций. Таким образом, на доли могут претендовать восемь менеджеров.

Опционная программа была зафиксирована компанией семь лет назад. Если сделка IPO состоится, сооснователи могут получить доли в компании и смогут их в дальнейшем реализовать.

О трансформации «Вкусвилла»

— Десять лет назад мы уже прошли одну трансформацию. Была сеть киосков «Избенка», но в какой-то момент команда поняла, что этот формат уже устарел, современный — супермаркет. То же самое произошло и в прошлом году. Компания поняла, что супермаркет

это формат прошлого, мы ими больше не занимаемся. Вся команда работает на онлайн, который будет только расти.

В части традиционной розницы значительных стратегических инициатив у «Вкусвилла» теперь нет — новые магазины по одной-две точки будут открываться только в регионах.

Но традиционные магазины, уточняет Кривенко, встроены в гибридную модель: часть сборки продуктов для потребителей в моменты крайне высокого спроса на доставку проходит в обычных розничных точках. При этом в обычное время компания практически отказалась от работы сборщиков в магазинах.

— Какой основной минус розничной торговли? Нужно платить огромную аренду за помещение. И, покупая продукт в любом супермаркете, вы платите большую часть денег не за продукт, а за хорошее расположение магазина, — объясняет Кривенко. — Вы, как потребитель, должны платить за поддержание магазина в хорошей форме, соответствие нормам, подготовку к праздникам. Дарксторю за это платить не надо, потому что туда люди не ходят, к праздникам флаги там не вывешивают — это совсем другая экономика. Кривенко не дает прогнозов о том, сколько дарксторов компания планирует открывать в будущем, объясняя тем, что она будет реагировать на рост онлайн-торговли, который зависит даже от погодных условий.

— Локдауны, плохая погода — все это улучшает дистанционные продажи. В плохую погоду мгновенный прирост онлайн-продаж может составлять 20–30%. Удивительно, что эффект погоды раз в 20 сильнее любого промо, вообще любой попытки воздействовать на покупателя.

Как кризис и пандемия изменили покупателей

Пять лет назад покупатели сети «Вкусвилл» в среднем заходили за покупками три раза в неделю, но последствия пандемии и нацеленность компании на онлайн-продажи изменили эту модель. Самую большую долю среди клиентов сети теперь занимают «гибридные покупатели» — те, кто сохранили ту же частоту покупок, но заказывают их уже онлайн и иногда заходят в магазин.

То, что эта концепция работает, Кривенко убеждают цифры: количество онлайн-покупок увеличилось в три раза — за сентябрь 2021 года было доставлено 3,2 млн заказов против 1 млн за тот же период 2020-го.

Какое будущее ждет торговлю

Кривенко считает главной задачей бизнеса его быструю трансформацию в любой момент. Основатель «Вкусвилла» предполагает, что доставка сегодня — это «электровоз» традиционной торговли, но в будущем, вероятно, наиболее эффективным для ретейла будет отказ от большого количества марок.

— Я верю в полноценные дарксторы с 10 тыс. позиций разных категорий, в которых есть и фармацевтическая продукция, и «темная кухня» (ресторан, который готовит блюда для доставки) — самые топовые позиции, которые можно принести человеку домой за 30 минут или час-два. Наше огромное преимущество в том, что у нас все под одним брендом, нам не нужно хранить, например, десять марок молока. Бренды в большом количестве просто не смогут жить в дарксторах.

«Вкусвилл» с момента своего основания ассоциируется с продажами ЗОЖ-продукции, но в конце прошлого года в ассортимент онлайн-магазина добавили продукцию международных брендов, среди которых газированные напитки, снеки, сладости. Кривенко объясняет это решение потребностью удовлетворить спрос.

Однако бизнесмен отмечает, что это всегда будут очень ограниченные позиции товаров — хиты покупательского спроса. Сеть также экспериментирует с продажами вина в нескольких своих магазинах, но, поскольку доставка алкогольной продукции запрещена, Кривенко считает это не особенно актуальной темой и хотя и готов к таким пилотным запускам продаж продукции, не видит ее на полках своих магазинов.

Компания рассчитывает на разрешение российских властей дистанционных продаж рецептурных лекарств. Сейчас в его шести дарксторах работают партнеры компании, которые продают безрецептурные лекарства.

В будущем компании будут стремиться закреплять курьеров за определенными домами: «Это и есть нормальный сервис, когда курьер — человек, которого ты знаешь, по аналогии с продавцами в магазине, куда заходил каждый день».

О провальных экспериментах

В 2020 году «Вкусвилл» закрыл проект розницы, специализирующейся на замороженной продукции, — «Вкусвилл Айс». Как объясняет основатель компании, гипотеза ценности таких магазинов не подтвердилась — россиянам не нужны отдельные магазины с замороженными готовыми блюдами и продуктами, когда можно заказать горячую еду из ресторана или продукты из магазина, при этом себестоимость продукции «Вкусвилл Айс» выходила достаточно дорогой.

Задание 1 (15 баллов)

Кратко поясните, что означают следующие упомянутые в тексте термины:

1. IPO
2. Опционная программа
3. Гибридная модель магазинов
4. Публичная компания
5. Гипотеза ценности

Задание 2 (10 баллов)

«Последние три года «Вкусвилл» остается одной из самых быстрорастущих компаний среди продовольственных ретейлеров: в 2020 году выручка сети год к году выросла почти на 40%, в 2019-м — на 51%, в 2018-м — на 66%».

Что означает «быстрорастущая компания»? Предложите критерии, по которым можно определить «быстрорастущую компанию».

Задание 3 (20 баллов)

Согласно данным кейса, основатель Вкусвилла рассматривает несколько альтернативных вариантов привлечения финансирования. Опираясь на данные кейса и собственные рассуждения, укажите по 3 преимущества и 3 недостатка следующих вариантов:

1. Выход на IPO,
2. Привлечение стратегического инвестора,
3. Заемное финансирование.

Задание 4 (10 баллов)

Объясните в 3–5 предложениях, чем в настоящее время занимается основатель «Вкусвилла» в управлении компанией и какую ценность для компании это создает. Укажите, в чем заключается разница между основателем и руководителем компании и каким образом можно распределить зоны ответственности между ними.

Задание 5 (20 баллов)

В сентябре 2021 года Вкусвилл объявил о ребрендинге. Слоганом сети стала фраза «Здесь полезное вкусно». Для интернет-магазина внедрено сокращенное название «ВВ». Также изменены шрифты и добавлен новый фирменный цвет.

Схожие изменения за последний год произошли и в других крупных продуктовых ретейлерах. «Азбука вкуса» изменила шрифты и цвета, а также стала использовать сокращенное название «АВ» для обозначения собственной экосистемы питания. «Лента» изменила шрифт и логотип, сделав упор на мультиформатность и новую стратегию онлайн-продаж. «X5 Retail Group» убрала слово «Retail» из наименования компании, поменяла шрифты и изменила логотип на зеленый листок.

а) Укажите, как ребрендинг влияет на позиционирование и потребительское восприятие компаний в рассматриваемой отрасли. Предположите, отражением каких современных ценностей компаний является их ребрендинг.

б) Предположите, какие тренды и факторы макросреды повлияли на смену концепций продуктовых ретейлеров сразу в нескольких крупных сетях. Укажите, в чем заключаются изменения модели данных компаний.

Задание 6 (10 баллов)

Опираясь на данные кейса и собственные рассуждения, укажите, что является «триггерами» для совершения покупок в традиционных магазинах (офлайн) и с доставкой на дом (онлайн): почему потребители выбирают тот или иной вариант или их комбинацию? Как это влияет на финансовые показатели и другие аспекты функционирования продуктовых ретейлеров?

Задание 7 (15 баллов)

«В 2020 году «Вкусвилл» закрыл проект розницы, специализирующейся на замороженной продукции, — «Вкусвилл Айс». Как объясняет основатель компании, гипотеза ценности таких магазинов не подтвердилась — россиянам не нужны отдельные магазины с замороженными готовыми блюдами и продуктами, когда можно заказать горячую еду из ресторана или продукты из магазина, при этом себестоимость продукции «Вкусвилл Айс» выходила достаточно дорогой».

Какие 5 выводов можно сделать в отношении продукции «Вкусвилл Айс»? Предположите, что послужило причинами закрытия данного проекта.

11 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст и ответьте на вопросы в заданиях.

Источник: Кореняко А. 2021. S7 объявила о запуске лоукостера в июле 2022 года: он намерен конкурировать с «Победой» // РБК.

**S7 объявила о запуске лоукостера в июле 2022 года:
он намерен конкурировать с «Победой»**

S7 Group, принадлежащая семье Владислава Филева, объявила о планах создания нового лоукост-перевозчика, который начнет летать в 2022 году на самолетах Airbus A320neo и сфокусируется на межрегиональных перевозках в обход Москвы

S7 Group создаст новую лоукост-авиакомпанию. Об этом на пресс-конференции в среду, 28 июля, заявила председатель совета директоров S7 Group Татьяна Филева. Новая компания может приступить к выполнению пассажирских рейсов в июле 2022 года.

«Это будут межрегиональные перелеты, минуя Москву и Санкт-Петербург. Мы сейчас будем вести переговоры с аэропортами», — сообщила Филева. Она не раскрыла будущую маршрутную сеть авиакомпании, отметив, что среди ключевых городов, где компания видит спрос, — Омск, Челябинск, Казань. РБК направил запросы в аэропорты этих трех городов.

Пассажиропоток новой авиакомпании ожидается на уровне 7,8 млн человек в год (S7 Airlines по итогам 2020 года перевезла 12,35 млн пассажиров).

До сих пор в России работал лишь один лоукостер — «дочка» «Аэрофлота» «Победа», входящая в группу «Аэрофлот». Низкобюджетный перевозчик в прошлом году обслужил 9 млн пассажиров, заняв третье место среди крупнейших авиакомпаний (после «Аэрофлота» и S7). Представитель «Победы» отказался от комментариев.

«Создание новой авиакомпании-лоукостера в значительной степени удовлетворит спрос населения на низкобюджетные перевозки в России», — заявил министр транспорта России Виталий Савельев, комментируя новый проект S7 Group (его слова передала пресс-служба Минтранса). По его словам, Минтранс выступает за последовательное развитие системы низкотарифных перевозок внутри страны.

Что известно про новый проект S7

Лоукостер будет создан отдельно от S7 Airlines и не будет ее «дочкой», подчеркнула Филева, 100% проекта будут принадлежать S7 Group. Компанию возглавит директор по стратегии S7 Group Григорий Давыдов. Продажи билетов начнутся 1 апреля 2022 года. Их стоимость будет зависеть от сетки маршрутов, которая только разрабатывается.

Инвестиции в этот проект составят 2,5–3 млрд руб. Для этого S7 не планирует занимать средства, а вложит собственные деньги, сказала председатель совета директоров S7 Group. Период окупаемости она оценила в четыре года. Ожидается, что первую прибыль лоукостер продемонстрирует по итогам 2024 года, заявила РБК Филева. Компания также рассчитывает на получение субсидий в рамках программы поддержки региональных авиакомпаний.

Парк лоукостера будет состоять из новых самолетов Airbus A320neo на 186 кресел (только эконом-класс). Аналогичные суда эксплуатируют такие международные

лоукостеры, как easyJet, IndiGo и Pegasus Airlines. Первые машины уже законтрактованы. К концу 2022 года у компании будет восемь самолетов A320 neo, а пассажиропоток должен составить 1 млн человек, следует из презентации проекта. К концу 2023 года — 16 самолетов и 4,3 млн пассажиров, к концу 2024 года — 24 самолета и 7,8 млн пассажиров.

Проект будет реализован на базе компании «Глобус», которая ранее выполняла полеты под брендом S7 Airlines. Летом 2019 года стало известно, что самолеты и персонал «Глобуса» переведут в авиакомпанию «Сибирь» (основа S7 Airlines). В ноябре 2020 года Росавиация аннулировала сертификат эксплуатанта «Глобус», теперь компания обратится за новым сертификатом.

«Если не планировать инвестиции в покупку парка [самолетов], 2,5–3 млрд руб. вполне достаточно [для реализации проекта]», — отмечает младший партнер Bain & Company Сергей Зайцев (его слова передала пресс-служба). Аналитик «ВТБ Капитала» Елена Сахнова тоже считает, что такой суммы достаточно, так как самолеты будут приобретены в лизинг.

Срок окупаемости будет зависеть от эффективности организации операционной деятельности, рыночной конъюнктуры, уровня субсидирования и других факторов, отмечает Зайцев. Он напоминает, что инвестиции в создание «Победы» были меньше (лишь \$50 млн при изначальном плане \$100 млн) и срок окупаемости — короче. «Победа» вышла на безубыточность практически на второй год полетов при годовом трафике 4 млн пассажиров, говорит аналитик корпоративных рейтингов Национального рейтингового агентства Алла Юрова.

Однако сейчас новой компании придется столкнуться с возросшей конкуренцией в лоукост-сегменте: динамика покупательной способности стимулирует ведущие авиакомпании развивать низкий ценовой сегмент, добавляет она. Источник, близкий к Utair, подтверждает, что практически все крупные авиакомпании России «давно по факту лоукостеры». «Неважно, как ты себя называешь, без оптимизации затрат выжить на этом рынке уже невозможно», — подчеркивает он.

По словам Сахновой, в городах, упомянутых Филевой, нет сильных авиакомпаний. «В [этих] регионах высокая доля автомобильных, автобусных и железнодорожных перевозок. Недостаточный уровень полетов на душу населения. <...> Модель лоукостера подходит там как нельзя лучше», — отметила она.

Зачем нужен еще один лоукостер

Министр транспорта Виталий Савельев, который до ноября 2020 года руководил «Аэрофлотом» и принимал непосредственное участие в запуске «Победы», неоднократно выступал за создание новых лоукостеров. В начале июня на Петербургском экономическом форуме он заявил: «Все мировые тренды показывают на развитие лоукост-перевозок <...>. Мы будем пытаться создать в средней полосе еще один лоукостер, который поможет мобильности населения и существенно удешевит перевозки».

Наличие этой тенденции признавали и в S7. Но еще в конце 2020 года Филева в интервью РБК отмечала, что компания «в данный момент» не собирается создавать лоукостера. «На нашем рынке все хотят стать lowcost-компаниями (с низкими затратами. — РБК), я бы назвала даже low fare компаниями (с низкими тарифами. — РБК). Мы туда не идем. Мы видим какой-то разумный баланс между сервисом и качеством для пассажиров, который на рынке нужен», — объясняла она. При этом топ-менеджер признавала, что это «правильная тенденция», потому что доходы населения не растут.

Но уже весной 2021 года стало известно о планах S7 запустить новую авиакомпанию. Для проработки этих планов в Минтрансе создали рабочую группу с участием сотрудников компании. Это совпало с публикацией финансовых результатов российских пассажирских

перевозчиков за 2020 год. Из-за ограничений, связанных с пандемией коронавируса, совокупный убыток 15 крупнейших авиакомпаний достиг почти 125 млрд руб., из них чистый убыток «Аэрофлота» составил 96,5 млрд руб., S7 Airlines — 5,2 млрд руб., а с прибылью год закончила только «Победа».

Теперь Филева называет еще две причины для создания новой компании помимо нерастающих доходов населения — слишком большая доля прямых перелетов в сторону Москвы и Санкт-Петербурга и малоразвитость рынка лоукостеров в России в целом — на них приходится лишь 6% перевозок в стране, согласно данным Международной ассоциации воздушного транспорта (IATA). По данным агентства Cirium, в 2019 году на долю полетов в Москву и Петербург пришлось 89% всех авиабилетов. «Доступные перевозки должны быть доступны не только для жителей Москвы и Санкт-Петербурга, — отметила глава совета директоров S7 Group. — Мы хотим связать регионы доступными авиаперевозками».

«Выход на рынок нового лоукост-проекта — это позитивная новость для пассажиров и для аэропортов, особенно если в качестве стратегических целей обозначены развитие перевозок минуя Москву», — говорит директор по развитию авиационной коммерции группы компаний «Аэродинамика» (управляет аэропортами Сочи, Анапа и Краснодар) Александр Никонов. По его словам, такая задача совпадает с государственной и призвана разгрузить Московский авиационный узел и развивать региональные хабы.

Задание 1 (20 баллов)

Оцените влияние пандемии COVID-19 на компанию S7, другие крупные авиакомпании, а также отрасль авиаперевозок в целом, используя известные вам инструменты анализа. Укажите состояние отрасли до, во время и после (предполагаемое состояние) пандемии.

Задание 2 (20 баллов)

Из материалов кейса известно, что в конце 2020 года топ-менеджмент S7 отмечал, что компания не собирается создавать собственный лоукостер:

«На нашем рынке все хотят стать lowcost-компаниями (с низкими затратами. — РБК), я бы назвала даже low fare компаниями (с низкими тарифами. — РБК). Мы туда не идем. Мы видим какой-то разумный баланс между сервисом и качеством для пассажиров, который на рынке нужен», — объясняла она».

При этом топ-менеджер признавала, что это «правильная тенденция», потому что доходы населения не растут.

Проанализируйте и обоснуйте, что и насколько изменилось в условиях потребительского спроса, и как это повлияло на решение компании об открытии межрегионального лоукостера вопреки своей изначальной позиции.

Задание 3 (20 баллов)

Выделите преимущества и недостатки решений компании S7 в связи с данным проектом:

1. Три преимущества и три недостатка покупки парка самолетов в лизинг.
2. Три преимущества и три недостатка открытия сети межрегиональных перелетов, минуя Москву и Санкт-Петербург.

Задание 4 (20 баллов)

«Из-за ограничений, связанных с пандемией коронавируса, совокупный убыток 15 крупнейших авиакомпаний достиг почти 125 млрд руб., из них чистый убыток “Аэрофлота”

составил 96,5 млрд руб., S7 Airlines — 5,2 млрд руб., а с прибылью год закончила только «Победа»».

С учетом вышесказанного оцените и обоснуйте перспективы развития будущего лоукостера с учетом возможных действий ближайших конкурентов и возможности продолжения ограничений, связанных с распространением COVID-19, в частности в связи с появлением новых штаммов.

Задание 5 (20 баллов)

«Срок окупаемости будет зависеть от эффективности организации операционной деятельности, рыночной конъюнктуры, уровня субсидирования и других факторов, отмечает Зайцев. Он напоминает, что инвестиции в создание «Победы» были меньше (лишь \$50 млн при изначальном плане \$100 млн) и срок окупаемости — короче. «Победа» вышла на безубыточность практически на второй год полетов при годовом трафике 4 млн пассажиров, говорит аналитик корпоративных рейтингов Национального рейтингового агентства Алла Юрова. Однако сейчас новой компании придется столкнуться с возросшей конкуренцией в лоукост-сегменте, практически все крупные авиакомпании России «давно по факту лоукостеры»».

а) Предложите и обоснуйте 3 варианта развития лоукостера S7 в регионах России, при которых срок окупаемости мог бы составить не менее 4 лет.

б) Какие операционные решения необходимо обеспечить компании для оптимизации затрат?

в) Какие региональные конкуренты будут вызывать наибольшие сложности для компании в каждом случае и что могла бы сделать компания для противостояния их конкуренции?

Задания заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»

9 класс

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст. На основе информации, изложенной в тексте, выполните 7 заданий, предложенных вам после текста.

ИНФЛЯЦИЯ СРАБОТАЛА НА ТОРГОВЛЮ

Ведущие игроки рынка завершили представление текущей отчетности

Основные выводы из отчетности публичных российских ретейлеров за третий квартал: росту выручки способствуют сделки M&A, из-за продовольственной инфляции увеличивается средний чек, по-прежнему активно развиваются онлайн-продажи.

На неделе по итогам третьего квартала отчитались сразу несколько российских ретейлеров: X5 Group (FIVE; сети «Пятерочка», «Перекресток», «Карусель»), «Магнит» (MGNT), «Лента» (LNTA) и Fix Price (FIXP).

Как покупки конкурентов отражаются на результатах

«Магнит» показал самую высокую динамику выручки в третьем квартале: рост на 27,7%, до 489,3 млрд руб. Для сравнения: в первом квартале продажи увеличились только на 5,8%, до 397,9 млрд руб., во втором — на 9,6%, до 424,3 млрд руб.

Отчасти это следствие покупки сети «Дикси», которую «Магнит» закрыл в конце июля 2021-го: за 87,6 млрд руб. были приобретены свыше 2,4 тыс. магазинов «Дикси», а также 39 суперсторов «Мегамарт». Однако, как отмечает аналитик Райффайзенбанка по потребительскому рынку Егор Макеев, значительный вклад в рост выручки внес и сам

«Магнит»: ретейлер продемонстрировал сильные сопоставимые продажи (выручка сопоставимых точек без учета новых открытий) — рост на 8,6%. В расчет этого показателя магазины «Дикси» не входят. У других отчитавшихся компаний рост сопоставимых продаж не превысил 5%.

Улучшила благодаря сделкам M&A свои операционные показатели и «Лента», которая этим летом за €215 млн (около 19,5 млрд руб.) приобрела сеть супермаркетов «Билла». В третьем квартале продажи «Ленты» выросли год к году на 13,3% год, до 118,2 млрд руб. В апреле — июне выручка компании падала на 0,2%, до 110,8 млрд руб.

В четверг на момент закрытия торгов на Лондонской фондовой бирже «Магнит» вновь стал самым дорогим российским продовольственным ретейлером. Бумаги компании подорожали на 0,45%, до \$18,95, а капитализация достигла почти \$9,7 млрд. В то же время стоимость ГДР крупнейшего по обороту ретейлера X5 Group снизилась на 2,56%, к концу торгов бумаги стоили \$34,28, а капитализация составила \$9,3 млрд. «Магнит» обходит по капитализации своего конкурента второй раз за месяц: так, к закрытию торгов на Лондонской бирже 12 октября капитализация «Магнита» достигла \$9,201 млрд, X5 — \$9,149 млрд. До того, как уступить лидерство по капитализации X5 Group в феврале 2018 года, краснодарский ретейлер удерживал его почти семь лет.

Что помогает наращивать продажи

Главным драйвером роста сопоставимых продаж стал увеличившийся средний чек, отмечает в своей отчетности лидер отрасли X5 Group. Сопоставимый средний чек ретейлеров растет значительно быстрее трафика, эти «паруса» надувает усиливающаяся

инфляция, указывает руководитель департамента анализа рынка акций «Атон» Виктор Дима.

Продовольственная инфляция в третьем квартале 2021 года составила 8,1%, достигнув максимального значения 9,2% в сентябре в сравнении с 7,3% во втором квартале 2021 года. Ранее глава Минэкономразвития Максим Решетников пояснял, что разгону продовольственной инфляции способствовали два фактора: нетипичное удорожание овощей и фруктов, а также ускорение роста цен на мясо.

Снижение сопоставимого трафика из отчитавшихся ретейлеров зафиксировала «Лента». Как поясняет Дима, вероятнее всего, в этих данных нашла отражение нормализация потребительского поведения и конкуренция с онлайн-торговлей — в прошлом году меньше посещали магазины, но наращивали объем корзины, большой формат «Ленты» способствовал таким покупкам, сейчас же потребители вернулись к обычным паттернам потребления и чаще предпочитают магазины более мелких форматов.

Бурный рост онлайн-продаж

Продовольственные сети активно наращивают свои дистанционные продажи. В июле — сентябре X5 Group в 2,5 раза, до 11,6 млрд руб., увеличила совокупный товарооборот «Vrrok.ru Перекресток» и сервисов экспресс-доставки. Доля онлайн-продаж в выручке компании приблизилась к 2%. «Магнит» начал свои онлайн-продажи только в третьем квартале 2020 года, спустя год товарооборот составил 2,9 млрд руб., но в общих продажах он пока еще не дотягивает до 1%. У «Ленты» этот показатель превышает 3%. Компания не указывает товарооборот в этом сегменте, но называет выручку: она в третьем квартале увеличилась более чем в три раза, до 4,4 млрд руб.

Внешняя среда в сегменте онлайн-торговли продуктами питания оставалась очень конкурентной, «многие технологические игроки продвигали свои услуги со значительными маркетинговыми бюджетами», признает в своей отчетности X5 Group.

Единственный ретейлер, не раскрывший свои показатели в онлайн, — Fix Price. Компания пока только «аккуратно изучает» инструменты онлайн-продаж, так как в сегменте магазинов фиксированных цен традиционно дистанционные продажи не занимают большую долю. Однако товары сети уже доставляет «Сбермаркет».

Задание 1 (15 баллов)

Кратко поясните, что означают следующие термины:

- 1) сделка M&A
- 2) публичная компания
- 3) капитализация
- 4) операционные показатели
- 5) ГДР

Задание 2 (10 баллов)

Объясните в 3–5 предложениях, для чего компании проводят сделки M&A. Дайте определение сделкам типа M и сделкам типа A.

Задание 3 (20 баллов)

«В четверг на момент закрытия торгов на Лондонской фондовой бирже «Магнит» вновь стал самым дорогим российским продовольственным ретейлером. Бумаги компании подорожали на 0,45%, до \$18,95, а капитализация достигла почти \$9,7 млрд. В то же время стоимость ГДР крупнейшего по обороту ретейлера X5 Group снизилась на 2,56%, к концу

торгов бумаги стоили \$34,28, а капитализация составила \$9,3 млрд. «Магнит» обходит по капитализации своего конкурента второй раз за месяц: так, к закрытию торгов на Лондонской бирже 12 октября капитализация «Магнита» достигла \$9,201 млрд, X5 — \$9,149 млрд. До того, как уступить лидерство по капитализации X5 Group в феврале 2018 года, краснодарский ретейлер удерживал его почти семь лет.»

Объясните, зачем компании размещают свои ценные бумаги на бирже. Укажите 3 преимущества и 3 недостатка публичного размещения акций.

Задание 4 (10 баллов)

На примере «Fix price» объясните, почему компании данного сегмента предпочитают традиционные каналы продаж.

Задание 5 (20 баллов)

«Продовольственная инфляция в третьем квартале 2021 года составила 8,1%, достигнув максимального значения 9,2% в сентябре в сравнении с 7,3% во втором квартале 2021 года. Ранее глава Минэкономразвития Максим Решетников пояснял, что разгону продовольственной инфляции способствовали два фактора: нетипичное удорожание овощей и фруктов, а также ускорение роста цен на мясо.»

Объясните, какое влияние оказывает инфляция на финансовые и операционные показатели компании. Укажите 3 преимущества и 3 недостатка роста инфляции для ретейлеров.

Задание 6 (10 баллов)

«Внешняя среда в сегменте онлайн-торговли продуктами питания оставалась очень конкурентной, «многие технологические игроки продвигали свои услуги со значительными маркетинговыми бюджетами», признает в своей отчетности X5 Group.»

Что означает термин «внешняя среда» в данном контексте? Объясните, от чего зависит уровень конкуренции, и для чего компаниям продвигать свои услуги в данном сегменте, даже при условии значительных маркетинговых затрат.

Задание 7 (15 баллов)

«Снижение сопоставимого трафика из отчитавшихся ретейлеров зафиксировала «Лента». Как поясняет Дима, вероятнее всего, в этих данных нашла отражение нормализация потребительского поведения и конкуренция с онлайн-торговлей — в прошлом году меньше посещали магазины, но наращивали объем корзины, большой формат «Ленты» способствовал таким покупкам, сейчас же потребители вернулись к обычным паттернам потребления и чаще предпочитают магазины более мелких форматов.»

Укажите возможные причины изменения поведения покупателей, а также какое влияние это может оказать на компанию в дальнейшем.

10 класс

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст. На основе информации, изложенной в тексте, выполните 7 заданий, предложенных вам после текста.

КАРТОЧНЫЕ ФОКУСЫ МЕЛКОЙ ТОРГОВЛИ

Школа «Сколково» проанализировала каналы доходов небольших предприятий

В России 27% предприятий малого бизнеса принимают оплату через переводы с карты на карту, хотя этот способ нелегален. Самым популярным видом платежей остаются наличные: они доступны в 95% небольших магазинов, а карты — в 88%.

Переводы с карты на карту в качестве способа оплаты товаров и услуг используют 27% представителей малого бизнеса из сегментов торговли, общепита и предоставления услуг. Об этом говорится в исследовании Московской школы управления «Сколково» «Рынок безналичных розничных платежных услуг в России 2021: торгово-сервисные предприятия», поступившем в РБК. Такой метод оплаты нелегален для бизнеса, так как платежи проходят как денежные переводы между физическими лицами и могут не отображаться в кассе, в отличие от оплаты картой через POS-терминал.

Как считали

Школа «Сколково» провела опрос среди 766 респондентов в начале 2021 года: в их число вошли индивидуальные предприниматели, компании микро- и малого бизнеса. Для обеспечения репрезентативности исследования авторы учитывали размер организации, форму собственности и федеральный округ, в котором она работает. В опросе приняли участие представители розничной и интернет-торговли, аптек, общепита, предоставления услуг населению. Средний бизнес не рассматривался из-за небольшого количества его представителей в России, а крупный бизнес принимает безналичные платежи в 100% случаев. Некоторые крупные компании могут быть оформлены как множество малых предприятий в перечисленных областях, поэтому тоже могли войти в выборку.

Переводы по номеру телефона и с карты на карту чаще выбирают индивидуальные предприниматели — 31%. Среди юридических лиц такой способ оплаты используют только 9%.

25% магазинов принимают платежи через Систему быстрых платежей: к ней тоже могут относиться переводы по номеру телефона, так как в вопросе экспертов «Сколково» не было уточнения, имеется ли в виду оплата по QR-кодам (легальная альтернатива эквайрингу, которую предоставляет СБП).

Самый распространенный способ приема платежей у продавцов — наличные, его используют 95% магазинов. Оплата с помощью банковской карты через POS-терминал доступна в 88% магазинов. Еще 20% респондентов принимают оплату через онлайн-кошельки.

Кто принимает переводы для оплаты

Все из 27% магазинов, которые принимают оплату с помощью переводов, — микропредприятия, у 85% из них есть и возможность оплаты банковской картой через традиционный эквайринг, рассказал руководитель направления исследований центра «Сколково-РЭШ» Егор Кривошея. Владельцы микропредприятий — это те же потребители,

поэтому и распределение карт среди них в целом похоже на общерыночное. Большинство личных карт населения — это карты Сбербанка (81% основных платежных карт клиентов), 5% основных карт — это карты ВТБ, 3% — Тинькофф Банка, еще 2% — Альфа-банка, остальные банки занимают долю менее 1%, привел данные опросов Кривошея. Банки не ответили на запросы РБК

Денежные переводы с карты на карту могут идти вне кассы — если такое происходит, то продажа не регистрируется, а значит, не облагается налогами, объясняет Кривошея. Если с таких платежей не платят налоги, то они наносят ущерб экономике, становясь ее теневой частью, добавляет руководитель практики по оказанию консультационных услуг компаниям финансового сектора КППМГ в России и СНГ Наталия Ракова. «Однако часть ТСП может затем (после получения перевода. — РБК) снимать деньги в банкомате и перекладывать их в кассу или иным образом перечислять на расчетный счет», — допускает Кривошея.

Наиболее сильно тенденция по приему платежей через переводы физлицу выражена в небольших городах, продолжает Ракова. «Сегодня люди все реже берут с собой наличные деньги, предпочитая расплачиваться картой. Однако не все магазины, особенно мелкие, например торговые точки на рынках, обладают возможностью принимать карточные платежи», — объясняет эксперт. Она считает, что оценка объема подобных платежей в 27% может быть даже заниженной, поскольку в ходе официального опроса, вероятно, не все предприниматели захотели раскрыть подобную информацию.

Как предпочитают платить в России

Всего в России в 2021 году безналичные платежи принимают 89% розничных предприятий в сфере малого бизнеса, показало исследование «Сколково» (к ним относятся не только оплата картой, но и другие способы). К преимуществам безналичных платежей они относят безопасность, увеличение трат клиентов, имидж современной компании, а также улучшение клиентского опыта.

Однако, как отмечают авторы исследования, остается группа продавцов, которые не планируют принимать безналичные платежи и не согласны с их преимуществами. Такой точки зрения придерживаются 43% магазинов из тех, кто и так сейчас не принимает безналичные платежи.

«При этом, даже осознавая преимущества приема безналичных платежей, большинство торгово-сервисных предприятий считают, что наличные выгоднее», — говорится в исследовании. Такой точки зрения придерживаются 51% респондентов.

Программы лояльности от банков, которые стимулируют покупателей расплачиваться картой, а не наличными, непопулярны среди малого бизнеса: в них принимают участие только 10% магазинов.

Более 90% торговых точек не дают покупателям никаких скидок за использование какого-либо платежного инструмента.

Как магазины оценивают комиссии за безнал

Предпринимателей попросили оценить, какие факторы сильнее всего влияют на снижение цен на их товары. Выяснилось, что снижение комиссии за эквайринг (прием карт к оплате) важно только для 36% представителей малого бизнеса. В основном же респонденты придают значение снижению себестоимости товара или цен поставщиков (82%). «Эквайринг на этом фоне из-за не такого большого влияния на выручку предприятия является наименее важным фактором в снижении цен», — объясняют авторы.

Авторы опроса попросили продавцов назвать размер комиссии, при которой прием безналичных платежей не будет иметь преимуществ перед приемом наличных. Для 12% магазинов, принимающих безналичные платежи, нет такой комиссии, 36% затруднились

ответить на этот вопрос. Для 16% это комиссия в размере 1% и меньше, для 12% это комиссия в размере 5%.

Треть магазинов (34%) из тех, что не принимают карты к оплате, основной причиной отказа от безналичных платежей назвали большие комиссии за эквайринг.

Но для 15% торговцев наличные будут выгоднее безналичных, даже если комиссия будет нулевой. «Управленцы торгово-сервисных предприятий привыкли считать эквайринг издержками и будут относиться к нему так даже в отсутствие комиссий (в том числе из-за наличия серой экономики)», — объясняют авторы исследования. В то же время больше половины опрошенных считают, что в этом случае преимущество будет на стороне безналичной оплаты, 30% же не отдали предпочтения ни тому, ни другому виду платежей.

60% и более магазинов в зависимости от сферы деятельности считают, что текущая эквайринговая комиссия, которую они платят своему банку, является приемлемой. Почти для половины торговых точек эквайринговая комиссия установлена на уровне 1,6–2%.

Задание 1 (15 баллов)

Поясните, что означают следующие термины:

- 1) эквайринг
- 2) выручка
- 3) юридическое лицо
- 4) клиентский опыт
- 5) себестоимость

Задание 2 (10 баллов)

Что означает термин «теневая экономика»? Укажите предпосылки появления теневой экономики.

Задание 3 (20 баллов)

Опираясь на данные, представленные в обзоре, и собственные рассуждения укажите 3 преимущества и 3 недостатка каждого вида оплаты для предприятий: безналичные платежи, наличные, перевод с карты на карту.

Задание 4 (10 баллов)

«25% магазинов принимают платежи через Систему быстрых платежей: к ней тоже могут относиться переводы по номеру телефона, так как в вопросе экспертов “Сколково” не было уточнения, имеется ли в виду оплата по QR-кодам (легальная альтернатива эквайрингу, которую предоставляет СБП)»

Что значит, что СБП «легальная альтернатива эквайрингу»? На основе информации, представленной в обзоре или собственных рассуждениях предположите в 3–5 предложениях, какая система приёма платежей предпочтительнее для бизнеса и почему.

Задание 5 (20 баллов)

«Денежные переводы с карты на карту могут идти вне кассы — если такое происходит, то продажа не регистрируется, а значит, не облагается налогами, объясняет Кривошея. Если с таких платежей не платят налоги, то они наносят ущерб экономике, становясь ее теневой частью, добавляет руководитель практики по оказанию консультационных услуг компаниям финансового сектора КПИМГ в России и СНГ Наталия Ракова. “Однако часть ТСП может затем (после получения перевода. — РБК) снимать

деньги в банкомате и перекладывать их в кассу или иным образом перечислять на расчетный счет», — допускает Кривошея»

- а) Укажите, какое влияние оказывает сектор теневой экономики на государство?
- б) Предположите, возможно ли положительное влияние теневой экономики на государство?

Задание 6 (10 баллов)

Опираясь на данные обзора и собственные рассуждения, предположите, чем руководствуется покупатель при выборе той или иной системы оплаты, и насколько для него важен этот вопрос.

Задание 7 (15 баллов)

Опираясь на данные обзора и собственные рассуждения предложите пять способов, как предприятия могут замотивировать покупателей выбрать способ оплаты, выгодный продавцу.

11 класс

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальное количество баллов – 100

Внимательно прочитайте текст. На основе информации, изложенной в тексте, выполните 5 заданий, предложенных вам после текста.

РОСТ ЗА СЧЕТ ДВУХ СДЕЛОК**Эксперты Dsight оценили квартальную динамику венчурного рынка России**

В первом квартале геополитические события еще не оказали влияния на российский венчурный рынок, но по итогам года ожидается падение его объема в 2–3 раза. Основные покупатели стартапов взяли паузу, оценка активов сильно снизилась. Объем венчурных инвестиций в российские проекты в первом квартале 2022 года составил более \$680 млн, что на 27% больше, чем за аналогичный период 2021 года, свидетельствуют данные аналитической платформы Dsight, подготовленные для РБК. Под венчурными инвестициями компания понимает вложения в размере до \$150 млн в рискованные, технологичные и потенциально высокодоходные проекты. При оценке рынка учитывались данные о сделках из открытых источников.

Особенно сильно выросли инвестиции в компании, находящиеся на стадии зрелости (бизнес демонстрирует устойчивость и постоянный рост), — в 11 раз, до \$514 млн. На посевной стадии (на этапе от идеи до ведения регулярной коммерческой стадии) увеличение также было значительным — в восемь раз, до \$39,3 млн.

Общее количество сделок в первом квартале немного выросло — их было 50 по сравнению с 46 год назад. Однако если исключить крупные сделки со стартапами российских основателей за рубежом — компаниями Vivid Money и Miro (первая получила \$114 млн от прежних инвесторов в лице Greenoaks Capital и Ribbit Capital, а также нового — структуры SoftBank; Miro договорилась о привлечении \$400 млн от американского фонда Isoniq Capital), то окажется, что объем рынка снизился на 9%.

Глобальное венчурное финансирование в первом квартале снизилось на 5,5% по сравнению с тем же периодом 2021-го и составило \$145 млрд, ранее оценила KPMG.

Как кризис влияет на венчурный рынок

В первом квартале росли инвестиции от частных фондов, особенно Family Office, так как состоятельные россияне оказались вытеснены с финансового рынка западных стран и теперь ищут применение капиталам в России и дружественных государствах. Вложения от государственных и корпоративных фондов, наоборот, снижались. В этом году была осуществлена всего одна сделка с госструктурой и две с корпоративными фондами. Объем вложений от инвесторов этого типа снизился на 50 и 95% соответственно.

По словам основателя Dsight Арсения Даббаха, пока что рынок сохраняет инерцию: в первом квартале были завершено и анонсировано много сделок из тех, что ранее обсуждались. Как отметил основатель инвесткомпания A.Partners Алексей Соловьев, о сделке объявляют не сразу после подписания документов — в среднем от term sheet (соглашения) до объявления проходит два-три месяца. «Не заключенные после 24 февраля сделки окажут влияние на статистику второго квартала», — указал он.

Но уже в конце марта — начале апреля стали заметны серьезные изменения в недельной динамике количества сделок и в оценке компаний, подчеркивает Даббах. Он

прогнозирует, что по итогам года рынок может упасть в объеме и количестве сделок в два-три. «Основной удар примут растущие зрелые стартапы. Оценки при сделках со зрелыми компаниями снизятся в два — четыре раза по сравнению с предыдущим раундом, особенно если компания экстренно продает российский бизнес. Многие компании, которые работают в России и западных странах, сейчас стоят перед выбором — остаться или продать российский бизнес», — говорит Даббах. По его словам, рынок стартапов и инвесторов разделился на тех, кто решил работать в Европе, Северной Америке, и тех, кто работает в России и СНГ. Европейские страны, привлекательные для российских стартапов, стали закрываться для релокации уже в марте. Стартапы из России, которые не могут выйти на развитые рынки, стараются попасть в СНГ, Азию, на Ближний Восток. ИТ-стартапы в основном перемещаются в Армению, Грузию, Прибалтику, ОАЭ, Кипр, Турцию, Сербию и ряд других стран.

Аналогичная ситуация с фондами — часть осталась и фокусируется на российских стартапах, но большинство решили не инвестировать в Россию, открывая новые структуры в Азии, ОАЭ.

По прогнозу Алексея Соловьева, в следующем квартале «мы увидим травматическое падение» российского венчурного рынка на неопределенное время. В последние годы более 50% объема рынка формировалось привлечением инвестиций от международных фондов в компании, основанные россиянами и работающие за рубежом. «Очевидно, что эти сделки в ближайшее время пропадут», — уверен Соловьев.

По словам вице-президента Advance Capital Артура Шубаева, в целом число слияний и поглощений (M&A), если учитывать объявления о закрытых сделках, сократилось: до 24 февраля в России в среднем объявлялось по две-три сделки в день, сейчас — по две-три в неделю, но идет «очень много активных обсуждений и переговоров». Шубаев не стал прогнозировать, когда рынок восстановится по количеству сделок, но отметил, что в 2022 году «он точно упадет по объему».

Как изменилась стоимость активов

Для многих стартапов, которые выбрали западный рынок, возникла необходимость продажи российской части бизнеса, но быстро продать даже хорошую компанию в России невозможно, поэтому оценки их стоимости стали сильно падать, отметил Арсений Даббах. Сегмент сделок «специальных ситуаций» охватил не только традиционный бизнес (уход иностранцев, компании в сложной ситуации), но и технологические стартапы.

По словам Артура Шубаева, сейчас мультипликаторы значительно снизились из-за того, что на рынке появилось много активов с дисконтными оценками — на уровне двух-трех EBITDA. «Некоторые иностранные компании готовы продать активы в России по низкой цене, потому что цель — не заработать на сделке, а снизить политическое давление на компанию. Такие сделки для покупателей как лотерейные билеты — шансы выиграть не очень высоки. Тем не менее на рынке появилось много покупателей, которые активно ищут именно такие сделки», — поясняет он.

Управляющий партнер TMT Investments Артем Инютин отметил, что ситуация на фондовом рынке всегда с запозданием сказывается на венчурном рынке. По его мнению, падение котировок многих компаний из сектора высоких технологий, начавшееся еще в декабре прошлого года, сейчас еще не сказалось — проекты не скорректировали свои мультипликаторы вслед за биржей. «Сейчас многие международные фонды тормозят свои инвестиции, дожидаясь рыночных мультипликаторов. По моему мнению, в июле-августе возможна ситуация, когда многие стартапы, не дождавшись раундов по высоким оценкам, скорректируют свои мультипликаторы до биржевых, и тогда фонды опять начнут инвестировать более интенсивно», — рассуждает Инютин.

По мнению представителя Advance Capital, ситуация на рынке осложняется еще и тем, что многие из компаний, которые были активны в M&A до недавнего времени («Сбер», «Яндекс», Ozon и др.), столкнулись с проблемами на основных направлениях деятельности. «Скорее всего, для «Сбера» на данный момент намного более приоритетно разобраться с проблемами с основным бизнесом и только после этого вернуться к развитию экосистемы. Новый менеджмент VK намерен продолжить создание экосистемы, но будет смотреть в основном на прибыльные активы», — говорит он.

Артур Шубаев подчеркнул, что в ближайшее время убыточные активы не будут интересны инвесторам. «Это будет иметь очень плохие последствия для венчурного рынка. Даже очень перспективным стартапам, которые пока не успели выйти в прибыль, придется серьезно сокращать расходы либо продаваться по очень дисконтным оценкам. Какие-то идеи так и не будут реализованы», — прогнозирует он.

Инвесторы в России в основном переключаются на дивидендную стратегию, то есть отдают предпочтение активам, которые уже приносят прибыль или могут стать безубыточными в течение года, согласен Арсений Даббах. Среди других трендов, которые будут основными на венчурном рынке в ближайшее время, он отметил возможность господдержки проектов, связанных с импортозамещением.

Задание 1 (25 баллов)

«По словам Артура Шубаева, сейчас мультипликаторы значительно снизились из-за того, что на рынке появилось много активов с дисконтными оценками — на уровне двух-трех EBITDA. “Некоторые иностранные компании готовы продать активы в России по низкой цене, потому что цель — не заработать на сделке, а снизить политическое давление на компанию. Такие сделки для покупателей как лотерейные билеты — шансы выиграть не очень высоки. Тем не менее на рынке появилось много покупателей, которые активно ищут именно такие сделки”, — поясняет он.»

С учетом вводных данного текста, поясните, что означает для рынков технологических стартапов снижение уровня рыночных мультипликаторов и какие мультипликаторы применимы для оценки технологических стартапов?

Задание 2 (20 баллов)

«Но уже в конце марта — начале апреля стали заметны серьезные изменения в недельной динамике количества сделок и в оценке компаний, подчеркивает Даббах. Он прогнозирует, что по итогам года рынок может упасть в объеме и количестве сделок в два-три раза. “Основной удар примут растущие зрелые стартапы. Оценки при сделках со зрелыми компаниями снизятся в два — четыре раза по сравнению с предыдущим раундом, особенно если компания экстренно продает российский бизнес. Многие компании, которые работают в России и западных странах, сейчас стоят перед выбором — остаться или продать российский бизнес”, — говорит Даббах.»

На основе информации, представленной в тексте или собственных рассуждениях, в 3–5 предложениях объясните, почему зрелые стартапы, по мнению эксперта, окажутся самыми уязвимыми?

Задание 3 (15 баллов)

«Особенно сильно выросли инвестиции в компании, находящиеся на стадии зрелости (бизнес демонстрирует устойчивость и постоянный рост), — в 11 раз, до \$514 млн. На посевной стадии (на этапе от идеи до ведения регулярной коммерческой стадии) увеличение также было значительным — в восемь раз, до \$39,3 млн.»

Укажите, какие характеристики можно выделить применительно к другим стадиям развития компании, кроме стадии зрелости?

Задание 4 (15 баллов)

«Артур Шубаев подчеркнул, что в ближайшее время убыточные активы не будут интересны инвесторам. “Это будет иметь очень плохие последствия для венчурного рынка. Даже очень перспективным стартапам, которые пока не успели выйти в прибыль, придется серьезно сокращать расходы либо продаваться по очень дисконтным оценкам. Какие-то идеи так и не будут реализованы”, — прогнозирует он».

Укажите возможные причины, почему убыточные активы могут быть интересны инвесторам и как падение интереса инвесторов к убыточным активам может привести к негативным последствиям для венчурного рынка.

Задание 5 (25 баллов)

«Инвесторы в России в основном переключаются на дивидендную стратегию, то есть отдают предпочтение активам, которые уже приносят прибыль или могут стать безубыточными в течение года, согласен Арсений Даббах. Среди других трендов, которые будут основными на венчурном рынке в ближайшее время, он отметил возможность господдержки проектов, связанных с импортозамещением.»

а) Почему инвесторы выбирают дивидендную стратегию?

б) Объясните, каким образом может отразиться на рынке стартапов господдержка проектов, связанных с импортозамещением.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»**

9–10 классы

Задание 1 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Примеры верных ответов:

1) товарный знак - охраняемое право интеллектуальной собственности; обозначение, служащее для индивидуализации товаров юридических лиц или индивидуальных предпринимателей; в качестве товарных знаков могут быть зарегистрированы словесные, изобразительные, объемные и другие обозначения или их комбинации.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это «право интеллектуальной собственности».

2) пользовательский контент - любой контент (текст, видео, изображение, обзоры, отзывы, комментарии и т. д.), созданный людьми, а не брендами.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это контент, созданный людьми/пользователями, а не компаниями.

3) бенефициар – выгодоприобретатель, физическое или юридическое лицо, которому предназначен денежный платёж; получатель денег.

4) онлайн-дистрибьютор - предприятие, которое официально представляет производителя (вендора) на какой-либо территории, осуществляет ввоз товаров, хранение, сбыт и гарантийное обслуживание посредством технологий дистанционного (онлайн) взаимодействия.

5) экосистема видеосервисов - набор собственных или партнерских сервисов (видеосервисов), часто объединенных вокруг одной компании.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждое из 5 определений.

За каждое определение:

- 3 балла – приведено определение по понятию, определение является полным, отсутствуют ошибки и неточности;

- 1–2 балла. – приведено определение по понятию, в котором присутствует 1–2 неточности ИЛИ приведено неполное определение;

- 0 баллов – определение не приведено ИЛИ не является верным. По определению «товарный знак» нет упоминания того, что это «право интеллектуальной собственности».

Задание 2 (10 баллов)

Формулировки ответов могут различаться. Учитывается упоминание следующей информации: «Руформ» необходим холдингу для построения «полноценной экосистемы видеосервисов, адресованной сегментам аудитории с разными моделями видеопотребления». ООО «ТНТМузыкальный» является непрофильным активом.

Баллы выставляются следующим образом.

6–10 баллов – в ответе присутствуют обе причины или указаны дополнительные обоснованные причины со ссылкой на текст кейса. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.

1–5 баллов – в ответе присутствует только одна из причин. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.

0 баллов – причины отсутствуют или не являются верными.

Задание 3 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Примеры преимуществ развития российского аналога Youtube для государства:

- замедление утечки капитала, рекламные бюджеты не утекают за границу;
- способствует развитию IT и медиа в стране и в целом благотворно влияет на экономическое развитие

Примеры недостатков:

- необходимость поддержания такого развития субсидиями и налоговыми льготами в условиях высокой конкуренции с иностранными компаниями

Примеры преимуществ и недостатков для медиахолдингов

- генерация дополнительных доходов от баннерной и контекстной рекламы, которые сейчас уходят Youtube;
- расширение аудитории за счет включения новых сегментов и др.
- расширение возможностей партнёрства и взаимодействия - с российской компанией гораздо проще договориться о совместной деятельности, установить партнёрские связи, создать совместный проект.

Недостатки:

- из-за того, что государству проще регулировать такую платформу, медиахолдинги могут столкнуться с гораздо более жёсткой цензурой, чем та, которую государство могло наложить на иностранные сервисы

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 4 разделов.

Каждый раздел

1. Преимущества для государства
2. Преимущества для медиахолдингов
3. Недостатка для государства
4. Недостатки для медиахолдингов

оценивается отдельно по 5-балльной шкале:

5 баллов- верно указано 3 и более преимущества / недостатка;

3 балла - верно указано 2 преимущества / недостатка; 1 балл - верно указано 1 преимущество / недостаток; 0 баллов - ответа нет, либо ответ неверный.

Задание 4 (10 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 2 частей вопроса:

1. Перечисление заинтересованных сторон (максимум 5 баллов)
 - a. Роскомнадзор
 - b. Youtube
 - c. Google

- d. Пользователи
 - e. Государство
2. Описание последствий принятия законопроекта (максимум 5 баллов).

Например, перераспределение рекламных бюджетов между российскими компаниями, для игроков медиарынка может быть потеря доходов от рекламы в Youtube, для рекламодателей – сложности с доступом к аудитории видеосервиса.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

Часть 1. Заинтересованные стороны

- 1–5 баллов – в зависимости от количества упомянутых стейкхолдеров;
- 0 баллов: не упомянут ни один из перечисленных стейкхолдеров

Часть 2. Последствия принятия законопроекта

- 4–5 баллов – указаны конкретное последствие, вовлеченные стороны последствия, направление эффекта последствия
- 1–3 балла – указаны конкретное последствие без упоминания взаимосвязи с вовлеченными сторонами и/или направлением эффекта последствия
- 0 баллов – нет ответа / ответ неверный

Задание 5 (20 баллов)

Решение состоит из двух частей: расчетная часть и аналитическая часть.

Пример решения расчетной части:

	Выручка	Прибыль
Руформ	2019 – 1,8 млрд. руб.	2019 – -5 млн. руб.
	2018 – 1,2 млрд. руб.	2018 – 35,7 млн. руб.
ТНТ Музыкальный	2019 – 3,7 млрд. руб.	2019 – 54 млн. руб.
	2018 – 2,4 млрд. руб.	2018 – 5,1 млн. руб.

В качестве абсолютных показателей динамики могут быть проанализированы абсолютные приросты выручки и прибыли компаний, в качестве относительный показателей динамики могут быть проанализированы темпы роста выручки и прибыли компаний. Использование других абсолютных и относительных показателей динамики (при условии корректности расчетов) не является основанием для снижения баллов.

Прирост выручки Руформ – 0,6 млрд. р., ТНТ – 1,3 млрд. р.

Прирост прибыли Руформ - -40,7 млн. р., ТНТ – 38,9 млн.р.

Темп роста выручки Руформ – 1,5, ТНТ – 1,54

Темп роста прибыли Руформ - -0,14, ТНТ – 10,58

Пример корректного ответа в аналитической части:

ОТСУТСТВУЕТ

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

Часть 1. Расчеты

- 10 баллов: решение (и логика, и расчеты) совпадает с эталонным, нет арифметических ошибок, указаны единицы измерения;
- 5–9 баллов – логика совпадает с эталонной, есть арифметические ошибки, и/или не указаны единицы измерения;
- 1–4 балла – присутствует логика решения, есть значительные арифметические ошибки;
- 0 баллов – решение отсутствует либо оно неверное, используются некорректные показатели.

Часть 2. Выводы

- 6–10 баллов – приведены адекватные выводы, в которых есть прямые ссылки на проведенные расчеты, в выводах приведен анализ всех рассчитанных показателей;
- 1–5 баллов – приведены адекватные выводы, в которых есть прямые ссылки на проведенные расчеты; в выводах приведен анализ НЕ всех рассчитанных показателей.
- 0 баллов – корректные выводы отсутствуют, нет необходимых показателей.

Задание 6 (10 баллов)

Причинами возникновения убытка при росте выручки могут быть инвестиции в создание нового контента, дорогостоящая рекламная кампания по продвижению сервиса и другие.

Итоговая оценка складывается из суммы баллов за указание возможных причин. За верное указание каждой причины ставится 2 балла

- 10 баллов – верно указаны 5 или более причин;
- 1–8 баллов: указаны 1–4 причины и/или часть причин сформулированы расплывчато или не являются верными;
- 0 баллов – ответа нет, либо ответ неверный

Задание 7 (15 баллов)

В статье указано, что за счет приобретения актива «на фоне растущей популярности в молодежной среде коротких вертикальных форматов «Газпром» дополнит экосистему ресурсом, ориентированным на такую модель».

Как показывают данные из таблицы в сегментах 12–24, 25–34 лет показатель Reach (количество человек, которые зашли на страницы медийных каналов хотя бы 1 раз за период) для Rutube существенно выше, поэтому можно считать, что цель достигнута.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов за каждую часть решения. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

- 0–3 балла: на основании информации указана стратегическая цель компании «Газпром»;
- 0–4 балла – указано, что цели удалось достичь;
- 0–8 баллов – представлен анализ показателей из таблицы близкий к эталонному

11 класс

Задание 1 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться.

Под синергетическим эффектом понимается результирующий эффект, который проявляется в возрастании показателей результативности бизнес-процессов организации в процессе взаимодействия и интеграции разрозненных процессов в слаженную систему.

Максимальное количество баллов за отдельный пример (3 балла) выставляется, если приведены названия компаний из статьи (сервис интернет-платежей «Юмани» (экс-«Яндекс.Деньги»), портал недвижимости «Домклик», телекоммуникационный оператор «СберМобайл», развлекательные интернет-сервисы (онлайн-кинотеатр Okko, «СберЗвук»), медицинские сервисы («Сбер Аптека», DocDoc), маркетплейс для покупки автомобилей «СберАвто», проекты в сферах информационной безопасности (Bi.Zone), распознавания речи и лиц (Vision Labs, «Центр речевых технологий»), искусственного интеллекта (Cognitive Pilot), облачных технологий (SberCloud), а также разработчик устройств SberDevices), и дано пояснение о том, как может проявиться синергетический эффект.

Например, для технологической функции синергетический эффект может проявиться во взаимодействии телекоммуникационного оператора «СберМобайл» и разработчика устройств SberDevices в виде разработки специализированного телекоммуникационного устройства.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 5 функций. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

За каждую функцию баллы выставляются следующим образом.

- 4–5 баллов – приведены 2 и более примера, в примерах приведены названия компаний из статьи, дано пояснение о том, как может проявиться синергетический эффект
- 3 балла – приведены 1 корректный пример, в примере приведены названия компаний из статьи, дано пояснение о том, как может проявиться синергетический эффект
- 1–2 балла – в примере не приведены названия компаний из кейса или не пояснено, в каком виде проявится синергетический эффект.
- 0 баллов – пример не приведен, или пример не отражает синергетического эффекта для конкретной функции

Задание 2 (20 баллов)

Максимальное количество баллов дается за соответствие решения эталонному.

В данном случае под сроком наступления безубыточности проекта предполагается период окупаемости проекта и рассчитывается как отношение первоначальных инвестиций в проект к среднегодовой доходности проекта.

Предположим, что средний курс доллара США в период 2017–2019 гг составил 64 руб. за доллар США. Тогда, инвестиции в проект составили 64 млрд. руб. Предполагается, что валовая прибыль Сбера в 2020–2022 гг. составит 130 млрд руб. Если предположить, что прибыль распределится по годам равномерно, то показатели прибыли будут 43,3 млрд./год. Тогда, точка безубыточности наступит через 1,5 года.

Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

- 20 баллов – решение полностью соответствует эталонному
- 10–19 баллов – логика решения совпадает с эталонной, но присутствуют незначительные арифметические ошибки и/или не учитывается расхождение в итоговом

ответе, связанное с используемым средним курсом доллара США, если курс находится в диапазоне 60–70 руб за доллар.

- 6–9 баллов – логика решения совпадает с эталонной, но присутствуют значительные арифметические ошибки, например, не учтено, что размер инвестиций приведен в долларах США, а выручка и прибыль в рублях; некорректно (взаимозаменяемо) использованы показатели выручки и прибыли и т.п. 0–5 балла – в решении упомянуты понятия “точка безубыточности”, “ставка дисконтирования”, сформулированы допущения, но срок наступления безубыточности проекта не посчитан.

- 0 баллов – решение не представлено, или решение неверное

Задание 3 (20 баллов)

Формулировка “возможность достижения чего-либо” не является корректным описанием преимущества

Примеры возможных вариантов ответов.

Преимущества партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для Сбера:

- диверсификация продуктовой линейки
- аутсорсинг непрофильных операций

Недостатки партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для Сбера:

- транзакционные издержки. Любое заключение контрактов и сделок сопровождается транзакционными издержками, и чем крупнее компания, тем эти издержки выше. Чтобы заключить партнерское соглашение, нужно провести множество юридических процедур, что является небыстрым и сложным процессом.

Недостатки партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для партнеров.

- Несовместимые идеологии двух компаний (например, если нефинансовая компания окажется консервативной, ей, вероятно, будет трудно сотрудничать со Сбером).

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 4 разделов. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ, расплывчатые формулировки.

Каждый раздел

1. Преимущества партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для Сбера,

2. Недостатки партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для Сбера,

3. Преимущества партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для партнеров,

4. Недостатки партнерства экосистемы Сбера с независимыми компаниями нефинансового сектора для партнеров,

оценивается отдельно по 5-балльной шкале:

- 5 баллов- верно указано 3 и более преимущества / недостатка;
- 3–4 балла - указано 2 преимущества / недостатка;
- 1–2 балл - указано 1 преимущество / недостаток;
- 0 баллов - ответа нет, либо ответ неверный.

Максимальная сумма 20 баллов выставляется только если верно указаны 3 и более преимущества и 3 и более недостатка для:

- Сбера
- Партнеров

Задание 4 (20 баллов)

Примеры возможных вариантов ответов:

Для сегмента 60+:

- Для людей в возрасте наиболее перспективными направлениями развития могут стать мобильные лаборатории для осмотра и сдачи анализов, создать такие можно в партнерстве, например, с Ситилаб. Для диагностики можно использовать алгоритм Сбера, который определяет наличие COVID-19 по кашлю пациента.

- Создание гаджетов (по примеру фитнес-трекеров), которые могут помочь отслеживать уровень сахара в крови, пульс, давление, отличительной особенностью от трекеров Xiaomi должна являться точность показаний. Можно также добавить функцию вызова скорой\звонка по заданному номеру, в случае, если браслет понял, что его хозяин, например, упал. Партнером может стать Elary, Xiaomi, LG, Mail.ru Group и другие крупные IT-компании, а также медицинские компании, как например, Ситилаб.

Сегмент молодежи:

- Поддержка отечественных производителей аудиотехники, таких как CG и их наушников CG rods. Это позволит Сберу интегрировать свои наработки в сфере искусственного интеллекта и BigData, а также их музыкальные стриминговые сервисы с качественным производителем аудиотехники, который адаптирован под российский рынок. Тем более, что эта компания позиционирует себя, как молодежный российский бренд.

- Создание технологичной молодежной одежды, используя свою айдентику. Это позволит глубже интегрироваться в молодежную сферу, а также завоевать популярность среди любителей моды. Прибыль можно собирать за счет высокого ценника, что является вполне обычным делом для индустрии одежды. Также, подобные интеграции стоит делать с неким юмористическим посылом, чтобы еще больше заинтересовать молодежь. Делать принты с мемами, обыгрывая известные компании и бренды. Сотрудничать можно с такими российскими производителями молодежной одежды, как Запорожец, Земля, Omerta, продавать одежду через сеть магазинов Hard Store.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, за указание компаний (4 балла), а также полученных участником за каждый из 2 сегментов. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ, расплывчатые формулировки.

За каждый сегмент баллы выставляются следующим образом.

- 0–6 баллов за варианты развития экосистемы в обоих сегментах (по 2 балла за каждый вариант)
- 0–2 балла – наличие примера в каждом из сегментов

Задание 5 (20 баллов)

Названия компаний из статьи:

- сервис интернет-платежей «Юмани»
- портал недвижимости «Домклик»
- телекоммуникационный оператор «СберМобайл»
- онлайн-кинотеатр Okko
- «СберЗвук» (развлекательный интернет-сервис)

- «Сбер Еаптека»
- DocDoc
- «СберАвто»
- Vi.Zone (информационная безопасность)
- Vision Labs (распознавание речи и лиц)
- «Центр речевых технологий»
- Cognitive Pilot (искусственный интеллект)
- SberCloud (облачные технологии)
- SberDevices (разработчик устройств)

Направления ESG

- Экология
- Социальная ответственность
- Корпоративная ответственность

Примеры возможных вариантов ответов о вкладе компании в развитие повестки ESG:

- компания «СберЕаптека» может повысить доступность лекарственных средств различным категориям граждан в большинстве регионов страны, таким образом внести вклад в улучшение социального-экономического положения, в первую очередь, в регионах.

- медицинские сервисы («Сбер Еаптека», DocDoc) могут внести существенный вклад в социальном направлении. Сбербанк может через приложение помогать людям в определении болезни, рекомендациях врачей, консультировать по поводу их здоровья и в принципе агитировать вести активный и здоровый образ жизни. Это все, в свою очередь, будет улучшать здоровье всего общества.

- проект распознавания речи и лиц Vision Labs поможет обеспечить надёжность данных клиентов Сбера во всех сферах. Такие биометрические данные невозможно использовать третьим лицам, что также повышает социальную и корпоративную ответственность Сбера. Кроме того, подобные технологии в перспективе смогу снизить уровень пластиковых отходов недействующих пластиковых карт и бумажных отходов некоторых документов, информацию о которых можно будет получать по биометрическим данным. Это вклад в реализацию экологической ответственности компании.

Итоговая оценка складывается из суммы баллов за верное выделение и обоснование 4 или более примеров компаний, которые вносят вклад в реализацию ESG в определенном направлении. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ, расплывчатые формулировки.

Каждый пример оценивается следующим образом:

- 5 баллов – приведен пример одной из компаний, указанных в статье, указано конкретное направление повестки ESG, направление деятельности компании соответствует указанному направлению повестки ESG. Пояснено, каким образом компания может внести вклад в реализацию повестки ESG.

- 3–4 балла – приведен пример одной из компаний, указанных в статье, указано конкретное направление развития повестки ESG, направление деятельности компании соответствует указанному направлению повестки ESG. Но отсутствуют пояснения, каким именно образом компания может внести вклад в данную повестку.

- 1–2 балла – приведен пример одной из компаний, указанных в статье, указано конкретное направление развития повестки ESG и каким образом компания может внести вклад в реализацию данной повестки, но направление деятельности компании напрямую не соответствует заявленному направлению повестки ESG.

- 0 баллов – решение не представлено, или не приведен пример компании, указанной в статье, или приведен пример одной из компаний, указанной в статье, но не указано конкретное направление развития повестки ESG и отсутствуют пояснения, каким именно образом компания может внести вклад в данную повестку.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»**

9–10 классы

Задание 1 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Примеры верных ответов:

1. IPO (Initial Public Offering) – это первичное публичное размещение акций (ценных бумаг акционерного общества), в результате которого компания становится публичной и может предлагать к продаже акции неограниченному количеству лиц.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) первичное (2) размещение акций, (3) в результате которого компания становится публичной.

2. Опционная программа – это способ мотивации и стимулирования персонала компании с помощью предоставления права выкупа доли в компании за выполнение KPI или достижение других целей.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что (1) это способ мотивации персонала компании, (2) предоставляется право выкупа (3) доли в компании.

3. Гибридная модель магазинов – (в тексте кейса) это модель магазинов, которая сочетает в себе традиционную продуктовую розницу и работу на доставку продуктов на дом.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание двух составляющих частей гибридной модели (офлайн + онлайн).

4. Публичная компания – компания, ценные бумаги которой обращаются на бирже (фондовом рынке) и предлагаются к покупке неограниченному числу лиц (без ограничений). В России публичные компании представлены в организационно-правовой форме Публичных акционерных обществ (ПАО) (ст. 66.3 ГК РФ: «Публичным является акционерное общество, акции которого и ценные бумаги которого, конвертируемые в его акции, публично размещаются (путем открытой подписки) или публично обращаются на условиях, установленных законами о ценных бумагах. Правила о публичных обществах применяются также к акционерным обществам, устав и фирменное наименование которых содержат указание на то, что общество является публичным»).

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание (1) публичного размещения и (2) свободного обращения (3) акций (ценных бумаг акционерных обществ).

5. Гипотеза ценности – (в тексте кейса) предположение основателей и топ-менеджеров компании об основном ценностном предложении, предоставляемом покупателю. Проверка гипотезы ценности осуществляется в процессе тестирования прототипа продукта (MVP) и может подтвердиться (ценность для потребителя есть) или быть опровергнута (текст кейса: «россиянам не нужны отдельные магазины с замороженными готовыми блюдами и продуктами»).

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что гипотеза ценности представляет собой (1) предположение топ-менеджеров, (2) сформированное относительно основного ценностного предложения, (3) которое тестируется путем предложения покупателем (и может быть подтверждено или опровергнуто).

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждое из 5 определений.

За каждое определение:

- 3 балла – приведено определение по понятию, определение является полным, отсутствуют ошибки и неточности;
- 1–2 балла – приведено определение по понятию, в котором присутствует 1–2 неточности ИЛИ приведено неполное определение;
- 0 баллов – определение не приведено ИЛИ не является верным.

Задание 2 (10 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Быстрорастущей является компания, которая показывает ежегодные высокие темпы роста основных финансовых показателей (обычно – выручки). Так, ежегодно РБК публикует список быстрорастущих компаний, выделяемых на основании следующих критериев: ежегодный рост выручки на 20% на протяжении последних 3 лет. Рейтинги Интерфакс построены на схожем принципе – компания признается быстрорастущей при темпах роста свыше 10% на протяжении последних 4 лет. В списках Forbes «бурно развивающиеся компании» выделяются на основании рейтинговой системы (принцип пропорции от общего числа) (например, ТОП-5 компаний, имеющих наибольшие темпы роста выручки (50%+)). Также можно взять во внимание критерий роста компании относительно роста рынка (отдельной отрасли или индекса Мосбиржи/NASDAQ и т.п.).

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что компания имеет (1) постоянные, стабильные (3-4 года) (2) темпы роста выручки, которые (3) больше, чем у большинства других компаний.

В качестве критериев определения быстрорастущих компаний могут быть взяты в учет выручка, темп прироста выручки и возраст компании. Вместо показателей выручки могут учитываться темпы прироста прибыли, количества работников и другие показатели, позволяющие доказать наличие стабильного роста компании (а не разового роста, находящегося в зависимости от каких-либо внутренних или внешних факторов).

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

- Макс. 3 балла – за определение «быстрорастущей компании»
- Макс. 7 баллов – за указание критериев, по которым можно определить «быстрорастущую компанию».

Задание 3 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

1. Преимущества выхода на IPO:

- Репутационный фактор (текст кейса: «Публичный статус — это высшая лига бизнеса. Футбольные команды второй лиги всегда мечтают попасть в первую и высшую, — объясняет Кривенко»)
- Повышение доверия и надежности компании (текст кейса: «Все требования к публичным компаниям нас не пугают, мы обожаем аудиты, а стандарты IPO имеют здравый смысл, они нас подталкивают к тому, что не сделали бы сами»)
- Возможность привлечения дополнительного финансирования (текст кейса: «Но, отмечает Кривенко, публичный статус даст возможность компании при необходимости обходиться и дальше без значительных заемных средств: если нужно будет «быстренько

увеличить» сеть дарксторов (магазин-склад без покупателей) в три раза, компания просто продаст «чуть-чуть своих акций на бирже»)

2. Преимущества привлечения стратегического инвестора:

- Отсутствие высокой волатильности и неопределенности в оценке рыночной стоимости компании (стоимость компании определяется сторонами совместно)
- Возможность участия стратегического инвестора, обладающего компетентностью в схожей сфере, в деятельности компании
- Возможность дополнительного привлечения средств от основного стратегического инвестора

3. Преимущества заемного финансирования:

- Точное определение суммы займа и стоимости заемного капитала (низкая волатильность и зависимость от внешних факторов)
- Отсутствие продажи доли в компании (процесс принятия решений остается внутри компании)
- Более быстрый и менее ресурсоемкий процесс (отсутствие необходимости приведения деятельности в соответствие стандартам или поиска и договорного процесса со стратегическим инвестором)

4. Недостатки выхода на IPO:

- Необходимость приведения деятельности в соответствие требованиям бирж к публичным компаниям (текст кейса: «аудиты, стандарты IPO»)
- Высокие затраты временных и денежных ресурсов на подготовку компании к выходу на IPO (составление плана-проспекта эмиссии ценных бумаг и иных документов)
- Возможная высокая волатильность акций (зависимость от внешних факторов) и неопределенность в оценке стоимости компании (текст кейса: «Основатель «Вкусвилла» не дает собственной текущей оценки бизнеса»)

5. Недостатки привлечения стратегического инвестора:

- Длительный договорный процесс и возможность отказа стратегического инвестора от сделки в любой момент времени
- Ограничения деятельности из-за возможного участия стратегического инвестора в принятии решений в организации (право вето на решения и т. п.)
- Возможность выхода инвестора в процессе деятельности компании (требование выкупа доли и возврата суммы инвестиций, отток финансовых средств из организации)

6. Недостатки заемного финансирования:

- Сложности привлечения дополнительного заемного финансирования (при невозврате предыдущего)
- Более высокие риски (отсутствие разделения рисков между компанией и инвестором/инвесторами)
- Сложности получения больших сумм заемных средств, необходимость залогового или иного обеспечения кредитных обязательств

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 6 разделов.

Каждый раздел

1. Преимущества выхода на IPO (4 балла)
2. Преимущества привлечения стратегического инвестора (3 балла)

3. Преимущества заемного финансирования (3 балла)
4. Недостатки выхода на IPO (4 балла)
5. Недостатки привлечения стратегического инвестора (3 балла)
6. Недостатки заемного финансирования (3 балла)

оценивается отдельно по 3- (4)-балльной шкале:

- 3 (4) баллов - верно указано 3 и более преимущества / недостатка (для раздела «преимущества/недостатки выхода на IPO» выставляется дополнительный 1 балл дается за использование как информации из текста кейса, так и собственных рассуждений);
- 2 балла - верно указано 2 преимущества / недостатка;
- 1 балл - верно указано 1 преимущество / недостаток;
- 0 баллов - ответа нет, либо ответ неверный.

Задание 4 (10 баллов)

Формулировки ответов могут различаться. Учитывается упоминание следующей информации:

Текст кейса: «Уже долгое время основатель «Вкусвилла» не участвует в операционном управлении компанией: как объясняет сам Кривенко, его основная роль — командообразование. В основном он консультирует коллег и выступает арбитром в конфликтных ситуациях, которые в компании считают возможностью для роста».

Деятельность основателя «Вкусвилла» и его основная ценность, согласно данным кейса, заключается в командообразовании и разрешении конфликтных ситуаций внутри коллектива.

Разница между основателем и руководителем компании заключается в разделении ролей и зон ответственности: руководитель обычно отвечает за операционное управление, а основатель – за стратегическое развитие компании. При распределении зон ответственности необходимо учитывать соответствующие роли: сферой деятельности основателя может быть кадровый подбор руководителей высшего звена, командообразование, установление и контроль целевых показателей, стратегическое планирование и т. п.; сферой деятельности руководителя – обеспечение текущей деятельности компании, выстраивание организационной структуры и командообразование на уровне работников среднего звена, постановка задач и контроль их исполнения и т. п.

Баллы выставляются следующим образом.

- 6–10 баллов – в ответе присутствуют полные и верные ответы на все вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей или отсутствием ответа на какую-либо часть задания.
- 1–5 баллов – в ответе присутствует полный ответ менее, чем на половину вопросов, или неполный ответ на все вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.
- 0 баллов – ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих засчитать ответ как верный.

Задание 5 (20 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 2 частей вопроса. Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

А) Ребрендинг представляет собой комплекс мероприятий по смене логотипа, слогана, фирменных цветов, фирменного наименования и других компонентов восприятия

бренда потребителями. Недавний ребрендинг многих компаний отражает такие ценности и тренды, как: охват разных сервисов, нацеленных на клиента (клиентоориентированная экосистемность), скорость адаптации к изменениям, внедрение новых технологий (особенно в сфере e-commerce) и т. п.

Б) Тренды и факторы макросреды: экосистемность, гибридный формат работы, сочетание онлайн и офлайн форматов, изменение потребительских предпочтений (предпочтение в пользу онлайн-заказа и экспресс-доставки), ограничения в связи с пандемией COVID и т. п. В отрасли розничной торговли произошли изменения позиционирования, направленные на уход от традиционной модели «ритейла» (например, X5 Retail Group убрали слово Retail из названия компании; перешли в нишу доставки, сделав упор на Перекресток Экспресс, купив компанию «Много лосося» для дополнения компетенций в доставке из dark kitchen и т. п.). Изменения модели данных компаний направлены на охват гибридной модели (офлайн+онлайн).

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

- 8–10 баллов – дан полный и верный ответ на поставленные вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием негрубых неточностей.
- 5–7 баллов – дан неполный ответ или присутствует 1–2 грубая неточность (грубые неточности)
- 1–4 баллов – дан частично верный ответ на часть поставленного вопроса (неполный ответ) или имеется большое количество грубых неточностей.
- 0 баллов – ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих засчитать ответ как частично верный.

Задание 6 (10 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 3 частей вопроса. Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

1. Триггеры для совершения покупок в традиционных розничных магазинах: акционные предложения и скидки, а также определенные товары, недоступные онлайн; возможность дегустации и других способов «пробы» продукта вживую перед совершением покупки; необходимость купить небольшое количество товарных позиций по небольшой стоимости (отсутствие минимальной суммы заказа); возможность приобрести товар здесь и сейчас без ожидания курьера; возможность круглосуточной работы

2. Триггеры для совершения онлайн-покупок с доставкой на дом: необходимость быстрой доставки продуктов (экономия времени), большой объем покупки (большое количество продуктов, высокий суммарный вес покупок и возможность довести купленный товар до дома самостоятельно), отсутствие возможности приобрести товары иным способом (ограничения в связи с COVID и т. п.)

Влияния триггеров на финансовые показатели и другие аспекты функционирования продуктовых ритейлеров: рост выручки, рост количества новых покупателей, увеличение возвращаемости клиентов (рост количества повторных заказов), рост среднего чека, совершение большого количества допродаж за счет «мелочей у кассы» и схожих товаров (во время ожидания очереди или «случайного» просмотра товара) и т. п.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 3 частей

- 3 балла – за указание триггеров для совершения покупок в традиционных розничных магазинах;

- 3 балла – за указание триггеров для совершения онлайн-покупок с доставкой на дом;
- 4 балла – указание влияния триггеров на показатели деятельности компании

За каждую часть:

- 3 (4) балла – приведен полный и верный ответ, отсутствуют ошибки и неточности; ответ основан на информации из кейса;
- 1–2 (3) балла – приведен частично верный ответ или ответ неполный (не соответствует данным из кейса или не содержит важной дополнительной информации);
- 0 баллов – ответ отсутствует ИЛИ не является верным.

Задание 7 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

- Отсутствие спроса на определенный товар (замороженные готовые блюда и продукты)
- Наличие высокой рыночной власти субститутов (сервисы заказа горячей еды из ресторана или продуктов из магазинов)
- Неверно выбранный формат (традиционная розница)
- Отсутствие учета изменения потребительских предпочтений (переход на онлайн-заказы с доставкой на дом)
- Высокие цены на товары (в связи с высокой себестоимостью продукции)
- Слишком узкий сегмент (замороженная готовая продукция)

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждое из 5 выводов в отношении продукции ВкусВилл Айс и причин закрытия данного проекта.

За каждый вывод:

- 3 балла – приведен полный и верный ответ, отсутствуют ошибки и неточности; ответ основан на информации из кейса;
- 1–2 балла – приведен частично верный ответ или ответ неполный (не соответствует данным из кейса или не содержит важной дополнительной информации);
- 0 баллов – ответ отсутствует ИЛИ не является верным.

11 класс**Задание 1 (20 баллов)**

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Возможные инструменты для анализа: анализ факторов макросреды (PESTEL-анализ, сценарный крест, анализ трендов и тенденций и т. п.), анализ привлекательности отрасли (анализ 5 сил Портера, жизненный цикл отрасли по Адизесу и т. п.), анализ рынка и конкурентов (SNW-анализ, ключевые факторы успеха и т. п.).

Возможные ответы (на основании информации из кейса): спрос на низкобюджетные (низкотарифные (low-fare), экономные) внутренние перевозки, развитие лоукостеров и низкого ценового сегмента в ведущих авиакомпаниях; развитие межрегиональных перевозок в обход Москвы и Санкт-Петербурга (Казань, Омск, Челябинск) и развитие региональных хабов; конкуренция с наземным транспортом (автомобильными, автобусными, железнодорожными перевозками и другими субститутами); тренд на мобильность населения и т. п.

Указание состояния отрасли до, во время и после пандемии должно быть сопряжено с анализом (1) ограничений, коснувшихся отрасли авиаперевозок, а также (2) изменения потребительских предпочтений.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

- Макс. 10 баллов – анализ влияния пандемии COVID-19 на макросреду, отрасль, компанию
- Макс. 10 баллов – анализ состояния отрасли до, во время и после пандемии

Задание 2 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Возможные изменения в условиях потребительского спроса, повлиявшие на решение об открытии межрегионального лоукостера:

- Снижение платежеспособности и реальных доходов населения
- Повышение ценовой чувствительности при выборе авиабилетов (выбор более дешевого варианта при прочих равных условиях)
- Тренд на мобильность населения (в частности, в связи с переходом большого количества сотрудников на дистанционный формат работы и оттоком населения из крупных городов)
- Переход большого количества пассажиров с наземного на воздушный транспорт (при условии, что затраты на авиаперелеты равны или незначительно выше субститутов)
- Развитие внутреннего туризма в связи с закрытием международных границ на фоне пандемии COVID-19
- Спрос на короткие внутренние авиаперелеты (с более низкими требованиями к качеству и уровню сервиса)

Ответ на вопрос должен предполагать рассмотрение изменений с двух сторон: (1) выбора модели лоукост-перевозчика и (2) выбора модели межрегиональных перевозок в обход г. Москвы и Санкт-Петербурга.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

- Макс. 10 баллов – анализ изменения в условиях потребительского спроса
- Макс. 10 баллов – указание влияния выявленных изменений на решение авиакомпании об открытии межрегионального лоукостера

Задание 3 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный, неполный или частично верный ответ. Возможные варианты ответов представлены ниже.

1. Преимущества покупки парка самолетов в лизинг:

- Отсутствие необходимости нести единовременные крупные расходы в связи с самостоятельной покупкой самолетов
- Возможность тестирования гипотез и спроса в новой для компании бизнес-модели (без существенных затрат на старте, а с их равномерным распределением на длительный период)
- Большая доступность и отсутствие необходимости сбора большого количества документов (в сравнении с кредитованием для приобретения воздушного судна в собственность)
- Возможность использования дополнительных воздушных судов в дополнение к другим имеющимся (при высоком спросе или необходимости открытия новых рейсов)
- Возможность использования для быстрого обновления авиапарка
- Возможность выбора определенного воздушного судна (закупается самолет нужной марки, модели; а также состояния и возраста - при покупке б/у техники) (в отличие от аренды, где выбор судна ограничен)
- Возможность приобретения в лизинг судна даже небольшими малоизвестными авиакомпаниями для расширения своего присутствия на рынке без существенных вложений
- Наличие большого количества видов лизинга (финансовый, операционный, с выкупом и без, т. п., возможность выбора типа лизинга под нужды компании)

2. Недостатки покупки парка самолетов в лизинг:

- Преимущественно жесткие и негибкие условия лизингового договора (с возможностью изъятия судна и применения штрафных санкций)
- Преимущественно длительный срок лизингового соглашения (долгосрочные обязательства), сопряженные с риском морального устаревания взятого в лизинг судна
- Дорогостоящее страхование, а также дополнительные расходы на обслуживание лизинговых воздушных судов (например, обязанность ремонта судна при его возврате)
- Ограниченное число потенциальных лизингодателей, которые могут устанавливать свои условия договора

3. Преимущества открытия сети межрегиональных перелетов, минуя Москву и Санкт-Петербург:

- Снижение нагрузки и пассажиропотока на крупные аэропорты в г. Москва и Санкт-Петербург
- Более равномерное распределение межрегиональных перелетов между разными городами России
- Улучшение транспортной инфраструктуры городов кроме г. Москва и Санкт-Петербург

- Низкая конкуренция на рынке межрегиональных перевозок
- Более низкие тарифы за пользование региональными аэропортами (снижение себестоимости полетов)
- Возможность получения государственного субсидирования на организацию межрегиональных перевозок

4. Недостатки открытия сети межрегиональных перелетов, минуя Москву и Санкт-Петербург:

- Неразвитость региональных пересадочных узлов, в связи с чем возникает сложность организации стыковочных рейсов
- Сложности прогнозирования спроса на рейсы между городами, которые не связаны авиационным сообщением. Меньшая платежеспособность пассажиров рейсов (в сравнении с пассажирами, летающими из Москвы и Санкт-Петербурга)
- Частое отсутствие достаточной загрузки межрегиональных рейсов (убыточность некоторых направлений)

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 4 разделов.

Каждый раздел

- Преимущества покупки парка самолетов в лизинг
- Недостатки покупки парка самолетов в лизинг
- Преимущества открытия сети межрегиональных перелетов, минуя Москву и Санкт-Петербург
- Недостатки открытия сети межрегиональных перелетов, минуя Москву и Санкт-Петербург

оценивается отдельно по пятибалльной шкале:

- 4–5 баллов - верно указано 3 и более преимущества / недостатка (снижение баллов возможно за неточный, неполный или частично верный ответ);
- 2–3 балла - верно указано 2 преимущества / недостатка (снижение баллов возможно за неточный, неполный или частично верный ответ);
- 1 балл - верно указано 1 преимущество / недостаток;
- 0 баллов - ответа нет, либо ответ неверный.

Задание 4 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Возможные перспективы развития лоукостера с учетом возможных ближайших действий конкурентов:

- Альтернатива-1: Сильная конкуренция с лоукостерами и бюджетными авиаперевозчиками, демпинг цен
- Альтернатива-2: Сильная конкуренция с другими авиаперевозчиками при сохранении рыночных цен
- Альтернатива-3: Средняя или низкая конкуренция с другими авиаперевозчиками при высоком потребительском спросе
- Альтернатива-4: Сотрудничество с другими авиаперевозчиками и организация совместных рейсов на малозагруженных маршрутах

Возможные перспективы развития лоукостера с учетом возможных ограничений деятельности в связи с пандемией COVID-19:

- Альтернатива-1: Запрет внутреннего и межгосударственного туризма
- Альтернатива-2: Введение ограничений на перелеты (соблюдение дистанции между пассажирами, соблюдение масочного режима, допущение к полетам по наличию QR-кода и т. п.)
- Альтернатива-3: Отсутствие запретов на внутригосударственные перелеты и развитие внутреннего туризма
- Альтернатива-4: Снятие всех ограничений на авиаперелеты, в частности зарубежные

Учитывается оценка возможных альтернатив и обоснование, какой из вариантов является наиболее вероятным с учетом текущей ситуации

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

- Макс. 10 баллов – указание перспектив развития лоукостера с учетом возможных ближайших действий конкурентов
- Макс. 10 баллов – указание перспектив развития лоукостера с учетом возможных ограничений деятельности в связи с пандемией COVID-19

Задание 5 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ. Возможные варианты ответов представлены ниже.

А) Возможные варианты развития лоукостера, при которых срок окупаемости составит не менее 4 лет:

- Операционная неэффективность компании (установление конкурентных низких тарифов при высокой себестоимости перелетов)
- Снижение объемов выручки (выбор потребителями других авиакомпаний из-за более низких цен или более качественного обслуживания)
- Увеличение расходов компании (высокие постоянные затраты, отсутствие субсидирования)
- Конкурентная борьба (демпинг цен, «борьба за покупателей» и другие факторы рыночной конъюнктуры и внутриотраслевой конкуренции)

Б) Возможные операционные решения для оптимизации затрат:

- Увеличение количества пассажирских мест на воздушном судне (например, за счет отсутствия зоны для хранения продуктов питания, уменьшения багажного отсека, использования более вместительных сидений и т. п.)
- Организация партнерских рейсов (совместно с другими авиакомпаниями) на малозагруженных маршрутах
- Введение платы за дополнительные услуги (отсутствие права бесплатного провоза багажа, отсутствие бесплатной услуги выбора места и т. п.)
- Отказ от второстепенных видов деятельности (отсутствие питания во время перелета и т. п.)

В) Возможные способы противостояния региональным конкурентам (Россия, Уральские авиалинии, UTair, Smartavia, РусЛайн, Red Wings, ИрАэро, Сибирь, Азимут и т. п.):

- Предоставление более низких цен на авиаперелеты

- Получение субсидирования на определенные маршруты
- Открытие новых малораспространенных (непокрытых конкурентами), но востребованных маршрутов
- Установление более удобного и востребованного у пассажиров времени полета
- Организация удобной транспортной инфраструктуры и собственных стыковочных рейсов

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 3 частей:

- Макс. 7 баллов – указание возможных вариантов развития лоукостера, при которых срок окупаемости составит не менее 4 лет
- Макс. 6 баллов – указание возможных операционных решений для оптимизации затрат авиакомпании
- Макс. 7 баллов – указание возможных способов противостояния конкурентам (2 балла за перечисление возможных конкурентов + 5 баллов за указание способов противостояния конкуренции с их стороны)

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Основы бизнеса»**

9 класс**Задание 1 (15 баллов)**

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Примеры верных ответов:

1. M&A (mergers and acquisitions, с англ. «слияния и поглощения») — это процесс объединения активов двух компаний, в результате которого собственность компаний или их операционных подразделений передается или консолидируется с другой организацией.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) слияние и поглощение, (2) объединение активов компаний, (3) собственность компаний или их операционных подразделений передается или консолидируется с другой организацией.

2. Публичная компания — акционерное общество, акции которого обращаются на фондовом рынке (бирже) свободно, без ограничений.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что (1) это акционерное общество (публичное акционерное общество), (2) акции которого обращаются на фондовом рынке (бирже) (3) свободно, без ограничений.

3. Рыночная капитализация компании – общая стоимость акций компании, находящихся в обращении в данный момент. Рассчитывается путем умножения количества акций в обращении на цену одной акции.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) общая стоимость акций компании, (2) находящихся в обращении, (3) произведение количества акций на стоимость одной.

4. Операционные показатели – информация, которая наиболее объективно и всесторонне характеризуют финансово-хозяйственную деятельность компании в натуральном выражении.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) информация / показатели / параметры (2) характеризуют финансово-хозяйственную деятельность компании (3) в натуральном выражении.

5. Глобальная депозитарная расписка (англ. Global Depositary Receipt), ГДР (англ. GDR) — депозитарная расписка, которая, как правило, обращается в нескольких странах, обычно странах Европы, и представляет собой сертификат, выпущенный банком-депозитарием и удостоверяющий право его владельца пользоваться выгодами от депонированных в этом банке ценных бумаг иностранного эмитента.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) глобальная депозитарная расписка, (2) обращается в нескольких странах, (3) выпущена банком-депозитарием и удостоверяющая право его владельца пользоваться выгодами от депонированных в этом банке ценных бумаг иностранного эмитента.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждое из 5 определений.

За каждое определение:

- 3 балла - приведено определение по понятию, определение является полным, отсутствуют ошибки и неточности;

- 1–2 балла - приведено определение по понятию, в котором присутствует 1–2 неточности ИЛИ приведено неполное определение;
- 0 баллов - определение не приведено ИЛИ не является верным.

Задание 2 (10 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Главная цель сделок M&A — увеличить прибыль с помощью синергетического эффекта. Синергетический эффект еще называют правилом « $2 + 2 = 5$ »: он заключается в том, что стоимость целого становится больше стоимости отдельных единиц. Участники сделки могут объединить производственные, интеллектуальные и финансовые мощности и тем самым значительно сократить издержки, а значит — увеличить прибыль. Также целями таких сделок может являться: устранение конкурентов, увеличение рыночной доли, увеличение капитализации компании, выход на новые рынки — географические или отраслевые.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) синергетический эффект (2) объединение ресурсов (3) повышение капитализации, увеличение прибыли, сокращение издержек, устранение конкурентов, увеличение рыночной доли, выход на новые рынки.

Слияние — это объединение двух или более хозяйствующих субъектов, в результате которого образуется новая экономическая единица (компания, юридическое лицо). Поглощение — сделка, совершаемая с целью установления 100% контроля основного общества над хозяйствующим обществом и осуществляемая путём приобретения более 30 % уставного капитала (акций, долей, и т. п.) поглощаемой компании с последующим присоединением поглощаемой компании к основному обществу.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что (1) Слияние — это объединение, в результате которого образуется новая экономическая единица (2) поглощение — установление полного контроля основного общества над поглощаемым.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

- Макс. 5 баллов – за определение целей сделок M&A.
- Макс. 5 баллов – за определение типов сделок.

Задание 3 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Эмиссия (выпуск) ценных бумаг является самым эффективным способом привлечь большие суммы в капитал компании. В обмен на долю в капитале компания получает в бессрочное пользование денежные средства, которые могут быть направлены на развитие.

Преимущества:

- 1) привлечение дополнительного финансирования;
- 2) получение рыночной оценки;
- 3) максимизация стоимости долей основателей и акционеров;
- 4) положительная репутация за счёт статуса публичной компании;
- 5) повышение узнаваемости на рынке.

Недостатки:

- 1) высокие затраты на подготовку и размещение бумаг;
- 2) требование прозрачности деятельности;
- 3) увеличение количества собственников;
- 4) риск потери контроля над компанией;
- 5) подверженность рыночной волатильности.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из разделов.

Объяснение причины эмиссии (4 балла).

Преимущества:

- 6 (7) баллов – приведено 3 и более преимуществ (дополнительный 1 балл дается за использование как информации из текста кейса, так и собственных рассуждений);
- 4 балла – приведено 2 преимущества;
- 2 балла – приведено 1 преимущество;
- 0 баллов – ответа нет или ответ неверный.

Недостатки:

- 6 (7) баллов – приведено 3 и более недостатка (дополнительный 1 балл дается за использование как информации из текста кейса, так и собственных рассуждений);
- 4 балла – приведено 2 недостатка;
- 2 балла – приведен 1 недостаток;
- 0 баллов – ответа нет или ответ неверный.

Задание 4 (10 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможный вариант ответа представлен ниже.

Сегмент дискаунтеров и магазинов с фиксированными ценами подразумевает минимизацию издержек как со стороны продавца, чтобы обеспечить маржинальность продаж при низкой стоимости товара, так и со стороны покупателя. Покупатели готовы к более узкому ассортименту, товарам более низкой ценовой категории и меньшему количеству дополнительных сервисов со стороны продавца, в угоду снижения стоимости товара. Затраты на развитие онлайн- торговли повлекут за собой увеличение расходов и повышение цен, в то же время для покупателей стоимость доставки окажется существенной на фоне стоимости продуктовой корзины.

Баллы выставляются следующим образом.

- 6–10 баллов – в ответе присутствуют полные и верные ответы на все вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей или отсутствием ответа на какую-либо часть задания.
- 1–5 баллов – в ответе присутствует полный ответ менее, чем на половину вопросов, или неполный ответ на все вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.
- 0 баллов – ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих зачесть ответ как верный.

Задание 5 (20 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 2 частей вопроса. Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Инфляция привела к росту стоимости продуктов, что в свою очередь привело к повышению стоимости потребительской корзины и, как следствие, повышению выручки магазинов (в тексте – «Сопоставимый средний чек ретейлеров растет значительно быстрее трафика, эти «паруса» надувает усиливающаяся инфляция, указывает руководитель департамента анализа рынка акций «Атон» Виктор Дима»). Рост инфляции выше трафика говорит о нетипичным удорожании товаров (в тексте – «Ранее глава Минэкономразвития Максим Решетников пояснил, что разгону продовольственной инфляции способствовали два фактора: нетипичное удорожание овощей и фруктов, а также ускорение роста цен на мясо»). Включая влияние фактора инфляции, компании показывают высокую динамику роста выручки, что также положительно влияет на рыночную капитализацию компаний (в тексте – ««Магнит» показал самую высокую динамику выручки в третьем квартале: рост на 27,7%, до 489,3 млрд руб... В четверг на момент закрытия торгов на Лондонской фондовой бирже «Магнит» вновь стал самым дорогим российским продовольственным ретейлером. Бумаги компании подорожали на 0,45%, до \$18,95, а капитализация достигла почти \$9,7 млрд»).

Преимущества:

- увеличение выручки;
- рост капитализации;
- стимулирование производства при умеренной инфляции.

Недостатки:

- снижение покупательской способности, спроса;
- снижение темпов роста потребления;
- повышения издержек;
- увеличение налогообложения.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

- 8–10 баллов – дан полный и верный ответ на поставленные вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием негрубых неточностей.
- 5–7 баллов – дан неполный ответ или присутствует 1–2 грубая неточность (грубые неточности)
- 1–4 баллов – дан частично верный ответ на часть поставленного вопроса (неполный ответ) или имеется большое количество грубых неточностей.
- 0 баллов: Ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих засчитать ответ как частично верный.

Задание 6 (10 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 2 частей вопроса. Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Под внешней средой понимаются все условия и факторы, возникающие в окружающем мире независимо от деятельности предприятий, но оказывающие воздействие на состояние его внутренней среды. Основу внешней среды в пределах деятельности

торгового предприятия составляют: экономические тенденции, социальная среда, покупатели и поставщики товаров, конкуренты, субъекты партнерских связей, банки, финансовые учреждения, контрольно-инспекционные органы и др.

Уровень конкуренции на рынке розничной торговли очень высок. К тому же участникам рынка приходится конкурировать на фоне снижения доходов населения. В связи с чем компании вынуждены значительно вкладываться в маркетинг и поиск новых каналов продаж с целью роста выручки и повышения лояльности покупателей. Ассортиментная матрица в продуктовом ретейле во многом схожа, а спрос более эластичен по сравнению с офлайн торговлей, когда покупателю необходимо приложить усилия, чтобы узнать стоимость и сделать покупку в другом магазине. В связи с чем, выходя на рынок онлайн торговли, компании вынуждены бороться в рамках жёсткой ценовой конкуренции не только друг с другом, но и с маркетплейсами, специализирующимися на логистике, порою работая в убыток в данном канале продаж с целью сохранения доли рынка.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

За каждую часть:

- 4 (5) балла – приведен полный и верный ответ, отсутствуют ошибки и неточности; ответ основан на информации из кейса;
- 1–2 (3) балла – приведен частично верный ответ или ответ неполный (не соответствует данным из кейса или не содержит важной дополнительной информации);
- 0 баллов – ответ отсутствует ИЛИ не является верным.

Задание 7 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Причины:

- главная причина – преобладание у Ленты магазинов формата супер- и гипер-маркетов;
- нормализация потребительского поведения связана с ослаблением пандемийных ограничений;
- возможность частого посещения магазинов у дома в связи со снятием пандемийных ограничений и стабилизации рабочего графика;
- рост доли онлайн торговли в связи с чем снизился трафик оффлайн магазинов;
- появление определённости в развитии социально-экономической ситуации в связи с чем покупатели перестали закупаться впрок;

Последствия:

- снижение трафика приведёт к снижению выручки и, как следствие, капитализации;
- компания Лента вслед за изменением потребительского поведения будет вынуждена сделать акцент на развитие в других сегментах: онлайн, формат «магазин у дома», дискаунтеры;
- развитие онлайн торговли может негативно сказаться на финансовых показателях компании в краткосрочной перспективе, т. к. требует значительных затрат при высокой конкуренции в данном сегменте, но обеспечит конкурентное преимущество в дальнейшем;
- рост инфляции на фоне социально-экономической ситуации повлечёт за собой изменение ассортиментной матрицы в сторону продуктов более низкой ценовой категории.

На этом фоне компании необходимо будет постараться сохранить долю покупателей с высокой платёжеспособностью, привыкшей к определённому набору дорогих товаров;

- возможность развития товаров под собственными торговыми марками, которые зачастую дешевле аналогичных под другими брендами.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из причин и последствий:

Причины:

• 6 (7) баллов – приведено 3 и более причины (дополнительный 1 балл дается за использование как информации из текста кейса, так и собственных рассуждений);

• 4 балла – приведено 2 причины;

• 2 балла – приведена 1 причина;

• 0 баллов – ответа нет или ответ неверный.

Последствия:

• 7 (8) баллов – приведено 3 и более последствия (дополнительный 1 балл дается за использование как информации из текста кейса, так и собственных рассуждений);

• 4 балла – приведено 2 последствия;

• 2 балла – приведено 1 последствие;

• 0 баллов – ответа нет или ответ неверный.

10 класс

Задание 1 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Примеры верных ответов:

1. Эквайринг — технология безналичного приема платежей с использованием банковских карт и систем бесконтактной оплаты. Для обработки и передачи платежной информации клиента используется специальный терминал.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) безналичный приём платежей (2) карты оплаты, (3) терминал.

2. Выручка — полная сумма требований (в том числе неоплаченных), предъявленных предприятием или предпринимателем покупателям в результате реализации произведённой продукции, услуг, работ за определённый период. Простыми словами, выручка – сумма средства, полученная компанией от реализации товаров, услуг или работ за определённый период времени.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что (1) сумма / средства, (2) полученная компанией от реализации (3) в том числе неоплаченных / начисленных.

3. Юридическое лицо – организация, зарегистрированная в едином государственном реестре юридических лиц в одной из организационно-правовых форм, предусмотренных законодательством, которая имеет обособленное имущество и отвечает им по своим обязательствам, может от своего имени приобретать и осуществлять гражданские права и нести гражданские обязанности, быть истцом и ответчиком в суде.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) организация, (2) зарегистрированная в ЕГРЮЛ (3) имеет обособленное имущество и отвечает им по своим обязательствам, может от своего имени приобретать и осуществлять гражданские права и нести гражданские обязанности.

4. Клиентский опыт (от англ. Customer Experience) — это результат взаимодействия между бизнесом/организацией и клиентом. Включает в себя путь клиента от возникновения потребности до действий после получения результата, точки контакта клиента с бизнесом, атмосферу, окружение в момент контакта. Хороший опыт работы с клиентами означает, что опыт клиента во всех точках контакта соответствует его ожиданиям.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание того, что это (1) результат/взаимодействие, (2) между бизнесом/организацией и клиентом.

5. Себестоимость – стоимостная оценка текущих затрат предприятия на производство и реализацию продукции.

Для того, чтобы ответ считался верным или частично верным необходимо упоминание (1) стоимостная оценка (2) текущих затрат предприятия (3) на производство и реализацию продукции

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждое из 5 определений.

За каждое определение:

- 3 балла – приведено определение по понятию, определение является полным, отсутствуют ошибки и неточности;

- 1–2 балла – приведено определение по понятию, в котором присутствует 1-2 неточности ИЛИ приведено неполное определение;
- 0 баллов – определение не приведено ИЛИ не является верным.

Задание 2 (10 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Теневая экономика — экономическая деятельность, скрываемая от общества и государства, находящаяся вне государственного контроля и учёта.

Образуется из-за существования условий, при которых может быть выгодно скрывать свою экономическую деятельность от широкого круга лиц. В числе предпосылок её образования величина налогообложения, сложность бюрократических процедур, высокие административные барьеры входа на рынок (лицензии, ГОСТы), низкая вероятность и строгость наказания.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

- Макс. 3 балла – за определение «теневая экономика».
- Макс. 7 баллов – за указание 3 и более предпосылок её появления.

Задание 3 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

Безналичные платежи (преимущества):

- безопасность
- увеличение трат клиентов
- имидж современной компании

Безналичные платежи (недостатки):

- отражение сделок и, как следствие, налогообложение
- комиссия за эквайринг
- задержка в получении оплаты, пока средства поступят на счёт

Наличные (преимущества):

- универсальное средство платежа
- возможность снизить расходы и налогообложение
- независимость от работы оборудования, возможность вести расчёты в отсутствии сети

Наличные (недостатки):

- небезопасно
- ограничение трат клиентов
- ограничение на расчёты между юрлицами

Перевод с карты на карту (преимущества):

- возможность снизить расходы и налогообложение
- безопасность
- простота расчётов

Перевод с карты на карту (недостатки):

- риск выявления операций налоговой службой
- снижения трат клиентов из-за невозможности оплаты кредитными и картами рассрочки
- зависимость от наличия интернет-связи

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 6 разделов.

Каждый раздел

1. Безналичные платежи (преимущества) (3 балла)
2. Безналичные платежи (недостатки) (3 балла)
3. Наличные (преимущества) (3 балла)
4. Наличные (недостатки) (3(4) балла)
5. Перевод с карты на карту (преимущества) (3 балла)
6. Перевод с карты на карту (недостатки) (3(4) балла)

оценивается отдельно по 3-(4)-балльной шкале:

- 3 (4) балла – верно указано 3 и более преимущества / недостатка (для раздела «Наличные (недостатки)» и «Перевод с карты на карту (недостатки)» выставляется дополнительный 1 балл дается за использование как информации из текста кейса, так и собственных рассуждений);

- 2 балла – верно указано 2 преимущества / недостатка;
- 1 балл – верно указано 1 преимущество / недостаток;
- 0 баллов – ответа нет, либо ответ неверный.

Задание 4 (10 баллов)

Формулировки ответов могут различаться. Учитывается упоминание следующей информации:

Система быстрых платежей позволяет переводить средства в обход оператора эквайринга непосредственно на счёт получателя даже без использования дополнительного оборудования. Такой платёж похож на перевод с карты на карту, но комиссия в 3–5 раз ниже, чем при использовании эквайринга. Именно поэтому в тексте её назвали «легальная альтернатива».

Для предприятия выгоднее использовать все виды приёма платежей одновременно, т. к. их наличие сможет удовлетворить потребности каждого клиента. Таким образом, компания не только сможет получить деньги со всех покупателей, которые готовы заплатить, но и тем самым повысить лояльность клиентов в связи с тем, что они смогут выбрать наиболее удобный в данный момент способ оплаты. Фиксирование сделки и, как следствие, налогообложение поступивших средств является незначительным минусом на фоне улучшения клиентского опыта и повышения выручки.

Баллы выставляются следующим образом.

- 6–10 баллов – в ответе присутствуют полные и верные ответы на все вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей или отсутствием ответа на какую-либо часть задания.

- 1–5 баллов – в ответе присутствует полный ответ менее, чем на половину вопросов, или неполный ответ на все вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.

- 0 баллов – ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих засчитать ответ как верный.

Задание 5 (20 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 2 частей вопроса. Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

а). Рост теневой экономики приведет к сокращению государственных доходов за счет уменьшения налоговой базы. Это, в свою очередь, приводит к снижению уровня социально-экономических условий в целом, деградации налоговой системы и правовых институтов взаимодействия бизнеса и населения. Теневая экономика порождает недобросовестную конкуренцию и вынуждает компании, ведущие деятельность законно, переходить в тень. Также экономическая политика, основанная на неверных показателях экономической статистики, отрицательно влияет на стабильность развития экономики и приводит к невозможности планирования.

б). В условиях переходного периода с помощью теневого сектора создаются условия для выживания бизнеса и населения: малому бизнесу – увеличение прибыли; активному населению – возможность трудиться и получать доходы; потребителям – приобретать товары и услуги по более низким ценам. Наличие оптимальной доли теневой экономики смягчает последствия рецессий и финансовых кризисов, в ходе которых уволенные работники, а также маргинальные слои населения, находят временные источники существования в более гибком неформальном секторе.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

- 8–10 баллов – дан полный и верный ответ на поставленные вопросы. Снижение балла обусловлено присутствием негрубых неточностей.
- 5–7 баллов – дан неполный ответ или присутствует 1–2 грубая неточность (грубые неточности)
- 1–4 баллов – дан частично верный ответ на часть поставленного вопроса (неполный ответ) или имеется большое количество грубых неточностей.
- 0 баллов – ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих засчитать ответ как частично верный.

Задание 6 (10 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможный вариант ответа представлен ниже.

В первую очередь покупатель руководствуется удобством и простотой совершения платежа. Для разных категорий покупателей могут быть удобны различные способы: молодым людям – безналичные, пожилым людям – наличные, в регионах и вдали от стационарных точек торговли либо наличные, либо возможность безналичной оплаты без терминала. При прочих равных покупатель совершит покупку там, где ему проще и удобнее рассчитаться. Другое дело наличие уникального предложения в виде товара или услуги у продавца, ввиду чего покупатель будет готов совершить оплату способом удобным для продавца. В данном случае в глазах покупателей полезность товара превышает неудобство от совершения платежа. Также могут влиять иные факторы: наличие кредитной или карты рассрочки, системы лояльности банка или продавца, влияющая на выбор способа оплаты.

Баллы выставляются следующим образом.

- 6–10 баллов – в ответе присутствуют полные, верные и аргументированные ответы. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей или отсутствием ответа на какую-либо часть задания.

- 1–5 баллов – в ответе присутствует неполный ответ, отсутствует аргументация или логика рассуждения. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.

- 0 баллов – ответ отсутствует или имеется большое количество грубых неточностей, не позволяющих засчитать ответ как верный.

Задание 7 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

- предложить скидку
- предложить неденежные бонусы
- сделать уникальное торговое предложение
- облегчить совершение платежа
- повысить качество обслуживания, либо пойти на иные уступки

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 5 способов.

За каждый вывод:

- 3 балла – приведен полный и верный ответ, отсутствуют ошибки и неточности;
- 1–2 балла – приведен частично верный ответ или ответ неполный;
- 0 баллов – ответ отсутствует ИЛИ не является верным.

11 класс

Задание 1 (25 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Примеры верных ответов:

1. Снижение уровня рыночных мультипликаторов приводит к недооценке стоимости стартапа и снижает его возможности к быстрому росту. Это приведет к тому, что снизится сама потенциальная ценность разработки новых технологий и высокотехнологичных продуктов. Как результат – сокращение вывода новых технологических стартапов на рынок венчурных инвестиций.

2. EV/EBITDA – отношение стоимости бизнеса к прибыли до уплаты налогов, процентов и амортизации. Лучше всего показывает способность компании платить по кредитам, что удобно в случае со стартапами. Он позволяет сопоставлять предприятия с различной долговой и налоговой нагрузкой, то есть абстрагироваться от структуры капитала и особенностей налогообложения, поэтому EV/EBITDA особенно полезен при оценке компанией с большими инвестициями в технологии, оборудование, интеллектуальный капитал.

EV/EBIT – отношение стоимости бизнеса к прибыли до уплаты налогов, процентов. Также позволяет сопоставлять предприятия с различной долговой и налоговой нагрузкой, то есть абстрагироваться от структуры капитала и особенностей налогообложения. Подходит для стартапов с невысоким уровнем капиталовложений, который нацелен преимущественно на совершенствование технологий, а не создание новых.

P/S – отражает зависимость цены акции от выручки компании. Подходит для компаний на ранних стадиях развития, когда прибыль еще не получена.

EV/Sales – отношение стоимости бизнеса к выручке. Показывает часть выручки, на которую претендуют не только акционеры, но и кредиторы — в конечном итоге из нее выплачиваются не только дивиденды, но и проценты.

Долг / EBITDA – отношение долга компании к прибыли до уплаты налогов, процентов и амортизации также подходит для капиталоемких компаний с высокой долговой нагрузкой. Показывает время, за которое можно полностью рассчитаться по долгам, если всю EBITDA тратить только на эти цели.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей:

1. Макс. 15 баллов – дано пояснение влияния снижения рыночных мультипликаторов на рынок технологических стартапов.

2. Макс. 10 баллов за определения мультипликаторов:

- 2 балла – дано определение мультипликатора и его применимость к оценке;
- 1 балл – указан мультипликатор без пояснений;
- 0 баллов – мультипликатор не указан или указан неверно.

Задание 2 (20 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Снижение баллов возможно за неточный или частично верный ответ.

Для того, чтобы обосновать уязвимость компании на этапе зрелости, целесообразно описать, чем этот этап отличается от других.

Этап зрелости компании предполагает следующие характеристики:

- бизнес-риски находятся на умеренном уровне. Организационная структура компании стабилизировалась;

- финансовые риски умеренны вследствие баланса собственного и долгового финансирования. Компания финансово устойчива;

- прогноз по темпам роста – постоянный;

- прибыль на акцию высокая;

(Возможные варианты – чистая прибыль, рентабельность)

- стратегия компании - акцент на повышение эффективности ключевых процессов и укреплении рыночной позиции.

Поэтому снижение в два – четыре раза стоимости компании под влиянием внешних факторов не позволит зрелым компаниям быстро компенсировать потерю стоимости за счет быстрой коррекции инвестиционной или финансовой стратегии. Зрелые компании не способны быстро реагировать на меняющиеся условия бизнеса. Таким образом, потеря стоимости для зрелых компаний будет носить более длительный характер и будет более заметна инвесторам: на зрелой стадии компания уже достигла максимальных отметок по прибыли на акцию.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый элемент вопроса:

- Макс. 20 баллов – за определение полный ответ с указанием критериев отнесения компании к зрелым.

- Макс. 10 баллов – за указание только критериев отнесения компании к зрелым: 2 балла за каждый критерий отнесения компании к зрелым.

Задание 3 (15 баллов)

Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

1. Стадия рождения

- бизнес-риски находятся очень высоком уровне. Компания только начинает выходить на рынок, сильные стороны компании неясны, внутренние процессы не формализованы;

- финансовые риски очень низкие. Компания финансируется за счет собственного капитала;

- прогноз по темпам роста – очень высокий;

- прибыль на акцию нулевая или отрицательная;

(Возможные варианты – чистая прибыль, рентабельность)

- стратегия компании – часто отсутствует или стратегия нишевой конкуренции.

2. Стадия роста

- бизнес-риски находятся на высоком уровне. Бизнес-процессы компании начинают формализоваться, компании приходится выдерживать конкурентную борьбу;

- финансовые риски все еще низкие. Компания финансируется преимущественно за счет собственного капитала. Заемные средства только начинают привлекаться;

- прогноз по темпам роста – высокий;

- прибыль на акцию низкая;

(Возможные варианты – чистая прибыль, рентабельность)

- стратегия компании – развитие рынка и увеличение рыночной доли.

3. Стадия упадка

- бизнес-риски низком уровне. Почти все возможные угрозы и проблемы, характерные для других стадий уже решены;

- финансовые риски высокие вследствие преобладания долгового финансирования. Компания финансово неустойчива;

- прогноз по темпам роста – отрицательный;

- прибыль на акцию низкая;

(Возможные варианты – чистая прибыль на акцию, рентабельность)

- стратегия компании – уход с рынка или диверсификация.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждый из 3 разделов.

1. Стадия рождения (5 баллов)

2. Стадия роста (5 баллов)

3. Стадия упадка (5 баллов)

За каждый указанный признак отнесения компании к той или иной стадии развития ставится:

- 1 балл – верно указано 1 признак;
- 0 баллов – ответа нет, либо ответ неверный.

Задание 4 (15 баллов)

Формулировки ответов могут различаться. Учитывается упоминание следующей информации:

Стартапы на ранних стадиях развития могут не иметь прибыли и быть убыточными в силу небольших продаж и высокого уровня постоянных расходов. Однако при этом они характеризуются очень высоким потенциалом роста в будущем. Поэтому инвесторы могут быть заинтересованы в приобретении таких активов по ряду причин:

- получение в собственность (или долю в капитале) стремительно растущий бизнес и получение дополнительного дохода от продажи проекта в будущем;

- получение прав на новую технологию или продукт;

- диверсификация собственного бизнеса;

- увеличение балансовой или рыночной стоимости собственного бизнеса.

Если у инвесторов падает интерес к убыточным активам, то это означает, что их сейчас не интересуют возможные выгоды в будущем, поэтому они будут участвовать в проектах если не прибыльных, то хотя бы безубыточных. Это свидетельствует о том, что горизонт прогнозирования у таких инвесторов очень небольшой и оценить перспективы убыточных проектов сейчас они не могут.

Это приведет не только к сокращению предложения новых стартапов для венчурных инвесторов, но и ухудшению их качества: разработка и внедрение новых продуктов и технологий может занять годы, в то время как инвесторы желают получить результат немедленно.

Баллы выставляются следующим образом.

• Макс. 8 баллов – указаны причины интереса к убыточным активам. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей или отсутствием ответа на какую-либо часть задания.

• Макс. 7 баллов – указано следствие падения интереса инвесторов к убыточным активам. Снижение балла обусловлено присутствием неточностей.

Задание 5 (25 баллов)

Оценка за задание складывается как сумма баллов за ответы на каждую из 2 частей вопроса. Формулировки правильных ответов могут различаться. Возможные варианты ответов представлены ниже.

1. Выбор дивидендной стратегии обуславливается тем, дивиденд – это часть прибыли компании, приходящаяся на одну акцию. Следовательно, акцент на дивидендную стратегию говорит о том, что инвестор предпочитает не инвестировать капитал в стартап, а поскорее компенсировать вложенный инвестиционный капитал.

Это также свидетельствует и том, что рынок венчурных инвестиций находится в стадии упадка и новые бизнес-идеи не актуальны, а удержать на нем инвесторов можно только предложив им большой уровень дивидендных выплат.

2. Господдержка может оказать благоприятное влияние на рынок стартапов, так как, с одной стороны, может обеспечить им долгосрочное финансирование расходов вплоть до их выхода на безубыточность. С другой стороны, господдержка отражает общественный запрос на тот или иной продукт или технологию, в том числе, в рамках импортозамещения, что повышает не только рыночную, но и общественную значимость такого стартапа. Это обстоятельство, по аналогии с ESG-факторами, делает такие стартапы более привлекательными с позиции эффекта на вложенный капитал.

Итоговая оценка выставляется путем суммирования баллов, полученных участником за каждую из 2 частей

- Макс. 10 баллов – дан полный и верный ответ на вопрос о мотивах выбора инвесторами дивидендной стратегии. Снижение балла обусловлено присутствием негрубых неточностей.
- Макс. 15 баллов – дан полный и верный ответ на вопрос о господдержке проектов, связанных с импортозамещением.

**Всероссийская олимпиада школьников «Высшая проба»
Профиль «Экономика»**

Аннотация

В сборник вошли задания пяти сезонов заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба» по экономике, начиная с сезона 2018/2019, а также решения к ним. Олимпиада проводится для 8–11 классов, и задачи каждого сезона группируются по вариантам для каждого класса, для которого проводится олимпиада. Задания составлены по широкому спектру тем экономического анализа с учётом уровня освоения школьниками соответствующих классов инструментальных методов и уровня глубины погружения в экономическую проблематику.

Сборник будет полезен школьникам, изучающим экономику и готовящимся к участию в олимпиадах по экономике, преподавателям экономики и всем интересующимся экономической наукой.

Предисловие

В последние годы олимпиадное движение в России получило необыкновенно широкое распространение. Олимпиады проводятся не только по предметам, входящим в обязательную школьную программу, но и по предметам, которые преподаются далеко не в каждой школе, как, например, по политологии, основам бизнеса и многим другим. К таким «неочевидным» направлениям олимпиады относится и экономика. Конечно, школьники знакомятся с основами финансовой грамотности, бизнеса и экономики в курсе обществознания. Однако все эти предметы имеют свою специфику и настолько развитую теоретико-прикладную базу знаний, что каждый получил своё собственное направление в рамках Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба».

Данный сборник включает задания пяти последних сезонов заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба» по направлению “Экономика”, начиная с сезона 2018/2019. Кроме заданий в сборнике приведены и решения к ним.

Задания составлены по широкому спектру тем экономического анализа. Уровень сложности, глубина погруженности в экономическую проблематику и необходимые для решения инструментальные методы подбираются исходя из соответствия возрастной группе (олимпиада проводится для 8–11 классов). Так, например, задания по макроэкономике включаются в варианты только старших классов.

За годы проведения олимпиады «Высшая проба» по направлению “Экономика” составители постарались сформировать узнаваемый стиль заданий, отличающий олимпиаду от других школьных олимпиад по указанному профилю. Стоит отметить, что работа над поиском отличительных особенностей олимпиады продолжается: так, в сезоне 2022/2023 в варианты олимпиады впервые были добавлены задания по мировой экономике. В дальнейшем возможны и другие изменения, поэтому просим потенциальных участников следить за информацией на официальной странице олимпиады.

В первую очередь цель сборника – в удобном виде представить материалы, которые помогут всем школьникам, изучающим экономику, в освоении дисциплины. Наибольший интерес сборник, конечно, представляет для потенциальных участников олимпиад по экономике. Во-вторых, сборник заинтересует школьных преподавателей экономики и преподавателей экономики в бакалавриате. Помимо самого очевидного способа использования сборника – включения задач (может быть, в упрощенном виде) из книги в варианты семинарских и контрольных заданий – существует также и возможность изучить опыт коллег. И в-третьих, задания из сборника могут быть интересны всем, кто хотел бы понять, что из себя представляет наука экономика.

Составление олимпиадного варианта – это в первую очередь творческая работа, требующая значительного интеллектуального напряжения. Необходимо не просто придумать несколько интересных заданий, но нужно, чтобы по тематике они дополняли друг друга, не пересекались в используемых подходах к решению, условие не допускало бы разных трактовок, поэтому вычитка вариантов является кропотливой и трудоемкой работой. Часто предложенные для олимпиады задания входят в окончательный вариант практически неузнаваемыми по сравнению с первоначальной формулировкой. Поэтому мы с искренней признательностью благодарим тех, кто участвовал и помогал в работе над заданиями олимпиады: Бондаренко К.А., Бусыгин В.П., Веселов Д.А., Васькин А.А., Голуб М.Н., Гриднева К.Т., Дзегеленок А.П., Жилиева К.С., Загребельный А.А., Иванов М.Д., Кобцева А.А., Колмакова Р.П., Коновалов В.А., Кривенко Г.И., Кузьмина П.С., Левина Е.А., Локостов А.Д., Максимцева А.В., Миронов А.В., Мошкина П.А., Николаева Т.П., Ооржак А.Б., Осотова О.А., Павлек Е.В., Панченко К.А., Симонова Е.А., Скоробогатова Т.Д., Столяров М.Э., Шингур Т.С., Ялугина Д.А.

В заключение хотим поблагодарить всех участников олимпиады «Высшая проба» по экономике за активное увлечение предметом. Надеемся, что мы не разочаровали вас, и участвовать в олимпиаде было интересно не только тем, кто в итоге оказался в числе дипломантов, но и всем остальным, поскольку решение олимпиадных задач – это вызов, прежде всего, себе, тренировка воли и умения преодолевать трудности. Надеемся также, что участники олимпиад прошлых сезонов делятся своим опытом, своими позитивными впечатлениями со своими младшими друзьями, которыми после этих рассказов также завладеет здоровый азарт участия в интеллектуальных состязаниях.

Председатель методической комиссии 2018/2019 уч. г. Анцыгина А.Л.

Председатель методической комиссии 2019/2020 уч. г. Солнцев С.А.

Председатель методической комиссии 2020/2021 уч. г. Балакина Т.П.

Председатель методической комиссии 2021/2022, 2022/2023 уч. г. Табашникова Д.И.

Авторы

Анцыгина А.Л., Балакина Т.П., Бекзентеев М. Р., Белозеров М.Ю., Гасс Т.А., Глазков Д.С., Земцов М.Д., Зороастрова И.В., Зотов А.В., Каменская А.К., Карпов И. С., Козловцева И.Д., Коротова Я.Н., Кучерук К.С., Небольсина А.С., Покровский Д.А., Слободенюк Е.Д., Солнцев С.А., Станкевич И.П., Суздальцев А.И., Табашникова Д.И., Терещенко Д.С., Шишлянников П.А., Щеглова К.Д.

**Перечень и содержание тем
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»**

8 класс

Тема 1. Введение

Предмет изучения экономической науки. Микроэкономика и макроэкономика. Понятие ограниченности ресурсов. Концепция выбора в экономике, понятие альтернативной стоимости.

Тема 2. Экономические системы

Главные вопросы экономики. Разделение труда, специализация и обмен. Абсолютные и сравнительные преимущества стран в производстве благ. Типы экономических систем: рыночная, командная (плановая), традиционная и смешанная экономика. Основные черты рыночной экономики. Экономическая свобода.

Тема 3. Экономика семьи

Домохозяйство как потребитель. Источники потребительской информации. Безопасность потребителя. Питание и здоровье. Зелёное потребление. Семейный бюджет. Источники доходов. Понятие безработицы, её причины и экономические последствия. Реальный и номинальный доход. Дифференциация доходов. Меры социальной поддержки. Расходы семьи. Роль рекламы. Сбережения и банковские депозиты. Банковские кредиты и проценты. Депозитные и кредитные карты. Защита информации при использовании пластиковой карты.

Тема 4. Фирма

Роль и цели фирм в экономике. Основные организационные формы бизнеса в России. Основные источники финансирования бизнеса. Акции и облигации. Рыночные структуры и типы конкурентного взаимодействия (понятия монополии, монополии, олигополии, совершенной конкуренции).

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**Основная литература**

1. Автономов В.А. Введение в экономику. Учебник для средней школы для 9-10 классов. – М.: Вита-Пресс, 2004 (или любое другое издание).
2. Горяев А., Чумаченко В. Финансовая грамота.
3. Равичев С.А., Протасевич Т.А., Григорьев С.Э. Современная экономика. Программа и сборник учебных материалов. 8-11 класс. – М.: Вита-Пресс, 2002 (или любое другое издание).
4. Равичев С.А., Григорьев С.Э., Протасевич Т.А., Свахин А.С. Сборник задач по экономике. 8–11 кл. – М.: Вита-пресс, 2001 (или любое другое издание).
5. Равичев С.А., Григорьев С.Э., Протасевич Т.А. Сборник тестовых заданий по экономике. 8–11 кл. – М.: Вита-пресс, 2004 (или любое другое издание).
6. Розанова Н.М. Банк: от клиента до президента. Учебное пособие по элективному курсу для 8–9 классов. – М.: Вита-Пресс, 2006.
7. Крючкова П., Кузнецова Т., Сониная М., Сорк Д., Янин Д. (под общей редакцией Е. Кузнецовой, Д. Сорк). Экономика. Основы потребительских знаний для 9 класса общеобразовательных учреждений. – М.: Вита-пресс, 2013. (или любое другое издание).

Дополнительная литература

1. Васильева Н.В. Экономика. Основы потребительских знаний. Рабочая тетрадь 9 класс. – М.: Вита-пресс, 2010 (или любое другое издание).
2. Интернет-консультации по экономике. Сайт «Экономика для школьников».
 - <http://talent.hse.ru/links>
 - <http://olymp.hse.ru/mmo/materials/e-consult>
3. Савицкая Е.В. Уроки экономики в школе. В 2 кн. Кн.1: Пособие для учителя. – М.: Вита-Пресс, 2006 (или любое другое издание).
4. Хейне П., Боуттке П., Причитко Д. Экономический образ мышления. – М., 1991 (или любое другое издание).
5. Интернет-ресурс <https://www.iloveeconomics.ru/>

9 класс**Тема 1. Базовые экономические концепции**

Предмет изучения экономической науки. Микроэкономика и макроэкономика. Понятие ресурсов и их ограниченности. Концепция выбора в экономике, понятие альтернативной стоимости и затрат. Потребности. Блага. Кривая производственных возможностей.

Тема 2. Экономические системы

Разделение труда, специализация и обмен. Абсолютные и сравнительные преимущества стран в производстве благ. Типы экономических систем: рыночная, командная (плановая), традиционная и смешанная экономика. Основные черты рыночной экономики. Экономическая свобода. Кругооборот ресурсов, товаров и денег в экономике.

Тема 3. Рыночный механизм

Спрос. Предложение. Детерминанты спроса и предложения. Рыночное равновесие. Изменение параметров рыночного равновесия. Концепция взаимосвязанных рынков.

Тема 4. Производство

Производство. Факторы производства (земля, труд, капитал). Выпуск. Экономические и бухгалтерские издержки. Постоянные и переменные затраты. Выручка. Прибыль.

Тема 5. Типы рыночных структур (введение)

Совершенная конкуренция. Монополистическая конкуренция. Олигополия. Монополия.

Тема 6. Роль государства в экономике

Общественные товары и услуги. «Проблема безбилетника». Неравенство доходов. Кривая Лоренца.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Автономов В.А. Введение в экономику. Учебник для средней школы для 9–10 классов. – М.: Вита-Пресс, 2004 (или любое другое издание).
2. Акимов Д.В., Дичева О.В., Щукина. Задания по экономике: от простых до олимпиадных: пособие для 10–11 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Вита-пресс, 2008 (или любое другое издание).
3. Горяев А., Чумаченко В. Финансовая грамота.
4. Равичев С.А., Протасевич Т.А., Григорьев С.Э. Современная экономика. Программа и сборник учебных материалов. 8–11 класс. – М.: Вита-Пресс, 2002 (или любое другое издание).
5. Равичев С.А., Григорьев С.Э., Протасевич Т.А., Свахин А.С. Сборник задач по экономике. 8–11 кл. – М.: Вита-пресс, 2001 (или любое другое издание).
6. Равичев С.А., Григорьев С.Э., Протасевич Т.А. Сборник тестовых заданий по экономике. 8–11 кл. – М.: Вита-пресс, 2004 (или любое другое издание).
7. Розанова Н.М. Банк: от клиента до президента. Учебное пособие по элективному курсу для 8–9 классов. – М.: Вита-Пресс, 2006.
8. Крючкова П., Кузнецова Т., Сони́на М., Сорк Д., Янин Д. (под общей редакцией Е. Кузнецовой, Д. Сорк). Экономика. Основы потребительских знаний для 9 класса общеобразовательных учреждений. – М.: Вита-пресс, 2013. (или любое другое издание).

Дополнительная литература

1. Васильева Н.В. Экономика. Основы потребительских знаний. Рабочая тетрадь 9 класс. – М.: Вита-пресс, 2010 (или любое другое издание).
2. Интернет-консультации по экономике. Сайт «Экономика для школьников».
 - <http://talent.hse.ru/links>
 - <http://olymp.hse.ru/mmo/materials/e-consult>
3. Хейне П., Боуттке П., Причитко Д. Экономический образ мышления. – М., 1991 (или любое другое издание).
4. Интернет-ресурс <https://www.iloveeconomics.ru/>

10 класс

Тема 1. Введение

Предмет изучения экономической науки. Микроэкономика и макроэкономика. Потребности и блага. Экономические и свободные (неэкономические) блага. Факторы производства (ресурсы). Частные и общественные блага. Безграничность потребностей и ограниченность ресурсов: проблема выбора. Альтернативные издержки. Кривая (граница) производственных возможностей. Предпосылки модели кривой производственных возможностей. Специфичность факторов производства и закон возрастающих альтернативных издержек. Сдвиги кривой (границы) производственных возможностей.

Разделение труда, специализация и обмен. Абсолютные и сравнительные преимущества стран в производстве благ. Обмен, специализация. Основные вопросы экономики.

Типы экономических систем: рыночная, командная (плановая), традиционная и смешанная экономика.

Тема 2. Спрос

Индивидуальный спрос. Закон спроса. Прямая и обратная функция спроса. Кривая индивидуального спроса. Зависимость индивидуального спроса от дохода потребителя. Нормальные (качественные, высшей категории) и инфериорные (некачественные, низшей категории) блага. Дополняющие и замещающие товары (комплементы и субституты).

Рыночный спрос. Кривая рыночного спроса. Понятие эластичности. Точечная и дуговая эластичность. Эластичность спроса на товар по его цене. Факторы, определяющие эластичность спроса по цене. Эластичность спроса и выручка продавцов. Перекрестная эластичность спроса по цене дополняющего или заменяющего товара. Эластичность спроса по доходу.

Тема 3. Предложение

Индивидуальное предложение. Закон предложения. Прямая и обратная функция предложения. Кривая индивидуального предложения. Рыночное предложение, кривая рыночного предложения. Эластичность предложения товара по цене.

Тема 4. Рыночное равновесие. Взаимосвязанные рынки

Рыночное равновесие. Избыточный спрос (дефицит) и избыточное предложение. Влияние изменений спроса и предложения на равновесную цену и равновесное количество. Последствия государственного регулирования (фиксации цен, установления верхнего и нижнего предела цен, квот по объему производства).

Тема 5. Фирма

Понятие фирмы и её роль в экономической системе. Формы организации бизнеса. Фондовый рынок, ценные бумаги.

Производство. Технология. Производственная функция. Постоянные и переменные факторы производства. Краткосрочный и долгосрочный периоды производства. Общий (совокупный), средний и предельный продукт переменного фактора производства. Кривые общего, среднего и предельного продукта переменного фактора производства и связь между ними. Закон убывающей предельной производительности (предельного продукта) переменного фактора производства.

Тема 6. Издержки, выручка и прибыль фирмы

Бухгалтерские (явные, внешние) издержки. Неявные (внутренние) издержки использования собственных факторов производства. Экономические издержки. Издержки производства в краткосрочном периоде. Постоянные, переменные и общие издержки. Средние, средние постоянные, средние переменные и предельные издержки и их графическая интерпретация. Кривые постоянных, переменных и общих издержек. Кривые средних, средних переменных, средних постоянных и предельных издержек и связь между ними.

Общая, средняя и предельная выручка фирмы. Прибыль фирмы. Бухгалтерская и экономическая прибыль. Нормальная прибыль. Максимизация экономической прибыли как цель фирмы. Условие максимизации прибыли.

Тема 7. Фирма на рынке совершенной конкуренции

Типы рыночных структур. Рынки совершенной конкуренции. Условие максимизации прибыли фирмы на рынке совершенной конкуренции в краткосрочном периоде. Спрос на продукцию фирмы на рынке совершенной конкуренции.

Предельная, средняя и общая выручка фирмы. Кривая предложения фирмы на рынке совершенной конкуренции в краткосрочном периоде. Условие прекращения производства фирмы в краткосрочном периоде.

Тема 8. Рынки несовершенной конкуренции

Рынки несовершенной конкуренции: монополия, монополистическая конкуренция, олигополия. Рыночная власть фирм как способность влиять на уровень цены.

Монополия. Причины возникновения монополий. Естественные монополии. Сравнение цены и объема выпуска в конкурентной и монополизированной отрасли.

Монополистическая конкуренция. Дифференциация продукта как источник рыночной власти на рынках монополистической конкуренции.

Олигополия. Разнообразие форм стратегического взаимодействия фирм на олигополистических рынках.

Тема 9. Рынки факторов производства: рынок труда

Факторы, определяющие спрос фирмы на труд. Эластичность спроса на труд по заработной плате.

Индивидуальное и рыночное предложение труда. Эластичность предложения труда по заработной плате.

Равновесие на рынке труда. Установление государством минимальной ставки заработной платы.

Тема 10. Неравенство доходов

Распределение доходов. Проблема неравенства доходов в обществе. Измерение степени неравенства доходов: кривая Лоренца и коэффициент Джини. Перераспределение доходов государством.

Тема 11. Введение в макроэкономику

Предмет макроэкономики и методы макроэкономического анализа. Основные макроэкономические проблемы. Кругооборот продукта, расходов и доходов. Принцип равенства расходов и доходов. Основное макроэкономическое тождество.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**Основная литература**

1. Автономов В.А. Введение в экономику. Учебник для средней школы для 9–10 классов. – М.: Вита-Пресс, 2004 (или любое другое издание).
2. Акимов Д.В., Дичева О.В., Щукина. Задания по экономике: от простых до олимпиадных: пособие для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Вита-пресс, 2008 (или любое другое издание).
3. Акимов Д.В., Дичева О.В., Щукина Л.Б. Решения задач по экономике: от простых до олимпиадных. – М.: Вита-Пресс, 2010 (и любое другое издание).
4. Горяев А., Чумаченко В. Финансовая грамота.
5. Основы экономической теории. Учебник для 10-11 классов (под ред. С.И.Иванова). – М.: Вита-Пресс, 1999 (или любое другое издание).
6. Практикум по основам экономической теории для 10-11 классов (под ред. С.И. Иванова). – М.: Вита-Пресс, 1999 (или любое другое издание).
7. Любимов Л.Л., Раннева Н.А. Основы экономических знаний. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных школ с углубленным изучением экономики. – М.: Вита – Пресс, 2004 (или любое другое издание).
8. Савицкая Е.В. Уроки экономики в школе. В 2 кн. Кн.1: Пособие для учителя. – М.: Вита-Пресс, 2006 (или любое другое издание).
9. Савицкая Е.В., Серегина С.Ф. Уроки экономики в школе. В 2 кн. Кн.2: Пособие для учителя. – М.: Вита-Пресс, 2008 (или любое другое издание).
10. Савицкая Е.В. Введение в микроэкономику (видеокурс).
11. Савицкая Е.В., Евсеева А.О. Самостоятельные и контрольные работы по экономике: пособие для 10-11 кл. – М.: Вита-Пресс, 2010.
12. Савицкая Е.В., Евсеева А.О. Решения самостоятельных и контрольных работ по экономике. – М.: Вита-Пресс, 2010.
13. Фридман А.А., Бусыгин В.П., Акимов Д.В. Экономика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. – М.: Просвещение, 2012.

Дополнительная литература

1. Бернанке Б., Фрэнк Р. Экономикс. Экспресс-курс: Учебник /пер. с англ. – СПб.: Питер, 2012.
2. Кругман П., Веллс Р., Олни М. Основы экономикс: Учебник /пер. с англ. – СПб.: Питер, 2011.
3. Матвеева Т.Ю. Введение в макроэкономику. – М.: ГУ-ВШЭ, 2007 (или любое другое издание).
4. Мэнкью Г. Принципы экономикс. – СПб: Питер Ком., 1999 (или любое другое издание).

5. Хейне П., Боуттке П., Причитко Д. Экономический образ мышления. – М., 1991 (или любое другое издание).
6. Ландсбург С. Теория цен и ее применение. – 2018.
7. Курс Экономика для неэкономистов Автор Ким И.А. <https://www.coursera.org/learn/ekonomika-dlya-neekonomistov>
8. Интернет-ресурс <https://www.iloveeconomics.ru/>
9. Интернет-консультации по экономике. Сайт «Экономика для школьников».
<http://talent.hse.ru/links>
<http://olymp.hse.ru/mmo/materials/e-consult>

11 класс

Тема 1. Введение

Предмет изучения экономической науки. Микроэкономика и макроэкономика. Позитивный и нормативный анализ. Основы предельного анализа в экономике.

Понятие экономической эффективности и экономическая модель кривой производственных возможностей (КПВ). Аналитическое и графическое представление КПВ, её свойства.

Экономическая организация общества. Типы экономических систем: рыночная, командная (плановая), традиционная и смешанная экономика. Основные черты рыночной экономики.

Тема 2. Индивидуальный и рыночный спрос

Индивидуальный спрос. Неценовые факторы спроса. Закон спроса. Прямая и обратная функция спроса.

Кривая индивидуального спроса. Зависимость индивидуального спроса от дохода потребителя. Нормальные (качественные, высшей категории) и инфериорные (некачественные, низшей категории) блага. Дополняющие и замещающие товары (комплементы и субституты).

Рыночный спрос. Кривая рыночного спроса. Понятие эластичности. Точечная и дуговая эластичность. Эластичность спроса на товар по его цене. Факторы, определяющие эластичность спроса по цене. Эластичность спроса и выручка продавцов. Перекрестная эластичность спроса по цене дополняющего или заменяющего товара. Эластичность спроса по доходу.

Тема 3. Предложение

Индивидуальное предложение. Неценовые факторы предложения. Закон предложения. Прямая и обратная функция предложения. Кривая индивидуального предложения. Рыночное предложение, кривая рыночного предложения. Эластичность предложения товара по цене.

Тема 4. Рыночное равновесие

Совершенная конкуренция. Рыночное равновесие. Избыточный спрос (дефицит) и избыточное предложение. Влияние изменений спроса и предложения на равновесную цену и равновесное количество. Последствия государственного регулирования (введения налогов и субсидий, фиксации цен, установления верхнего и нижнего предела цен, квот по объему производства).

Тема 5. Фирма в рыночной экономике: производство, выручка, издержки и прибыль

Фирма как экономический агент. Технология производства. Производственная функция. Постоянные и переменные ресурсы (факторы производства). Краткосрочный и долгосрочный периоды производства.

Производство в краткосрочном периоде. Двухфакторная модель производства. Труд как переменный ресурс. Общий (совокупный), средний и предельный продукт переменного фактора производства, графическая интерпретация. Закон убывающего

предельного продукта (предельной производительности) переменного фактора производства.

Бухгалтерские (явные, внешние) издержки. Неявные (внутренние) издержки использования собственных факторов производства. Экономические издержки. Издержки производства в краткосрочном периоде. Постоянные и переменные издержки. Амортизация как компонент постоянных издержек производства. Общие, средние, средние постоянные, средние переменные и предельные издержки, графическая интерпретация. Общая, средняя и предельная выручка фирмы.

Прибыль фирмы: общая, средняя и предельная. Бухгалтерская и экономическая прибыль. Нормальная прибыль. Максимизация экономической прибыли как цель фирмы. Условия максимизации прибыли.

Источники финансирования фирмы. Рынок ценных бумаг и его роль в финансировании бизнеса.

Тема 6. Фирма на рынке совершенной конкуренции

Рыночные структуры. Рынки совершенной конкуренции. Спрос на продукцию фирмы на рынке совершенной конкуренции. Предельная и общая выручка фирмы на рынке совершенной конкуренции. Условие максимизации прибыли фирмы на рынке совершенной конкуренции в краткосрочном и долгосрочном периодах. Условие прекращения производства фирмы. Кривая предложения фирмы в краткосрочном периоде на рынке совершенной конкуренции.

Тема 7. Фирма на рынке несовершенной конкуренции

Рынки несовершенной конкуренции: монополия, монополистическая конкуренция, олигополия. Рыночная власть фирмы.

Рынок монополии. Основные признаки рынка монополии. Причины возникновения монополий. Естественные монополии. Общая и предельная выручка монополии. Максимизация прибыли монополистом. Монопольная цена и монопольный выпуск по сравнению с совершенно конкурентной отраслью.

Монополистическая конкуренция. Основные признаки рынка монополистической конкуренции. Дифференциация продукта как источник рыночной власти на рынках монополистической конкуренции. Прибыль фирмы на рынке монополистической конкуренции.

Олигополия. Основные признаки рынка олигополии. Разнообразие форм стратегического взаимодействия фирм на олигополистических рынках.

Тема 8. Рынки факторов производства: рынок труда

Рынки факторов производства. Рынок труда. Совершенно конкурентные рынки труда. Спрос и предложение на рынке труда.

Кривая предельного продукта труда в денежном выражении (предельная доходность фактора) как спрос фирмы на труд. Определение оптимального объема труда, нанимаемого конкурентной фирмой. Эластичность спроса на труд.

Индивидуальное и рыночное предложение труда. Эластичность предложения труда по заработной плате.

Равновесие совершенно конкурентного рынка труда. Примеры рынков труда с несовершенной конкуренцией. Максимизация прибыли монополией. Профсоюз на рынке труда. Установление государством минимальной ставки заработной платы.

Тема 9. Распределение доходов в экономике

Неравенство доходов и причины возникновения неравенства в распределении доходов. Измерение степени неравенства доходов: кривая Лоренца и коэффициент Джини. Политика государства: механизмы перераспределения доходов.

Тема 10. Несостоятельность рынка (провалы рынка) и государственное регулирование

Случаи несостоятельности рынка: рыночная власть, проблемы внешних эффектов, недопроизводство общественных благ. Монополизация рынков и государственная политика (антимонопольное законодательство).

Общественные блага и их свойства. Примеры общественных благ. «Проблема безбилетника».

Положительные и отрицательные внешние эффекты в производстве и потреблении. Способы решения проблемы внешних эффектов.

Тема 11. Макроэкономические показатели

Кругооборот продукта, расходов и доходов. Принцип равенства расходов и доходов. Основное макроэкономическое тождество.

Макроэкономические показатели. Потоки и запасы. Система национальных счетов. Показатели совокупного выпуска (объема производства) и совокупного дохода. Валовой внутренний продукт (ВВП) и методы его расчета. Составляющие ВВП. Валовой национальный доход (ВНД). Располагаемый доход. Реальный и номинальный ВВП.

Индексы цен. Дефлятор ВВП, индекс потребительских цен.

Тема 12. Экономический рост и циклические колебания экономики

Динамика выпуска (ВВП) в краткосрочном и долгосрочном периоде. Фактический и потенциальный ВВП. Уровень жизни и производительность труда.

Понятие экономического роста. Измерение экономического роста: темп прироста ВВП и ВВП на душу населения. Источники экономического роста. Политика государства и экономический рост.

Понятие экономического цикла. Фазы экономического цикла и их основные характеристики.

Тема 13. Совокупный спрос и совокупное предложение

Совокупный спрос. Компоненты совокупного спроса. Кривая совокупного спроса. Неценовые факторы совокупного спроса, сдвиги кривой совокупного спроса.

Совокупное предложение. Различные подходы к исследованию совокупного предложения. Долгосрочный и краткосрочный периоды в макроэкономике. Кривая совокупного предложения в долгосрочном и краткосрочном периодах. Факторы, воздействующие на совокупное предложение в долгосрочном и краткосрочном периодах.

Равновесие совокупного спроса и совокупного предложения. Шоки совокупного спроса и совокупного предложения, их последствия в краткосрочном и долгосрочном периодах.

Тема 14. Безработица

Основные категории населения. Рабочая сила (экономически активное население). Занятые и безработные. Показатель уровня безработицы.

Виды безработицы. Естественный уровень безработицы. Фактический уровень безработицы.

Социальные и экономические последствия безработицы. Взаимосвязь динамики безработицы и ВВП. Закон Оукена. Государственное регулирование занятости.

Тема 15. Инфляция

Понятие инфляции. Определение темпа инфляции. Инфляция и покупательная способность денег. Инфляционный налог. Инфляция спроса и инфляция издержек. Ожидаемая и неожиданная инфляция. Дефляция и дезинфляция. Стагфляция. Инфляция и процентные ставки: эффект Фишера. Издержки инфляции. Потери в общественном благосостоянии и перераспределение богатства.

Тема 16. Деньги и денежное обращение

Деньги и их функции. Виды денег. Ликвидность. Денежные агрегаты. Денежная масса. Скорость обращения денег. Уравнение обмена. Ставка процента и спрос на деньги.

Тема 17. Банковская система

Понятие финансовой системы. Структура банковской системы. Коммерческие банки: основные функции, операции и роль в экономике. Центральный банк и его функции. Резервы банков и их виды. Роль коммерческих банков в создании денег. Механизм депозитной мультипликации.

Денежная база и денежная масса. Модель предложения денег. Денежный мультипликатор. Факторы, определяющие предложение денег. Равновесие денежного рынка.

Тема 18. Денежно-кредитная (монетарная) политика

Монетарная политика, ее цели и инструменты. Изменение нормы обязательных резервов. Изменение учетной ставки процента. Операции на открытом рынке. Передаточный механизм монетарной политики. Влияние монетарной политики на совокупный спрос. Стимулирующая и сдерживающая монетарная политика.

Тема 19. Доходы и расходы государства. Государственный бюджет

Государство и его роль в экономике. Государственные расходы и их виды. Доходы государства.

Налоги и их роль в экономике. Налоги как основной источник доходов государства и как инструмент перераспределения доходов. Виды налогов. Прямые и косвенные налоги. Системы налогообложения: пропорциональная, прогрессивная и регрессивная. Налоги и экономическая активность. Кривая Лаффера.

Государственный бюджет. Состояние (сальдо) государственного бюджета.

Тема 20. Дефицит государственного бюджета и государственный долг

Бюджетный дефицит и бюджетный излишек. Теории сбалансированного бюджета. Способы финансирования бюджетного дефицита (эмиссионное и долговое) и их

последствия. Эффект вытеснения. Государственный долг. Экономические последствия государственного долга.

Тема 21. Бюджетно-налоговая (фискальная) политика

Фискальная политика, ее цели и инструменты. Стимулирующая и сдерживающая фискальная политика. Дискреционная и недискреционная (автоматическая) фискальная политика. Встроенные (автоматические) стабилизаторы.

Воздействие государственных расходов на совокупный спрос. Мультипликатор государственных закупок. Мультипликатор трансфертов.

Воздействие налогов на совокупный спрос. Мультипликатор автономных (аккордных) налогов. Мультипликатор сбалансированного бюджета.

Тема 22. Открытая экономика

Понятие открытой экономики. Взаимосвязь между секторами экономики (частным, государственным и внешним миром).

Специализация и торговля. Абсолютные и сравнительные преимущества стран в производстве благ. Международное движение факторов производства.

Понятие валютного рынка. Номинальный и реальный валютный курс. Режимы валютных курсов.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**Основная литература**

1. Автономов В.А. Введение в экономику. Учебник для средней школы для 9–10 классов. – М.: Вита-Пресс, 2004 (или любое другое издание).
2. Акимов Д.В., Дичева О.В., Щукина. Задания по экономике: от простых до олимпиадных: пособие для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Вита-пресс, 2008 (или любое другое издание).
3. Акимов Д.В., Дичева О.В., Щукина Л.Б. Решения задач по экономике: от простых до олимпиадных. – М.: Вита-Пресс, 2010 (и любое другое издание).
4. Горяев А., Чумаченко В. [Финансовая грамота](#).
5. Основы экономической теории. Учебник для 10-11 классов (под ред. С.И.Иванова). – М.: Вита-Пресс, 1999 (или любое другое издание).
6. Практикум по основам экономической теории для 10-11 классов (под ред. С.И. Иванова). – М.: Вита-Пресс, 1999 (или любое другое издание).
7. Любимов Л.Л., Раннева Н.А. Основы экономических знаний. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных школ с углубленным изучением экономики. – М.: Вита – Пресс, 2004 (или любое другое издание).
8. Савицкая Е.В. Уроки экономики в школе. В 2 кн. Кн.1: Пособие для учителя. – М.: Вита-Пресс, 2006 (или любое другое издание).
9. Савицкая Е.В., Серегина С.Ф. Уроки экономики в школе. В 2 кн. Кн.2: Пособие для учителя. –М.: Вита-Пресс, 2008 (или любое другое издание).
10. Савицкая Е.В. [Введение в микроэкономику \(видеокурс\)](#).
11. Савицкая Е.В., Евсеева А.О. Самостоятельные и контрольные работы по экономике: пособие для 10-11 кл. – М.: Вита-Пресс, 2010.
12. Савицкая Е.В., Евсеева А.О. Решения самостоятельных и контрольных работ по экономике. – М.: Вита-Пресс, 2010.
13. Фридман А.А., Бусыгин В.П., Акимов Д.В. Экономика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. – М.: Просвещение, 2012.

Дополнительная литература

1. Бернанке Б., Фрэнк Р. Экономикс. Экспресс-курс: Учебник /пер. с англ. – СПб.: Питер, 2012.
2. Интернет-консультации по экономике. Сайт «Экономика для школьников».
 - <http://talent.hse.ru/links>
 - <http://olymp.hse.ru/mmo/materials/e-consult>
3. Кругман П., Веллс Р., Олни М. Основы экономикс: Учебник /пер. с англ. – СПб.: Питер, 2011.

4. Макконнелл К., Брю С. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. В 2-х т. – М.: Инфра-М, 2000 (или любое другое издание).
5. Макроэкономика. Учебник для бакалавров (под ред. С.Ф.Сергиной). – Москва: Юрайт, 2011.
6. Матвеева Т.Ю. Введение в макроэкономiku. – М.: ГУ-ВШЭ, 2007 (или любое другое издание).
7. Мэнкью Г. Принципы экономикс. – СПб: Питер Ком., 1999 (или любое другое издание).
8. Хейне П., Боуттке П., Причитко Д. Экономический образ мышления. – М., 1991 (или любое другое издание).
9. Ландсбург С. Теория цен и ее применение. – 2018.
10. Курс Экономика для неэкономистов Автор Ким И.А. <https://www.coursera.org/learn/ekonomika-dlya-neekonomistov>
11. Курс Основы микроэкономики Автор Сонин К. <https://www.coursera.org/learn/mikroekonomika>
12. Интернет-ресурс <https://www.iloveeconomics.ru/>

Задания заключительного этапа
2018–2019 учебного года
Межрегиональной олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»

8 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Рыцари при дворе короля Артура

В замке короля Артура есть 1 круглый стол, за которым рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но также не отказываются от общения в компании. Поэтому удовольствие, которое получает каждый рыцарь от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, что сидят за столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n),$$

где n – это общее число **всех** рыцарей за столом, включая его самого. Рыцари съезжаются на обед, только если получают положительное удовольствие от его посещения. В свою очередь король Артур заботится обо всех своих гостях, и его удовольствие от званого обеда равно сумме удовольствий приглашенных рыцарей.

Вопрос 1.1. Какое максимальное число рыцарей можно видеть за столом короля Артура?

Вопрос 1.2. Какое количество приглашенных оптимально с точки зрения каждого рыцаря, который желает получить максимальное удовольствие от посещения званого обеда?

Вопрос 1.3. Какое количество приглашенных оптимально с точки зрения короля Артура, который желает, чтобы суммарное удовольствие всех присутствующих на обеде было максимально?

Вопрос 1.4. Сравните количество приглашенных рыцарей в Пунктах 2 и 3 и объясните, почему можно было бы предугадать результат этого сравнения, не проводя расчетов.

Задание 2 (20 баллов). Пенсионная реформа

Вместе с повышением пенсионного возраста правительство Российской Федерации разработало ряд мер для защиты работников предпенсионного возраста. К данной категории относятся работники, которым до наступления пенсионного возраста осталось не более 5 лет. Одна из таких мер предусматривает наложение штрафа на предприятие в размере до 200 тыс. руб. за необоснованное увольнение работника предпенсионного возраста.

Вопрос 2.1. Приведите два (2) аргумента, объясняющих, почему введение санкций за увольнение работников предпенсионного возраста может негативно сказаться на прибыли российских компаний, которые не нарушают закон и, соответственно, не платят штраф, упомянутый выше. Если вы укажете три аргумента и более, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 2.2. Предложите три (3) различных и не противоречащих вступающему в силу закону (т. е. фирма не увольняет работника предпенсионного возраста) варианта того, как компании могут начать действовать в обход указанных в задании санкций. Если вы приведете четыре варианта и более, то засчитаны будут только первые три.

Задание 3 (30 баллов). Подарки от бабушки Агриппины

В некотором регионе есть три города: А, В и С – попарно соединенных дорогами. Стоимость отправки посылки весом w кг между двумя городами определяется следующим образом:

w	$A \Leftrightarrow B$	$B \Leftrightarrow C$	$A \Leftrightarrow C$
$w < 10$	10 д. е.	20 д. е.	$w + 5$ д. е.
$10 \leq w < 20$	15 д. е.	5 д. е.	$w + 5$ д. е.
$w \geq 20$	20 д. е.	10 д. е.	w д. е.

Бабушка Агриппина, живущая в городе А, хочет отправить подарки двум своим внукам: Васе и Соне. Вася живет в городе В, а Соня – в городе С. Бабушка может отправить посылку как напрямую в нужный город, так и через другой город, и при этом она всегда выбирает самый дешевый способ пересылки. Так, например, бабушка может отправить подарок весом $w = 15$ кг в город В напрямую, заплатив 15 д. е., или же через город С, отдав $(15 + 5) + 5 = 25$ д. е. Если два способа пересылки стоят одинаково, бабушка Агриппина всегда предпочитает отправлять подарок напрямую.

Вопрос 3.1. Определите, какую сумму бабушка Агриппина затратит на пересылку подарка каждому из внуков в зависимости от веса его посылки w кг, если она действует оптимально. Ответ представьте, заполнив таблицу, приведенную ниже, и поясните своё решение (обратите внимание, что в одной категории веса (например, $10 \leq w < 20$) возможны различные варианты пересылки отправления).

w	Вася (город В)	Соня (город С)
$w < 10$		
$10 \leq w < 20$		
$w \geq 20$		

Вопрос 3.2. Бабушка любит обоих внуков одинаково и поэтому отправляет им посылки одного и того же веса w кг. Представьте график суммарных затрат бабушки Агриппины на отправку обеих посылок Васе и Соне, где ось X соответствует весу одного подарка w кг, а ось Y – суммарной стоимости пересылки обоих подарков p д. е. Поясните ваши расчеты.

Вопрос 3.3. Известно, что бабушка Агриппина потратила в сумме 45 д. е. на пересылку подарков обоим внукам. Определите, сколько весил подарок каждому из внуков и сколько бабушка Агриппина потратила на пересылку каждого из них.

Задание 4 (25 баллов). Газировка

С целью сокращения потребления сладких газированных напитков правительство страны N предложило установить минимальную цену p денежных единиц (д. е.) за литр газировки. При этом уровень цены p д. е. оказался выше, чем цена одного литра большинства газированных напитков, представленных в стране N. На рынке газированных напитков страны N присутствуют 4 крупных производителя, каждый из которых контролирует примерно 15% рынка и входит в Ассоциацию производителей безалкогольных напитков (АПБН), и множество мелких региональных производителей, доля каждого из которых не превышает 1% рынка. АПБН поддержала предложение правительства ввести минимальную цену p д. е. за литр газированного напитка.

Вопрос 4.1. Как вы думаете, чем может быть обосновано решение АПБН поддержать инициативу правительства о введении минимальной цены p д. е. за литр, ведь повышение цены при прочих равных условиях приведет к сокращению потребления газированных напитков и падению объема продаж?

Вопрос 4.2. На ваш взгляд, какой могла быть стратегия большинства мелких региональных производителей газированных напитков до введения минимальной цены p д. е. за литр (иначе говоря, в чем было их преимущество перед крупными компаниями)? Какую стратегию вы бы посоветовали им использовать после введения минимальной цены за литр газировки?

Вопрос 4.3. Оппозиционная партия выступила с резкой критикой введения минимальной цены на газированные напитки как направленной против бедных слоев граждан. В частности, лидер оппозиционной партии заявил, что повышение цены газированных напитков сильнее всего затронет самые незащищенные слои населения, поскольку для них доля расходов на газировку в совокупных доходах составляет около 7%. Тогда если в результате введенных мер средняя цена за литр газировки увеличится в $x > 0$ раз, то на данную статью расходов будет приходиться около $x \cdot 7\%$ совокупных доходов наименее обеспеченных домашних хозяйств, что заставит их начать экономить на остальных товарах. В то же время более богатые домашние хозяйства, для которых доля расходов на газированные напитки в совокупных доходах составляет менее 1%, не ощутят повышения цены данного блага. Согласны ли вы с аргументами лидера оппозиционной партии? Обоснуйте свой ответ.

9 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Пенсионная реформа

Вместе с повышением пенсионного возраста правительство Российской Федерации разработало ряд мер для защиты работников предпенсионного возраста. К данной категории относятся работники, которым до наступления пенсионного возраста осталось не более 5 лет. Одна из таких мер предусматривает наложение штрафа на предприятие в размере до 200 тыс. руб. за необоснованное увольнение работника предпенсионного возраста.

Вопрос 1.1. Приведите два (2) аргумента, объясняющих, почему введение санкций за увольнение работников предпенсионного возраста может негативно сказаться на прибыли российских компаний, которые не нарушают закон и, соответственно, не платят штраф, упомянутый выше. Если вы укажете три аргумента и более, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 1.2. Предложите три (3) различных и не противоречащих вступающему в силу закону (т. е. фирма не увольняет работников предпенсионного возраста) варианта того, как компании могут начать действовать в обход указанных в задании санкций. Если вы приведете четыре варианта и более, то засчитаны будут только первые три.

Задание 2 (30 баллов). Рыцари при дворе короля Артура

Король Артур славится своим гостеприимством. В его замке стоят 2 круглых стола, за которыми рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но в то же время охотно присоединяются к компании. Если за столом не очень тесно, то рыцари предпочитают сидеть в компании других рыцарей, а не проводить время в одиночестве. С другой стороны, когда за столом собирается слишком много рыцарей, может быть предпочтительнее сесть отдельно. Удовольствие, получаемое каждым конкретным рыцарем от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, сидящих с ним за одним столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n),$$

где n – это общее число **всех** рыцарей за столом, включая его самого. Можно считать, что рыцари знают количество приглашенных на званый обед; они съезжаются в замок по-одному, но в процессе могут пересаживаться из-за одного стола за другой. Если рыцарь

игнорирует приглашение короля Артура и не приходит на званый обед, он получает нулевое удовольствие от посещения данного мероприятия.

Вопрос 2.1. Как рассядутся 7 приглашенных рыцарей, если каждый из них стремится максимизировать собственное удовольствие от посещения званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13? А если их 20?

Вопрос 2.2. Король Артур заботится обо всех своих гостях. Его удовольствие от званого обеда определяется как суммарное удовольствие всех приглашенных рыцарей. Также известно, что рыцари рассядутся именно так, как их попросит король Артур. Каким образом король Артур должен рассадить 8 приглашенных рыцарей, если он стремится максимизировать суммарное удовольствие всех посетителей званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13? А если их 20?

Задание 3 (20 баллов). Рынок труда

Не секрет, что доходы человека зависят от уровня его образования, обладания уникальными навыками, от должности, которую он занимает. Тогда логично предположить, что заработные платы людей со схожей квалификацией – скажем, педагогов дошкольных учебных заведений – должны быть более-менее сопоставимыми на региональном уровне. Однако по данным официальной статистики в период с января по сентябрь 2016г. средняя заработная плата такого работника в Московской области составляла 42 521 руб., в Ленинградской области – 34 352 руб., в Ростовской области – 18 152 руб., в Республике Дагестан – 14 605 руб., в Нижегородской области – 25 008 руб., в Тюменской области – 47 205 руб.

Вопрос 3.1. Приведите два (2) различных рыночных фактора, которые могут объяснить существующий разрыв в уровне заработных плат работников со схожей квалификацией на межрегиональном уровне. Если вы укажете три фактора и более, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 3.2. Может ли рабочий средней квалификации (скажем, электрик) получать заработную плату больше, чем специалист с высшим образованием, находящийся в том же регионе? Аргументируйте свой ответ: если он отрицательный, поясните почему; если положительный, дополнительно укажите, при каких условиях будет наблюдаться подобная ситуация.

Задание 4 (25 баллов). Хоккейный клуб

В одном городе есть хоккейный клуб, для стабильного существования которого требуется компания, готовая стать его генеральным спонсором. Губернатор озадачился поиском финансирования для клуба, представляющего город в хоккейной лиге. Он обратился к фирме-монополисту, которая производит единицу продукции с издержками 2 д. е. и реализует товар на рынке, где спрос описывается функцией $q_d(p) = 12 - p$. Также фирма-монополист уплачивает потоварный налог по ставке 4 д. е. Губернатор не может направить эти налоговые поступления на финансирование хоккейного клуба, а взимание аккордных налогов запрещено законом. Чтобы заинтересовать фирму-монополиста в спонсорской деятельности, губернатором была предложена следующая схема:

- Фирма-монополист может выбрать сумму x д. е. и внести её в пользу хоккейного клуба;
- В обмен на спонсорскую поддержку хоккейного клуба губернатор готов снизить ставку потоварного налога для фирмы-монополиста до величины $(4 - \beta \cdot x)$ д. е. при $(4 - \beta \cdot x) \geq 0$ или до нуля, если $(4 - \beta \cdot x)$ принимает отрицательные значения.

Считайте, что если фирме-монополисту безразлично, платить потоварный налог по базовой ставке 4 д. е. или же спонсировать хоккейный клуб, то она всегда предпочитает второй вариант (т. е. поддержку спорта). Величина налоговых льгот (коэффициент β) выбирается губернатором.

Вопрос 4.1. Найдите все значения β , при которых фирма-монополист согласится стать спонсором хоккейного клуба.

Вопрос 4.2. Какую величину налоговых льгот β должен выбрать губернатор, если он хочет, чтобы размер спонсорской помощи хоккейному клубу x д. е. был максимальным? Сколько при этом составит бюджет хоккейного клуба, т. е. величина x_{max} д. е.?

Вопрос 4.3. Допустим, губернатор установил величину налоговых льгот β на уровне, который вы определили в Пункте 2. Сравните налоговые отчисления фирмы при отказе от поддержки хоккейного клуба (т. е. при $x = 0$) и размер спонсорской помощи x_{max} д. е. Будет ли найденное вами соотношение между двумя указанными величинами (знак неравенства) оставаться таким же при других функциях спроса и иных издержках производства единицы продукции для фирмы-монополиста? Используйте формальные выкладки для аргументации своего ответа.

10 класс*Время выполнения заданий – 120 минут**Максимальное количество баллов – 100*

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!**Задание 1 (20 баллов). Финансовые рынки и макроэкономический рост**

Идея о том, что развитый финансовый сектор положительно влияет на экономический рост в стране, довольно давно присутствует в работах российских и зарубежных авторов.

Вопрос 1.1. Один из возможных механизмов положительного воздействия финансового сектора на будущий экономический рост носит название «канал фильтрации». Объясните, что «фильтруют» финансовые организации и почему это оказывает положительный эффект на экономический рост в последующие годы.

Вопрос 1.2. В дополнение к вопросу 1.1, назовите два (2) фактора, позволяющие объяснить положительный эффект, который развитый финансовый сектор оказывает на экономический рост, и опишите механизм их воздействия. Если вы укажете три фактора и более, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 1.3. Ряд исследований говорит о том, что избыточно развитый финансовый рынок может, наоборот, стать причиной для снижения темпов экономического роста. Как бы вы объяснили наличие подобного эффекта? Аргументируйте свой ответ.

Задание 2 (25 баллов). Ценовая дискриминация

В городе N, где раньше не было сотовой связи, появился оператор-монополист, предлагающий жителям два типа услуг. Первая услуга включает в себя 300 минут бесплатных звонков в месяц. Вторая услуга состоит из 10 ГБ бесплатного интернета в месяц. В городе живут две группы потребителей, одинаковые по численности, но разные по своим предпочтениям. Монополист выбирает цену, и если она оказывается приемлемой для покупателя, то он приобретает товар. В таблице, приведенной ниже, указана максимальная цена, которую каждая группа потребителей готова заплатить за конкретный продукт:

	300 минут бесплатных звонков	10 ГБ бесплатного интернета
Потребители 1 группы	9 д. е.	х д. е.

Потребители 2 группы	6 д. е.	12 д. е.
----------------------	---------	----------

Монополист может продавать услуги по отдельности, а может объединять их в пакет. При этом максимальная цена, которую покупатели готовы заплатить за пакет, определяется как сумма максимальных цен двух входящих в него услуг для каждой конкретной группы покупателей.

Вопрос 2.1. Найдите, при каких значениях x монополисту будет строго выгодно продавать пакет услуг (т. е. его прибыль в данном случае будет строго больше), и поясните полученные результаты.

Задание 3 (20 баллов). Драконы и зарплаты

В Далёкой-Далёкой Стране живут драконы. Они начинают работать в 20 лет и выходят на пенсию в 50 лет. Драконьи учёные провели большой опрос и установили, что зарплата драконов определяется по следующей формуле:

$$w_i = 20 + 3 \cdot (age_i - 20) - 5 \cdot gender_i + 0,5 \cdot gender_i \cdot (age_i - 20),$$

где:

- w_i – годовая (драконы получают зарплату раз в год!) зарплата дракона i (в овцах);
- age_i – возраст дракона i ;
- $gender_i$ – пол дракона i (эта переменная равна 0 для драконов-самцов и 1 для драконов-самок).

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 3.1. Считая, что драконы работают с одинаковой производительностью независимо от пола, можно ли утверждать, что на их рынке труда присутствует ценовая дискриминация по половому признаку? Аргументируйте свой ответ, используя такие индикаторы, как среднемесячная / среднегодовая заработная плата, которую получает дракон i за весь период своей трудовой деятельности (т. е. с 20 до 50 лет).

Вопрос 3.2. Согласно законодательству Далёкой-Далёкой Страны, все виды отпуска, который берут драконы, являются неоплачиваемыми. Как изменится ваш ответ на Пункт 1, если известно, что драконихи уходят в отпуск и уезжают на море на 1 месяц в году, а драконы (самцы) каждый год улетают в экскурсионный тур по достопримечательностям соседних королевств длиной в 3 месяца?

Задание 4. «Рыцари при дворе короля Артура» (20 баллов)

Король Артур славится своим гостеприимством. В его замке стоят 2 круглых стола, за которыми рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но в то же время охотно присоединяются к компании. Если за столом не очень тесно, то рыцари предпочитают сидеть в компании других рыцарей, а не проводить время в одиночестве. С другой стороны, когда за столом собирается слишком много рыцарей, может быть предпочтительнее сесть отдельно. Удовольствие, получаемое каждым конкретным рыцарем от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, сидящих с ним за одним столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n),$$

где n – это общее число всех рыцарей за столом, включая его самого. Можно считать, что рыцари знают количество приглашенных на званый обед; они съезжаются в замок по одному, но в процессе могут пересаживаться из-за одного стола за другой. Если рыцарь

игнорирует приглашение короля Артура и не приходит на званый обед, он получает нулевое удовольствие от посещения данного мероприятия.

Вопрос 4.1. Как рассядутся 7 приглашенных рыцарей, если каждый из них стремится максимизировать собственное удовольствие от посещения званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13 ? А если их 20 ?

Вопрос 4.2. Король Артур заботится обо всех своих гостях. Его удовольствие от званого обеда определяется как суммарное удовольствие всех приглашенных рыцарей. Также известно, что рыцари рассядутся именно так, как их попросит король Артур. Каким образом король Артур должен рассадить 8 приглашенных рыцарей, если он стремится максимизировать суммарное удовольствие всех посетителей званого обеда? Как изменится ваш ответ, если приглашенных рыцарей 13 ? А если их 20 ?

Задание 5 (15 баллов). Доллар, прощай?!

Правительства двух малых открытых экономик заключили между собой соглашение, которое обязывает компании проводить все торговые операции между этими двумя странами только в национальной валюте (первой или второй страны). До заключения данного соглашения все сделки осуществлялись в долларах США.

Вопрос 5.1. Прокомментируйте, с какой целью правительства указанных стран могли отказаться от использования доллара США в качестве основной валюты для сделок. Приведите две (2) экономически обоснованные причины. Если вы укажете три причины и более, то засчитаны будут только первые две.

Вопрос 5.2. Предложите два (2) аргумента в пользу того, почему компании в этих странах прежде предпочитали использовать доллар США, а не национальные валюты для международных расчетов. Если вы укажете три аргумента и более, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 5.3. С какими издержками, связанными с переводом расчетов в национальные валюты, могут столкнуться компании двух указанных экономик в краткосрочном периоде? Поясните ваш ответ.

11 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1 (20 баллов). Закон и порядок

Власти страны N обеспокоены криминогенной обстановкой в регионах своего государства. Для детального изучения причин существующих проблем президент страны N обратился к двум уважаемым ученым, Кнутову и Пряникову. Исследователи проделали огромную работу по сбору и обработке данных и вывели следующую эмпирическую закономерность:

$$r_i = 12 + 0,25 \cdot n_i^{\text{homeless}} + \beta \cdot X_i,$$

где:

- r_i отражает уровень преступности в регионе i , измеренный как общее количество преступлений, совершенных за год;
- n_i^{homeless} определяет общее число бездомных в регионе i за год;
- $\beta \cdot X_i$ улавливает влияние прочих региональных факторов на уровень преступности. Кнутов и Пряников интерпретировали полученные результаты следующим образом:

“Согласно проведенному анализу, именно высокое количество бездомных в регионе провоцирует рост уровня преступности. В качестве основной рекомендации властям страны N предлагается обеспечить бездомных жильем, что приведет к значительному снижению общего числа совершенных преступлений”.

Поскольку Кнутов и Пряников являются уважаемыми экспертами, президент страны N последовал их совету и затратил значительную сумму бюджетных средств на обеспечение бездомных жильем, что позволило достичь $n_i^{\text{homeless}} = 0$ в каждом из регионов. Однако указанные меры не привели к ожидаемому снижению уровня преступности: данный показатель практически не изменился!

Вопрос 1.1. Чем можно объяснить тот факт, что общий уровень преступности не снизился в результате предпринятых властями страны N мер по обеспечению бездомных жильем, несмотря на аналитические выкладки Кнутова и Пряникова?

Вопрос 2.1. Несмотря на провал реформы, предложенной Кнутовым и Пряниковым, президент страны N все же намерен выяснить, является ли рост числа

бездомных в регионе причиной увеличения общего уровня преступности. Один из стандартных подходов к выявлению причинно-следственных связей подразумевает деление выборки на контрольную и испытываемую группы случайным образом. Предполагается, что данные группы идентичны по всем характеристикам. Реформа, эффект которой нужно оценить, применяется только к испытываемой группе, тогда как для контрольной группы ничего не изменяется. Поскольку исходные условия были идентичны для обеих групп, наблюдаемые различия объясняются исключительно реформой, которой подверглась испытываемая группа. Используя логику указанного метода, предложите «идеальный» подход (не обязательно реализуемый на практике) для выявления причинно-следственной связи между количеством бездомных в регионе и общим уровнем преступности посредством проведения реформы, направленной на обеспечение бездомных жильем. Укажите две (2) причины, по которым такой подход может быть сложно реализовать на практике. Если вы укажете три причины и более, то засчитаны будут только первые две.

Задание 2 (20 баллов). Роялти

Рыночный спрос на товар X описывается функцией $q_d(p) = 2 - p$. В данный момент на рынке товара X в качестве монополиста действует фирма A ; фирма B рассматривает возможность входа на этот рынок. Отличительная особенность функционирования данной отрасли состоит в том, что фирма A обладает патентом на производство товара X . Это значит, что если фирма B захочет выпускать товар X , то ей придется перечислять фирме A роялти – платёж в размере $\$t$ с каждой произведённой единицы продукции – за право пользоваться запатентованной технологией. Производство единицы товара X с помощью этой технологии обходится в $\$1$. Взаимодействие фирм на рынке происходит следующим образом:

- Фирма A выбирает свой объём выпуска q_A , величину роялти t и объявляет их;
- После этого фирма B , зная выпуск фирмы A и размер роялти, принимает своё решение об объёме производства q_B .

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 2.1. Какой размер роялти установит фирма A ? Какими при этом будут объёмы выпуска и прибыль обеих фирм?

Вопрос 2.2. Предположим, что у фирмы B имеется административный ресурс, благодаря которому половину расходов, связанных с производством товара X , ей компенсируют из бюджета. Иначе говоря, производство единицы товара X с помощью технологии фирмы A будет обходиться фирме B дешевле: не в $\$1$, а в $\$0,5$. При этом расходы фирмы B на выплату роялти в пользу фирмы A не компенсируются. Структура издержек фирмы A осталась неизменной: как и прежде, она затрачивает $\$1$ на производство единицы товара X . Как изменятся ваши ответы на вопрос 2.1. при новых условиях? Прокомментируйте полученные результаты.

Задание 3 (20 баллов). Системные риски и банковское регулирование

В самом упрощенном виде деятельность коммерческих банков представляет собой привлечение депозитов вкладчиков, часть из которых направляется на формирование резервов банка, а часть (вместе с собственными средствами банка) выдается фирмам и домохозяйствам в форме кредитов. По статистике средний срок хранения депозита в банке составляет не более 5 лет, в то время как кредиты могут выдаваться и на более длительный период (так, средний срок ипотечного кредита в России составляет 14,9 лет). Помимо этого, банки, как правило, проводят депозитные и кредитные операции не только в

валютах (например, российский банк может принимать депозиты и выдавать кредиты в долларах или евро). Процентные ставки по депозитам и кредитам при этом определяются банком в момент заключения договора с вкладчиком/заемщиком на основе множества параметров, таких как текущая ситуация на денежном рынке, соотношение активов и пассивов банка и его ожидания относительно макроэкономической ситуации в будущем.

Вопрос 3.1. С какими рисками, связанными с хранением депозитов и выдачей кредитов, может столкнуться банк? Каким образом они угрожают его финансовой стабильности?

Вопрос 3.2. На практике банки не всегда хорошо контролируют те риски, которые вы перечислили в Пункте 1, и зачастую недооценивают их значимость. Поскольку стабильность финансовой системы страны напрямую зависит от стабильности отдельных агентов, которые в нее входят, регуляторы часто используют специальные меры финансового регулирования, направленные на снижение банковских рисков. Предложите три (3) различные меры, которые будут направлены на уменьшение рисков, представленных вами в ответе на вопрос 3.1. Если вы предложите больше трех мер, засчитаны будут только первые три.

Вопрос 3.3. Перечислите общие недостатки всех мер регулирования, которые были предложены вами в ответе на вопрос 3.2.

Задание 4 (20 баллов). Мониторинг

Фирма-совершенный конкурент работает на рынке, где цена установилась на уровне p д. е. Производство q единиц продукции обходится фирме в $q^2/100$ д. е. По итогам независимого аудита выяснилось, что доля $x \in (0, 1)$ от всей произведённой фирмой продукции пропадает со склада и не доходит до продажи. В связи с этим фирма приняла решение нанять инспекторов, которые должны контролировать, чтобы произведённая продукция не исчезала со склада. Известно, что во избежание пропажи Y единиц продукции (независимо от совокупного выпуска q), фирме необходимо потратить $\frac{Y^2}{16}$ д. е.

Пример. Допустим, фирма производит $q = 50$ единиц продукции, 40% которой ($x = 0,4$) исчезает со склада. Тогда без дополнительных инспекций до рынка дойдет лишь $(1 - x) \cdot q = 30$ единиц продукции. Если фирма хочет реализовать 38 единиц продукции из 50, она должна предотвратить пропажу $Y = 8$ единиц продукции, затратив при этом $\frac{Y^2}{16} = 4$ д. е.

Вопрос 4.1. Определите, как объем производства фирмы q зависит от доли пропавшей продукции x и конкурентной цены p при условии использования возможности мониторинга.

Вопрос 4.2. При каком значении x количество фактически исчезнувшей со склада продукции (т. е. величина $(x \cdot q - Y)$ при использовании возможности мониторинга) будет максимальным?

Задание 5. «Рыцари при дворе короля Артура» (20 баллов)

В замке короля Артура есть 2 круглых стола, за которыми рассаживаются рыцари, когда съезжаются на званый обед. Рыцари любят просторно расположиться за столом, но также ценят и дружеское общение. Поэтому если за столом не очень тесно, они предпочтут сидеть в компании других рыцарей, чем оставаться в одиночестве. С другой стороны, если слишком много рыцарей располагаются за одним столом, может быть предпочтительнее переместиться за другой стол. Общее удовольствие, получаемое

каждым конкретным рыцарем от посещения званого обеда, зависит от числа рыцарей, сидящих с ним за одним столом, следующим образом:

$$U(n) = n \cdot (13 - n),$$

где n – это число всех рыцарей, расположившихся за конкретным столом, включая его самого. В свою очередь король Артур как радушный хозяин заботится о том, чтобы суммарное удовольствие всех его гостей было максимальным, и в случае, когда король Артур рассаживает рыцарей самостоятельно, он максимизирует именно эту величину. Можно считать, что рыцари знают количество приглашенных на званый обед; они съезжаются в замок по-одному, но в процессе могут пересаживаться из-за одного стола за другой. Если рыцарь игнорирует приглашение короля Артура и не приходит на званый обед, он получает нулевое удовольствие от посещения данного мероприятия.

Распределение рыцарей по столам считается устойчивым, если ни у одного рыцаря (или группы рыцарей) нет стимула его нарушить.

Вопрос 5.1. При каком количестве рыцарей распределение их по столам будет устойчивым и одинаковым вне зависимости от того, рассаживались ли они сами или же их распределил по столам король Артур?

Задания заключительного этапа
2019–2020 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»

8 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

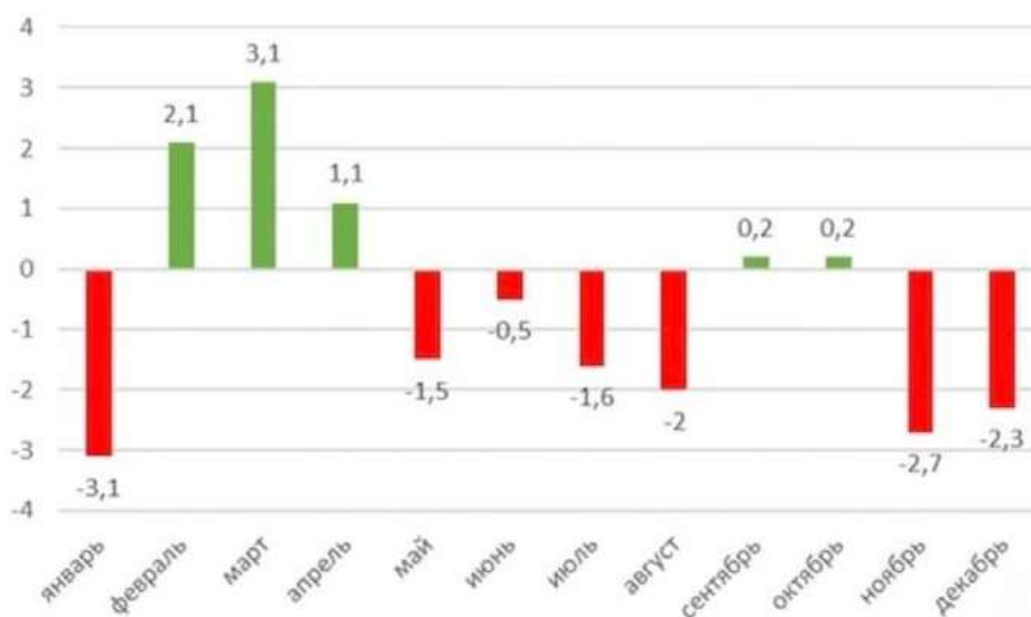
Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Вечный вклад

Заботливые родители подарили Васе на день рождения некоторую сумму денег. Как будущий экономист, Вася решил распорядиться подарком рационально: часть денег он оставил себе на текущее потребление, а оставшуюся сумму положил в банк на год под 25% годовых (процент выплачивается единовременно по истечении срока вклада). В конце года Вася планирует изъять часть итоговой суммы вклада на личные цели, а оставшиеся деньги разместить в банке на тех же условиях (сроком на один год под 25% годовых). Вася хочет повторять эту операцию из года в год и быть уверенным, что вклад приносит ему один и тот же доход, а уровень изъятий на личные цели остается неизменным.

Вопрос 1.1. Какую долю подаренной суммы Вася должен изначально положить в банк, чтобы это условие выполнялось? Если нужно, предположите, что Вася планирует жить вечно, а инфляция отсутствует.

Задание 2 (25 баллов). Сезонные колебания курса рубля



Средняя динамика рубля к доллару за 10 лет, %. Источник: ITI Capital, Bloomberg

На графике представлена средняя динамика курса рубля к доллару в течение года.

Периоды укрепления рубля совпадают с календарными сроками уплаты основных налогов (НДС, налог на прибыль и пр.) в бюджет.

Вопрос 2.1. Объясните наблюдаемую взаимосвязь между укреплением рубля (ростом его стоимости в долларовом эквиваленте) на валютном рынке и сроками уплаты налогов.

Вопрос 2.2. Как известно, колебания валютного курса могут по-разному влиять на экономику. Укажите два (2) отрицательных эффекта, которые могут возникать в результате сезонных изменений стоимости рубля по отношению к доллару на валютном рынке. Если вы приведете три и более эффектов, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 2.3. Предположим, что для ослабления обозначенных вами в предыдущем пункте негативных эффектов государство решило минимизировать колебания валютного курса. Предложите две (2) меры государственного регулирования, которые могли бы быть использованы для достижения этой цели. Если вы приведете три и более меры, то засчитаны будут только первые две.

Задание 3 (25 баллов). Полезно или бесполезно?

Алёша очень любит сладкое. Каждый день он съедает хотя бы одну конфету, и чем больше общее количество конфет, съеденных в день t , тем счастливее Алёша. Но, к сожалению, избыточное потребление сладкого вызывает прибавку в весе, что расстраивает Алёшу. Иначе говоря, чем больше суммарное количество конфет, съеденных Алёшей за всю его жизнь, тем ему хуже. Таким образом, счастье Алёши в день t определяется по формуле:

$$U(c_1, \dots, c_t) = \frac{c_t}{\sum_{k=1}^t c_k},$$

где c_t – это количество конфет, съеденных Алёшей в день t .

Вопрос 3.1. Может ли счастье Алёши, связанное с потреблением конфет, оставаться постоянным? Приведите аналитическое решение и поясните свой ответ словами.

Вопрос 3.2. Растет или падает счастье Алёши, связанное с потреблением конфет, со временем? Приведите аналитическое решение и прокомментируйте полученный результат.

Задание 4 (25 баллов). Семья и дети

Помимо экономики, Варфоломей также интересуется историей. Изучая результаты переписи населения Российской Империи за 1897 год, он обнаружил, что число детей и подростков в более обеспеченных дворянских семьях было меньше, чем в крестьянских семьях. Например, в Нижегородской губернии на 100 взрослых крестьян (возраст 20 лет и старше) приходилось 85 детей и подростков (возраст до 19 лет), а на 100 взрослых дворян – только 65 детей и подростков. Аналогичная ситуация наблюдалась и в других губерниях. Это сильно удивило Варфоломея, поскольку он полагал, что более обеспеченные семьи могли позволить себе воспитывать большее число детей.

Вопрос 4.1. Приведите два (2) довода, которые объясняют обнаруженную Варфоломеем закономерность с точки зрения экономики. Если вы приведете три и более довода, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 4.2. Пользуясь вашими аргументами, приведенными в пункте выше, объясните, почему распределение числа детей и подростков в семьях различных социально-экономических групп населения в условиях постиндустриальной экономики может отличаться от ситуации 1897 года.

9 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Динамическое равновесие

В момент времени t спрос на некоторое благо задается по формуле:

$$Q_t^D(p_t) = 110 - 2p_t,$$

где p_t – цена в момент времени t .

Предложение блага в период t зависит от цены прошлого периода и выглядит следующим образом:

$$Q_t^S(p_{t-1}) = -10 + p_{t-1}.$$

В каждый момент времени рынок находится в равновесии, т. е. цена текущего периода устанавливается такой, что не наблюдается ни дефицита, ни избытка.

Вопрос 1.1. Выведите формулу, показывающую, как цена в момент времени t зависит от значения прошлого периода.

Вопрос 1.2. Пусть начальная цена составляет $p_0 = 30$. Покажите на графике, где по оси абсцисс откладывается Q_t , а по оси ординат – p_t , как со временем будет изменяться цена на благо (достаточно рассмотреть 3 периода). Будут ли эти изменения монотонными (цена всегда растет/падает) или циклическими (рост цены сменяется её снижением)?

Вопрос 1.3. Какая цена установится на рынке с течением времени? Каким при этом будет объем продаж блага?

Задание 2 (25 баллов). Дешевое молоко

Оксана интересуется экономикой и любит анализировать цены на товары в магазинах своего города. Она очень образованна и знает себестоимость практически всех продуктов, которые видит на прилавках. Оксана заметила, что в магазинах сети «Вкус рядом» молоко продают по цене ниже себестоимости, тогда как в магазинах сети «Универ» по цене ниже себестоимости реализуется газировка, причем такие цены – это не разовая акция, но постоянное предложение магазинов. В остальном же уровень цен в двух указанных сетях совпадает и равен среднему по городу.

Изучая онлайн карту, Оксана обратила внимание, что магазины сети «Вкус рядом» расположены в районах массовой жилой застройки, тогда как магазины сети «Универ» находятся рядом со зданиями вузов.

Вопрос 2.1. Укажите две (2) экономически обоснованные причины, по которым рассмотренные магазины могут реализовывать конкретный вид продукта ниже себестоимости. Если вы укажете три и более причины, то засчитаны будут только первые две.

Вопрос 2.2. Объясните, чем вызван выбор молока в магазинах сети «Вкус рядом» и газировки в магазинах сети «Универ» для продажи по цене ниже себестоимости.

Вопрос 2.3. Для каждой сети назовите два (2) различных вида продуктов, которые могут продавать по цене выше, чем в среднем в других магазинах. Ответ обоснуйте. Если вы укажете три и более вида продуктов для каждой сети, то засчитаны будут только первые два.

Задание 3 (25 баллов). Предприниматели и работники

В экономике с общей численностью населения L некоторые индивиды владеют фирмами и извлекают доход в виде прибыли. Остальные индивиды являются наемными работниками в этих фирмах и получают фиксированную заработную плату $w = 1$. Труд является единственным фактором производства.

Производственная функция некоторой фирмы j задается как:

$$q_j(l_j) = \varphi_j l_j,$$

где l_j – количество работников, занятых в фирме j , а φ_j – средняя производительность фирмы j .

Спрос на продукцию фирмы j выглядит следующим образом:

$$X_j(p_j) = \frac{Y}{p_j^2},$$

где p_j – цена, устанавливаемая фирмой j на свою продукцию, а Y – совокупные доходы индивидов в экономике.

Вопрос 3.1. Пусть каждая фирма устанавливает цену на свою продукцию, максимизирующую прибыль фирмы. Найдите, как цена p_j и количество нанятых работников l_j зависят от средней производительности фирмы φ_j в равновесии. Какую долю совокупного дохода составляет доход владельца фирмы j ?

Вопрос 3.2. Пусть все фирмы обладают одинаковой средней производительностью $\varphi_j = 1$. Найдите общее количество фирм и работников в экономике, если известно, что совокупный доход составляет $Y = 100$.

Задание 4 (25 баллов). Собственные криптовалюты

После появления биткоина и других криптовалют интерес к ним стали проявлять крупные компании. В 2018 г. IT-компания А, являющаяся разработчиком популярной программы для обмена сообщениями (мессенджера), объявила о планах запустить свою криптовалюту *CriptoA*, которую можно будет использовать непосредственно в мессенджере для оплаты товаров и услуг. Вслед за ней IT-компания В, которая поддерживает другой популярный мессенджер, также заявила о планах выпустить собственную криптовалюту *CriptoB* с возможностью её использования в мессенджере. В

отличие от *CriptoA*, *CriptoB* будет привязана к корзине валют, состоящей в фиксированной пропорции из доллара США, евро, йены и фунта стерлингов.

Вопрос 4.1. Укажите две (2) причины, по которым IT-компании А и В начинают заниматься непрофильным бизнесом и запускать собственную криптовалюту для расчетов в мессенджерах вместо использования уже существующих аналогов. Если вы укажете три и более причины, то засчитаны будут только первые две.

Вопрос 4.2. Приведите два (2) преимущества *CriptoB* перед *CriptoA* с точки зрения пользователей этих криптовалют. Если вы приведете три и более преимущества, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 4.3. Осенью 2019 г. правительство США выдало предписание о запрете использования *CriptoA*. Ожидается, что аналогичное решение будет принято относительно *CriptoB*. Приведите две (2) причины, по которым правительственные органы во многих странах выступают против распространения любых (или большинства) криптовалют. Если вы приведете три и более причины, то засчитаны будут только первые две.

10 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

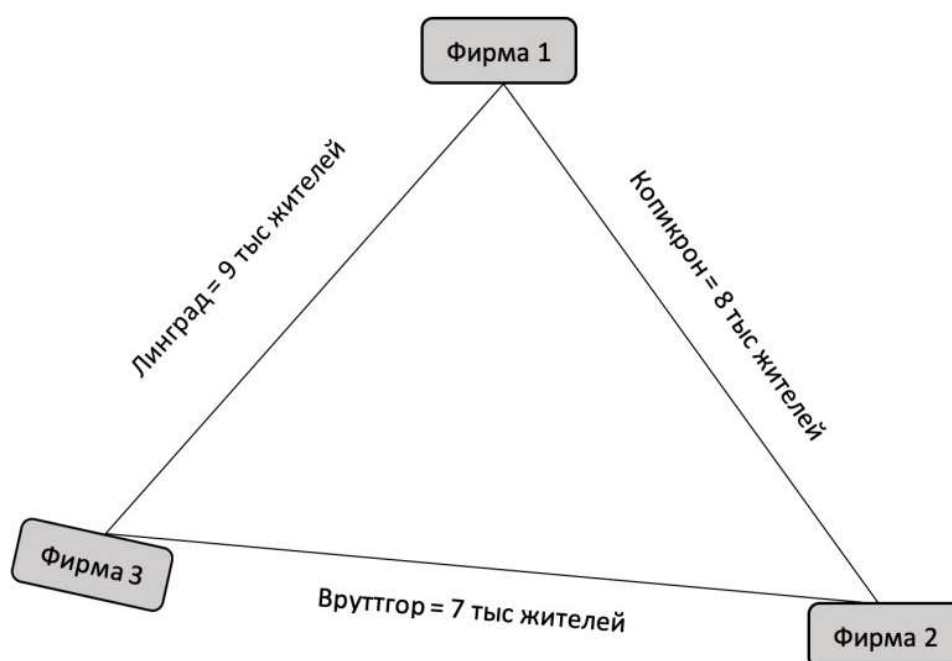
Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Три города

Страна N состоит из трех городов-отрезков, расположенных в виде треугольника:



Известно, что в каждом городе жители распределены равномерно по всей его территории, и на каждый километр города приходится 1 тысяча жителей. На границах между городами расположены фирмы, производящие некоторое однородное благо.

Известно, что издержки первой фирмы на производство q единиц блага составляют aq денежных единиц ($a > 0$), издержки второй фирмы – bq денежных единиц ($b > 0$), а издержки третьей фирмы – cq денежных единиц ($c > 0$).

Каждый житель страны N потребляет ровно одну единицу блага, которое он приобретает в одном из магазинов, расположенных на краю города (например, жители Копикрона никогда не покупают продукцию фирмы 3).

Удовольствие каждого жителя от потребления блага задается функцией:

$$U(p, h) = 15 - p - h,$$

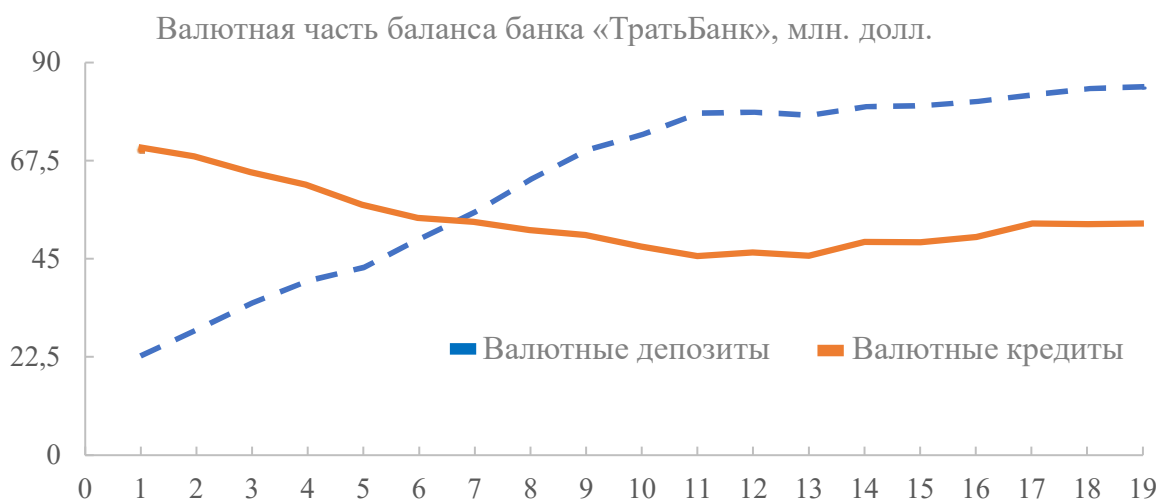
где p – цена блага, а h – расстояние (в километрах) до фирмы, у которой житель приобрел благо.

Известно, что покупки в каждой фирме совершают жители из обоих городов, которым она доступна.

Вопрос 1.1. Найдите цены, которые установят фирмы.

Задание 2 (25 баллов). ТратьБанк

Юный экономист Петя устроился на работу в рейтинговое агентство «Дилетант», занимающееся рейтингованием банков страны X. В первый же день ему поручили написать аналитическую записку о состоянии дел в банке «ТратьБанк» на основе наблюдений за последние 20 месяцев. Информация, на которую опирается Петя, выглядит следующим образом (см. графики):



По мнению руководства Пети, в течение ближайшего года страну X и мир ждёт финансово-экономический кризис, который будет сопровождаться сильным падением курса валюты страны X и снижением доходов населения.

Вопрос 2.1. Проинтерпретируйте оба графика и поясните, какие выводы о стабильности банка «ТратьБанк» может сделать Петя на основе имеющейся информации.

Вопрос 2.2. Какие рекомендации можно было бы дать руководству банка «ТратьБанк», учитывая текущую финансовую ситуацию в организации и возможность экономического кризиса?

Задание 3 (25 баллов). Предприниматели и работники

В экономике с общей численностью населения L некоторые индивиды владеют фирмами и извлекают доход в виде прибыли. Остальные индивиды являются наемными работниками в этих фирмах и получают фиксированную заработную плату $w = 1$. Труд является единственным фактором производства.

Производственная функция некоторой фирмы j задается как:

$$q_j(l_j) = \varphi_j l_j,$$

где l_j – количество работников, занятых в фирме j , а φ_j – средняя производительность фирмы j .

Спрос на продукцию фирмы j выглядит следующим образом:

$$X_j(p_j) = \frac{Y}{p_j^2},$$

где p_j – цена, устанавливаемая фирмой j на свою продукцию, а Y – совокупные доходы индивидов в экономике.

Вопрос 3.1. Пусть каждая фирма устанавливает цену на свою продукцию, максимизирующую прибыль фирмы. Найдите, как цена p_j и количество нанятых работников l_j зависят от средней производительности фирмы φ_j в равновесии. Какую долю совокупного дохода составляет доход владельца фирмы j ?

Вопрос 3.2. Пусть все фирмы обладают одинаковой средней производительностью $\varphi_j = 1$. Найдите общее количество фирм и работников в экономике, если известно, что совокупный доход составляет $Y = 100$.

Задание 4 (25 баллов). Собственные криптовалюты

После появления биткоина и других криптовалют интерес к ним стали проявлять крупные компании. В 2018 г. IT-компания А, являющаяся разработчиком популярной программы для обмена сообщениями (мессенджера), объявила о планах запустить свою криптовалюту *CriptoA*, которую можно будет использовать непосредственно в мессенджере для оплаты товаров и услуг. Вслед за ней IT-компания В, которая поддерживает другой популярный мессенджер, также заявила о планах выпустить собственную криптовалюту *CriptoB* с возможностью её использования в мессенджере. В отличие от *CriptoA*, *CriptoB* будет привязана к корзине валют, состоящей в фиксированной пропорции из доллара США, евро, йены и фунта стерлингов.

Вопрос 4.1. Укажите две (2) причины, по которым IT-компания А и В начинают заниматься непрофильным бизнесом и запускать собственную криптовалюту для расчетов в мессенджерах вместо использования уже существующих аналогов. Если вы укажете три и более причины, то засчитаны будут только первые две.

Вопрос 4.2. Приведите два (2) преимущества *CriptoB* перед *CriptoA* с точки зрения пользователей этих криптовалют. Если вы приведете три и более преимущества, то засчитаны будут только первые два.

Вопрос 4.3. Осенью 2019 г. правительство США выдало предписание о запрете использования *CriptoA*. Ожидается, что аналогичное решение будет принято относительно *CriptoB*. Приведите две (2) причины, по которым правительственные органы во многих странах выступают против распространения любых (или большинства) криптовалют. Если вы приведете три и более причины, то засчитаны будут только первые две.

11 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Дочерние фирмы

Рассмотрим отрасль, в которой изначально действуют две фирмы (1 и 2), производящие товар Q , спрос на который задается уравнением $Q_D(p) = 4 - p$. Каждая фирма затрачивает 1 д. е. на производство единицы продукции. Фирмы 1 и 2 конкурируют друг с другом и максимизируют свою прибыль, выбирая объёмы выпуска одновременно и независимо, тогда как равновесная цена подстраивается под суммарный выпуск исходя из рыночного спроса. Под равновесием в данной задаче понимается такая ситуация, в которой ни одной фирме не должно быть выгодно изменить выпуск, отклонившись от своей стратегии, при неизменных выпусках конкурентов.

Вопрос 1.1. Найдите объем выпуска и прибыль каждой фирмы.

Вопрос 1.2. Предположим, что фирма 2 может создать одну или несколько дочерних фирм (в этом случае появляются фирмы 3, 4, ...) с теми же технологиями производства, тогда как фирма 1 такой возможностью не располагает. Дочерние фирмы, если они будут созданы, «притворятся» такими же игроками рынка и будут конкурировать с уже действующими фирмами 1 и 2. Вся прибыль, заработанная дочерними фирмами, суммируется с прибылью фирмы 2 и в конце концов «оседает» у неё – именно с этой целью фирма 2 и рассматривает вариант создания дочерних фирм. Определите оптимальное число дочерних фирм.

Вопрос 1.3. Пусть запуск каждой дочерней фирмы требует расходов в размере X д. е. Как в таком случае изменится ваш ответ на вопрос 1.2. в зависимости от X ?

Задание 2 (25 баллов). Устойчивый экономический рост

Рассмотрим экономику, ВВП которой зависит от двух факторов производства – капитала и труда:

$$Y_t = \sqrt{K_t L_t},$$

где Y_t – уровень выпуска (ВВП), K_t – количество капитала, а L_t – количество труда в периоде t . Известно, что в течение каждого периода 10% имеющегося капитала «изнашивается» и потому не подлежит использованию в дальнейшем производстве.

Однако объем капитала можно увеличить с помощью инвестиций. Таким образом, в любой период времени объем капитала в стране определяется исключительно двумя

показателями: тем, сколько капитала осталось после предыдущего периода, и тем, сколько в предыдущем периоде было совершено инвестиций. Иначе говоря:

$$K_t = 0,9K_{t-1} + I_{t-1},$$

где K_t – объем капитала в текущем периоде, K_{t-1} – объем капитала в предыдущем периоде, а I_{t-1} – инвестиции предыдущего периода.

Изначально в экономике есть некоторое положительное количество капитала. Население предпочитает сберечь 45% от суммарного дохода и направлять оставшиеся средства на текущее потребление. Все сбережения, сделанные в период t , полностью и моментально трансформируются в инвестиции.

Назовём *уровнем капиталовооружённости* отношение капитала к труду, то есть величину $k_t = K_t/L_t$. Назовём *устойчивым состоянием* такую ситуацию, в которой уровень капиталовооружённости не меняется от периода к периоду.

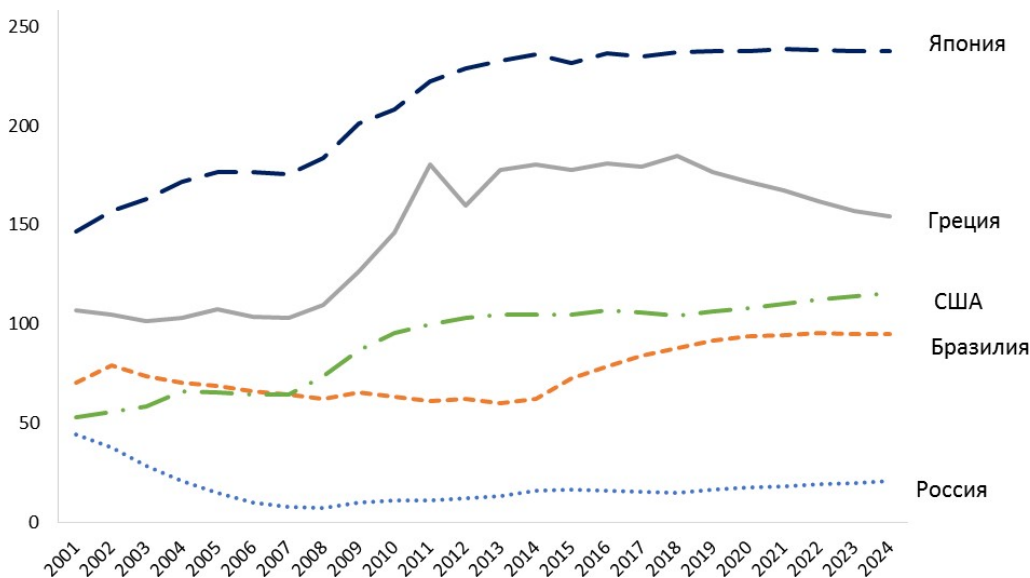
Вопрос 2.1. Пусть численность рабочей силы в данной стране постоянна ($L_t = L = const$), а предложение труда абсолютно неэластично. Выведите зависимость k_t от k_{t-1} и графически покажите, что со временем экономика стабилизируется возле некоторого значения k^* .

Вопрос 2.2. Найдите уровень капиталовооружённости k^* , обозначенный в вопросе 2.1. Чему в устойчивом состоянии будут равны темп роста ВВП и темп роста потребления на душу населения?

Вопрос 2.3. Пусть предложение труда по-прежнему абсолютно неэластично, но число работников увеличивается на 20% с каждым периодом, иными словами, $L_t = 1,2 \cdot L_{t-1}$. Ответьте на вопрос 2.2. при новом допущении и аргументировано поясните, как полученные результаты отличаются от случая, где рост населения отсутствует.

Задание 3 (25 баллов). Госдолг

Государственный долг является типичным явлением для большей части стран. По данным на графике можно увидеть, что в некоторых странах государственный долг может в два с лишним раза превышать ВВП, как в случае Японии, а в некоторых странах составлять около 15% от выпуска (как в случае России).



Динамика отношения государственного долга к ВВП (%). Источник: 2001–2018 гг. – реальные данные, 2019–2024 гг. – прогноз. Данные IMF, World Economic Outlook.

Вопрос 3.1. Почему государство может иметь стимулы накапливать государственный долг?

Вопрос 3.2. Помимо плюсов, которые государство может получить от накопления долга, есть также и отрицательные стороны этого явления. Так, один из отрицательных эффектов, которые регулярно встречаются в литературе, называется эффектом вытеснения: увеличение заимствований со стороны государства приводит к сокращению частных инвестиций. Приведите возможное объяснение данного эффекта.

Вопрос 3.3. В открытой экономике увеличение государственного долга может быть связано еще и с влиянием на платежный баланс и валютный курс. Как и почему меняется структура платежного баланса с ростом займов со стороны государства?

Вопрос 3.4. Еще одна важная взаимосвязь, которую часто выделяют в литературе, это отрицательная связь большого уровня государственного долга и темпов экономического роста. Так, например, Рейнхарт и Рогофф¹ приводят результаты своего исследования, которые показывают, что при объеме государственного долга свыше 90% от ВВП, средние и медианные темпы роста в странах резко снижаются. Приведите две (2) возможные причины возникновения такой взаимосвязи. Если вы укажете три и более причины, то засчитаны будут только первые две.

Задание 4 (25 баллов). Налоги и пошлины

В стране N спрос и предложение на конкурентном рынке некоторого товара q определяются как $q_d(p) = 72 - p$ и $q_s(p) = 2p$. Также существует мировой рынок товара q , на котором страна N выступает в качестве малой открытой экономики. Цена товара q на мировом рынке равна 16 д. е., что ниже равновесной цены страны N в условиях автаркии. Таким образом, страна N является импортёром товара q . Чтобы увеличить бюджет страны N , на рынке товара q одновременно вводятся два налога: таможенная пошлина (1) в размере x д. е. с каждой импортируемой единицы товара q и «внутренний» потоварный налог (2), который подразумевает уплату y д. е. с каждой единицы товара q , произведённой и реализованной фирмами страны N .

Таможенная пошлина вводится приграничным регионом, через который проходит вся ввозимая в страну продукция, а налог на отечественных производителей является общегосударственным, т. е. его администрирует правительство страны N . При этом государственные власти забирают в казну не только весь потоварный налог, но и долю σ от регионального налога. Таким образом, региональным властям достается лишь доля $(1 - \sigma)$ от собранной таможенной пошлины. И региональное, и федеральное правительство стремятся достичь максимально возможных налоговых поступлений.

Вопрос 4.1. Пусть процесс принятия решения о налоговых ставках чётко не регламентирован. Иначе говоря, оба уровня власти выбирают свои налоговые ставки одновременно и независимо. Найдите ставки налогов x и y , которые будут назначены в равновесии.

Вопрос 4.2. В стране N приняли поправки в налоговое законодательство: сначала своё решение относительно ставки x принимает региональное правительство, и только после него федеральные власти могут выбрать ставку y . Найдите ставки налогов x и y , которые будут назначены в равновесии при новой схеме принятия решений.

Вопрос 4.3. Как найденные в пунктах 4.1. и 4.2. оптимальные ставки налогов зависят от доли изъятий в федеральный бюджет σ (иначе говоря, они возрастают или убывают по σ)? Дайте краткий интуитивный комментарий.

¹ <https://voxeu.org/article/debt-and-growth-revisited>

Задания заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»

8–9 классы

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех 4 заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Сговор

В стране N в условиях пандемии вируса нового типа резко подорожал препарат «Антивирусин», производимый фармацевтическими компаниями.

Вопрос 1.1. Антимонопольная служба оштрафовала аптеки, считая, что продавцы «Антивирусина», сговорились и повысили цены. Аптеки хотят оспорить штраф и пригласили вас в качестве экономиста-эксперта. Приведите два аргумента, которые помогут аптекам объяснить, что повышение цен вовсе необязательно является следствием сговора.

Вопрос 1.2. Премьер-министр страны N хочет добиться снижения цен на «Антивирусин» путем введения потолка цены. Какие последствия, скорее всего, будут у этого решения, если цены выросли не из-за сговора, а по тем причинам, которые вы обозначили в пункте 1.1.?

Вопрос 1.3. Какие последствия, скорее всего, будут у введения потолка цены, если на рынке действительно есть ценовой сговор, как подозревает антимонопольная служба?

Задание 2 (25 баллов). Совместный бизнес

Два друга Андрей и Борис недавно закончили вуз и выбирают, как зарабатывать деньги. У каждого из них есть предложение от работодателя, который готов взять их обоих на одинаковую зарплату. Однако вместо работы на работодателя они планируют открыть совместный бизнес, связанный с производством трёх типов изделий: X, Y, Z. Проведя предварительные расчеты, друзья определили оптимальную цену, по которой они смогут продавать каждый из продуктов, потенциальный объем продаж за месяц и прямые затраты в расчете на единицу продукта. Результаты их предварительных расчетов представлены в таблице:

Изделие	Цена	Прямые затраты	Объём продаж
X	5	2	80
Y	10	5	100

Z	20	12	90
---	----	----	----

Кроме того, Андрей и Борис определили, что помимо прямых затрат, связанных непосредственно с производством товаров, они будут нести ежемесячные косвенные затраты, связанные с поддержанием бизнеса в целом, в размере 692. Однако у Бориса в собственности есть помещение, которое он готов предоставить под производственные нужды, что позволит сократить косвенные затраты до 500.

Борис настаивает, что раз он предоставляет для бизнеса свое помещение, ему должна принадлежать большая доля бухгалтерской прибыли бизнеса. Он хочет получить 75% бухгалтерской прибыли, а Андрею предлагает 25%. Андрей говорит, что в этом случае ему все равно, заниматься ли совместным с Борисом бизнесом или согласиться на предложение от работодателя.

Андрей согласен, что Борис заслуживает большей доли в бизнесе, но предлагает Борису другое распределение, при котором выгода от участия в бизнесе (экономическая прибыль) у друзей будет одинаковой.

Вопрос 2.1. Какую зарплату работодатель предложил Андрею и Борису? Какое распределение долей в бизнесе предложил Андрей?

Задание 3 (25 баллов). Удаленка

Во многих развитых странах мира многие компании во время карантина из-за распространения коронавируса перевели всех или часть сотрудников на удаленную (дистанционную) работу. Но после снятия карантина часть компаний решили оставить (всех или часть) сотрудников на удаленной работе, а не возвращать работников в офисы. Например, компания Twitter разрешила работникам работать из дома всегда, а компания Microsoft объявила, что частичная работа из дома навсегда останется стандартом.

Вопрос 3.1. Приведите два различных объяснения, почему эти компании до карантина не использовали столь масштабно дистанционный формат занятости сотрудников.

Вопрос 3.2. Приведите два различных объяснения, почему некоторые компании приняли решение не возвращать сотрудников в офис после снятия карантинных ограничений.

Задание 4 (25 баллов). Услуги на дому

Альберт и Бэлла открыли собственную компанию «Альбэ» по оказанию услуг на дому. Компания «Альбэ» осуществляет только косметический ремонт и генеральную уборку квартир. За 1 месяц Бэлла может произвести генеральную уборку 16 квартир или косметический ремонт 8 квартир. Альберт может за месяц отремонтировать 4 квартиры или убрать 2 квартиры. Альтернативные издержки косметического ремонта, измеренные в количестве генеральных уборок, у Альберта и Бэллы постоянны. В своей деятельности Альберт и Бэлла нацелены только на максимизацию выручки, поскольку необходимые материалы для ремонта и уборки квартир предоставляет их заказчик. Цены по оказанию услуг на дому фиксированы на рынке и на услуги компании «Альбэ» всегда найдется спрос по этим ценам.

Первоначально Альберт и Бэлла решили оказывать исключительно комплексную услугу, предполагающую осуществление косметического ремонта с последующей генеральной уборкой отремонтированной квартиры. Затем они решили, что выгоднее будет предоставлять услуги отдельно, а не в комплексе, и обнаружили, что их максимальная выручка выросла на 9000 ден. ед., при этом они по-прежнему оказывают оба вида услуг.

Вопрос 4.1. Какова цена, по которой компания «Альбэ» предоставляет услуги по уборке, если известно, что за каждую услугу по ремонту они получают 8000 ден. ед.? Какой станет выручка после отказа от комплексных услуг?

10 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех 4 заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Удачи!

Задание 1 (35 баллов). Смешанные стратегии

Одним из центральных понятий в теории игр является идея смешанных стратегий. Смешанная стратегия – это такая стратегия, которая специфицирует набор действий, доступных экономическому агенту, и частоту, с которой он выбирает каждое конкретное из этих действий. Рассмотрим простой пример. Два пешехода идут по узкому тротуару навстречу друг другу, и каждый из них должен решить, с какой стороны: справа или слева – обойти другого. Тогда набор действий состоит из двух элементов: “обойти встречного пешехода справа” и “обойти встречного пешехода слева”. Допустим, первый пешеход всегда выбирает “обойти встречного пешехода справа” (иначе говоря, его стратегия является чистой), а второй, основываясь на собственном опыте, решает “обойти встречного пешехода справа” ровно в половине случаев. Тогда смешанная стратегия второго пешехода состоит из двух указанных действий и частоты выбора каждого из них – 50%.

Василий Семихатов является ярким фанатом большого тенниса и теории игр. Василий знает, что игроки в большом теннисе никогда не посылают мяч в одну и ту же часть поля соперника, иначе говоря, они бьют либо влево (действие Л), либо вправо (действие П), либо по центру (действие Ц). Василий начал подозревать, что атлеты используют смешанные стратегии с набором действий (Л, Ц, П), и озадачился тем, как проверить это предположение.

Вопрос 1.1. Объясните, почему спортсменам вообще может быть выгодно использовать смешанные стратегии.

Вопрос 1.2. Предложите подход, который позволил бы Василию Семихатову эмпирически проверить гипотезу о том, что спортсмены в большом теннисе используют смешанные стратегии.

Вопрос 1.3. Предположим, что Василий Семинаров не нашел подтверждения тому, что спортсмены в большом теннисе используют смешанные стратегии. Укажите две причины, которые могут объяснить расхождение в реальном поведении игроков и поведении игроков согласующимся с использованием смешанных стратегий. Если вы укажете три причины и более, то засчитаны будут только первые две.

Задание 2 (30 баллов). Два завода

Компания-монополист владеет двумя заводами, один из которых находится в регионе А, а другой – в регионе В. Функции издержек заводов при любом объеме выпуска имеют вид $TC_A(q_A) = q_A^2/2$, $TC_B(q_B) = 100q_B + q_B^2/2$. В настоящее время между регионами нет прямого сообщения, компания имеет возможность продавать товар только в том регионе, где он был произведен, а потребители товара приобретают его только в своем регионе. Спрос на продукцию в регионе А представлен функцией $P_A(q_A) = 300 - q_A$, а в регионе В: $P_B(q_B) = 500 - q_B/2$.

Вопрос 2.1. Сколько товара и по какой цене в каждом регионе будет продавать монополист, максимизирующий свою прибыль?

Вопрос 2.2. Предположим теперь, что между регионами открылось прямое автомобильное сообщение. Товар можно свободно перевозить. Потребители теперь тоже могут перемещаться между регионами и покупать товар там, где он дешевле, если цены разные. Если цены одинаковые, потребитель покупает товар в своем регионе. Определите новые объемы производства и потребления в каждом из двух регионов. Увеличится ли прибыль монополиста по сравнению с пунктом 2.1.?

Задание 3 (20 баллов). Расстояние между товарами

Гарвардский Atlas of Economic Complexity² анализирует структуру экспорта разных стран. Для этого собираются ежегодные данные по объёму экспорта самых разных товаров (разбитых на несколько тысяч групп). В числе прочего там решается задача расчёта «близости» разных групп товаров – определение того, насколько группы товаров близки друг к другу. К примеру, «замороженная клубника» и «замороженная малина» – это близкие группы товаров. А «породистые лошади» и «сплавы редкоземельных металлов» — это далёкие друг от друга группы товаров.

Близость (товар1, товар2) =
$$\frac{\text{число стран, экспортирующих оба товара}}{\max\{\text{число стран, экспортирующих товар1; число стран, экспортирующих товар2}\}}$$

Вопрос 3.1. Какие значения может принимать рассчитанный таким образом показатель близости? Какие (большие или меньшие) значения этого индикатора соответствуют более близким друг другу товарам?

Вопрос 3.2. В приведённой выше формуле нет никаких характеристик технологического процесса производства товаров, хотя логично было бы считать близость именно по близости технологического процесса. Почему характеристики технологических процессов не учитываются явным образом в приведенной формуле? Объясните, какую предпосылку делают авторы, считая близость товаров именно таким образом.

Вопрос 3.3. Каким образом можно делать рекомендации по развитию производства в данной стране, зная показатели близости товарных групп и структуру экспорта страны?

Задание 4 (25 баллов). Джинни

В стране Саэсии есть две группы населения — богатые и бедные, в каждой из которых доход распределен равномерно. Доход каждой из групп положителен. Известно, что коэффициент Джинни в стране равен 0,5.

Вопрос 4.1. В какое минимальное число раз могут отличаться доходы богатых и бедных в Саэсии?

² <https://atlas.cid.harvard.edu>

11 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Вам необходимо привести решение всех 4 заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Удачи!

Задание 1 (25 баллов). Альфа и Бета

На текущий период только две компании Альфа и Бета имеют право на производство лицензионной продукции, спрос на которую представлен функцией $D(p) = 40 - p$. Функция издержек производства этого оборудования у компании Альфа имеет вид $ТС_\alpha(q_\alpha) = 4q_\alpha$, а компании Бета – $ТС_\beta(q_\beta) = 2q_\beta$. Но технологический процесс в обеих компаниях устроен таким образом, что фирма Альфа может выпускать либо 13, либо 17 единиц продукции, а компания Бета – либо 5, либо 9 единиц. Исторически сложилось так, что конкуренция между фирмами устроена следующим образом: сначала компания Альфа публикует, какой объем товара она будет выпускать, и только потом фирма Бета принимает решение об объеме выпуска. Известно также, что Альфа никогда не нарушает взятых на себя обязательств и у конкурента нет сомнений, что так будет и в данном случае. Весь выпускаемый компаниями объем товара может быть продан на рынке по той цене, которую потребители готовы будут за него заплатить. Утилизация нереализованной продукции обходится обеим фирмам очень дорого и невыгодна компаниям. Обе компании осведомлены о возможных своих прибылях и прибылях конкурента во всех случаях, о том, что каждое из них максимизирует свою прибыль, и знают, что обо всем этом осведомлены и их конкуренты.

Вопрос 1.1. Сколько единиц продукции будет продано на рынке и по какой цене?

Вопрос 1.2. Компания Альфа готова предложить компании Бета сделку, согласно которой решение об объеме выпуска компании будут принимать совместно. В этом случае прибыль от рыночных продаж они будут делить между собой в определенной пропорции. Если компания Бета примет такое предложение, то на какую минимальную долю от совокупной прибыли она будет претендовать?

Вопрос 1.3. Пусть теперь компания Бета может перейти к технологическому процессу, позволяющему производить любое количество товара. Переход к нему потребует денежных затрат, но предельные издержки производства при этом не изменятся. Если компании принимают решение независимо, не согласовывая с конкурентом, как в пункте 1.1., то какую максимальную сумму X будет готова заплатить компания Бета за переход к новому технологическому процессу? Будет ли фирме Альфа выгоден такой переход?

Задание 2 (30 баллов). Два завода

Компания-монополист владеет двумя заводами, один из которых находится в регионе А, а другой – в регионе В. Функции издержек заводов при любом объеме выпуска имеют вид $TC_A(q_A) = q_A^2/2$, $TC_B(q_B) = 100q_B + q_B^2/2$. В настоящее время между регионами нет прямого сообщения, компания имеет возможность продавать товар только в том регионе, где он был произведен, а потребители товара приобретают его только в своем регионе. Спрос на продукцию в регионе А представлен функцией $P_A(q_A) = 300 - q_A$, а в регионе В: $P_B(q_B) = 500 - q_B/2$.

Вопрос 2.1. Сколько товара и по какой цене в каждом регионе будет продавать монополист, максимизирующий свою прибыль?

Вопрос 2.2. Предположим теперь, что между регионами открылось прямое автомобильное сообщение. Товар можно свободно перевозить. Потребители теперь тоже могут перемещаться между регионами и покупать товар там, где он дешевле, если цены разные. Если цены одинаковые, потребитель покупает товар в своем регионе. Определите новые объемы производства и потребления в каждом из двух регионов. Увеличится ли прибыль монополиста по сравнению с пунктом 2.1.?

Задание 3 (25 баллов). Кто должен строить дорогу?

В стране Заботливой есть 100 жителей, пользующихся бесплатной дорогой из пункта А в пункт В. За долгие годы дорога обветшала, и правительство задумывается о строительстве новой дороги. Качество старой дороги примем равным нулю. Чтобы построить новую дорогу качества q , нужно потратить q^2 ден. ед. Полезность каждого жителя равна $(0,1q + M)$, где q – качество дороги, которой он пользуется, M – его расходы на остальные товары и услуги. Доход каждого жителя равен единице.

Вопрос 3.1. Допустим, правительство решает построить новую дорогу самостоятельно, финансируя строительство с помощью введения аккордного налога, одинакового для всех жителей. Пользование новой дорогой будет бесплатным. Правительство стремится максимизировать суммарную полезность жителей. Дорогу какого качества построит правительство? Какова будет суммарная полезность жителей?

Вопрос 3.2. Теперь предположим, что правительство не хотело бы вводить новый налог, и поэтому отдает право постройки дороги частной фирме Ф. Фирма должна построить дорогу самостоятельно, но за это вознаграждается правом взимания платы за проезд. Фирма максимизирует прибыль. Житель соглашается оплатить проезд по новой дороге, если его полезность будет не ниже, чем при проезде по старой. Дорогу какого качества построит фирма? Какова будет плата за проезд и суммарная полезность жителей?

Вопрос 3.3. Заботясь о жителях, государство в условиях пункта 3.2. отдает право на постройку дороги фирме только при условии, что плата за проезд будет не больше, чем 10% дохода жителя. Дорогу какого качества выберет фирма? Приведет ли такая мера к повышению благосостояния жителей по сравнению с пунктом 3.2.?

Вопрос 3.4. Предложите правительству механизм, при котором (1) дорогу строит фирма; (2) правительство не может диктовать фирме качество дороги и размер платы за проезд; (3) правительство не вводит налогов на домохозяйства; (4) благосостояние каждого жителя будет таким же (или почти таким же), как в пункте 3.1.

Задание 4 (25 баллов). Взаимосвязь между кризисами

Кризисы в экономиках различных стран случаются регулярно, и избежать их невозможно. Они могут случаться в силу совершенно различных факторов: падение

совокупного спроса из-за ожиданий экономических агентов, объявление дефолта по государственному долгу, схлопывание пузыря на финансовых рынках и т. д. Также большинство экономистов сходятся во мнении, что один кризис в одной части может приводить к возникновению проблем в другой части системы. Рассмотрим в качестве примера ситуацию, которая сложилась в Европе после Мирового финансового кризиса (МФК). По версии Shambaugh (2012) можно выделить три кризиса, которые влияли на экономику Еврозоны в начале 2010-х годов. **Это банковский кризис, долговой кризис и кризис экономического роста.**

Приведем несколько важных фактов:

- Банковская система в Европе имеет огромное значение. Финансовая система устроена таким образом, что банки являются основным источником средств для фирм. При этом крупные банки могут иметь очень большой размер (относительно ВВП соответствующей страны). Так, например, размер активов голландского банка ING превышает ВВП страны. Стоит также отметить, что банковская система европейских стран существенно пострадала в 2007–2009 годах от мирового финансового кризиса и не успела восстановиться за несколько лет после прохождения пика МФК.

- Проблемы с долгом начали проявляться в ряде европейских стран начиная с 2010 года, когда ставки по государственным облигациям Греции, Португалии, Ирландии, Италии и Испании (GIIPS) начали расти. В Греции ставка по десятилетним облигациям оказалась на 25 п.п. выше, чем в Германии. Тогда встал вопрос о возможности этих стран выполнять свои обязательства по долгу, что привело к еще большему росту неопределенности и ставок.

- Рост разных стран внутри еврозоны был очень неоднородным. Так, если в Германии уровень безработицы вышел на докризисный уровень уже в июне 2010, то в странах GIIPS он продолжал расти. В результате эффект от падения в последних странах начал перевешивать эффект от восстановления экономики Германии и в совокупности европейский ВВП сократился в 4 квартале 2011 года на 1%.

Вопрос 4.1. Как все эти три кризиса могут быть связаны между собой? Почему один кризис может приводить к ухудшению (или улучшению) ситуации с другим кризисом? В ответе должна быть указана **одна причина** (с обоснованием и механизмом действия) **для каждой из шести взаимосвязей** (как банковский кризис влияет на кризис роста, как банковский кризис влияет на долговой кризис, как кризис роста влияет на банковский кризис и т. д.)

Задания заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»

8–9 классы

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Задание 1 (25 баллов)

Пётр нашел работу в другом регионе с заработной платой после вычета налогов 50 тысяч рублей в месяц при работе 40 часов в неделю (с графиком понедельник-пятница с 8 до 17 и часовым перерывом на обед). За переработки платят дополнительно по 250 рублей в час после вычета налогов. Петру необходимо снять квартиру. Он нашел два устраивших его варианта одинаковой площади и качества жилья. Первая квартира расположена в пешей доступности от работы и стоит 25 тысяч рублей в месяц. До второй квартиры необходимо добираться на транспорте на час дольше, но она дешевле и стоит 15 тысяч рублей в месяц. Петр посчитал, что дорога будет обходиться ему в 75 рублей в одну сторону. Подумав, Петр выбрал вторую квартиру, посчитав, что этот вариант будет выгоднее.

Вопрос 1.1. Прав ли Петр в том, что снимать вторую квартиру экономически выгоднее, чем первую? Объясните свой ответ. Для упрощения расчетов считайте, что в каждом месяце ровно 4 рабочих недели.

Вопрос 1.2. Через некоторое время Петр встретил девушку, место работы которой находится рядом со второй квартирой. Девушка работает в компании с оплатой 150 рублей в час после вычета налогов. График работы девушки такой же, как и у Петра, а за переработки платят так же, как и по основной ставке, то есть 150 рублей в час после вычета налогов. Какую квартиру выгодно снимать паре, если стоимость проезда, зарплата Петра и арендная плата не изменилась?

Вопрос 1.3. Приведите 2 причины, почему может быть так, что человек, проживающий один, не захочет переезжать ближе к работе даже при равенстве стоимостей квартир, их размера и качества жилья?

Задание 2 (30 баллов)

Четверо друзей Аня, Боря, Вася и Даша решили вместе найти подработку на лето. У них есть три варианта: работать в книжном магазине, в детском лагере или в IT компании. Дело в том, что работать ребята хотят только вместе, поэтому они решили голосовать. Однако, есть одна проблема: у каждого из друзей есть свои способности, таланты и предпочтения, из-за чего в одном месте им могут предложить разные должности и разные зарплаты. Например, в летний лагерь кого-то готовы нанять преподавателем, кого-то -- вожатым, кого-то -- организатором. Зарплаты у преподавателя, вожатого и организатора отличаются, и никто из ребят не может быть принятым на другую позицию. Например, если Дашу готовы взять преподавателем в лагере, её ни в коем случае не возьмут вожатым или организатором. Предположим, что ребята получают выигрыш от работы на определенной вакансии равный зарплате. Само собой, есть и четвертый вариант – остаться вовсе без работы. Чистый доход за весь период работы представлен в таблице:

Место работы	Аня	Боря	Вася	Даша
Книжный магазин	8	4	5	2
Детский лагерь	6	3	6	7
IT компания	5	1	4	11

Предполагается, что друзья считают победившей ту альтернативу, что набрала больше всего голосов. Голос отдается за тот вариант, что принесет человеку наибольший доход. В случае, если голосование обернется ничьей, ребята выбирают ту работу, при устройстве на которую их суммарный доход наибольший.

Вопрос 2.1. Если ребята голосуют *честно*, куда они устроятся на работу?

Вопрос 2.2. Предположим, ребята могут *обманывать*, то есть голосовать не за ту альтернативу, что приносит наибольший доход. Какая альтернатива победит в таком случае?

Вопрос 2.3. Ребята поняли, что голосование имеет слабое место, которое было описано в предыдущем пункте. Предположим, что друзья могут запретить одному из участников голосовать до начала голосования. Кому нужно запретить голосовать, чтобы никто не хотел *не обманывать*? Увеличится ли суммарный доход ребят в результате принятия этой меры?

Вопрос 2.4. Ребята посчитали несправедливым исключать кого-то из голосования, вместо этого, теперь каждый голос будет проверяться, каждый должен голосовать за альтернативу, которая приносит ему строго больший выигрыш. Но теперь ребята могут *делиться* зарплатой. Например, Даша может поделиться одной денежной единицей с Аней, если она проголосует за работу в IT компании и этот вариант выиграет. Куда в таком случае устроятся на работу друзья?

Вопрос 2.5. Сравните все предыдущие пункты. В каком случае общий доход друзей был максимальным? Найдите какие доходы получают Аня, Боря, Вася и Даша в каждой ситуации. Если бы они могли проголосовать за то, в какой из ситуаций лучше оказаться (честное голосование, голосование с обманом, введение запрета на голосование для одного участника, голосование с возможностью делиться зарплатой), то какая ситуация получила бы меньше всего голосов?

Задание 3 (20 баллов)

В 2012 году Аркадий получал 30 000 рублей в качестве зарплаты до уплаты налогов. Аркадий посчитал, что если бы он откладывал всю свою зарплату в течение 12 месяцев, то смог бы купить автомобиль марки Джета Икс, выпущенный в 2011 году, в базовой комплектации. В 2022 году зарплата Аркадия составляет уже 90 000 рублей до уплаты налогов. По расчетам Аркадия, для покупки нового автомобиля Джета Икс, выпущенного в 2021 году, в базовой комплектации, ему также необходимо откладывать всю зарплату в течение 12 месяцев. Из данной информации он сделал вывод о том, что за последние 10 лет зарплаты выросли на столько же, на сколько и цены.

Вопрос 3.1. На сколько процентов вырос доход Аркадия?

Вопрос 3.2. Приведите 3 аргумента в пользу того, что вывод Аркадия неверен.

Вопрос 3.3. Как называется явление, которое пытается оценить Аркадий? В чём оно заключается?

Задание 4 (25 баллов)

Иванов решил заняться бизнесом и организовать производство игрушек из переработанного пластика. Он оплачивает станки, стоимость обслуживания которых не зависит от объемов производства, и аренду помещения. Аренда помещения стоит 35 денежных единиц в месяц, заработная плата рабочих составляет 3 денежные единицы за каждую произведенную игрушку, а материальное обслуживание станков – 45 денежных единиц в месяц. Продавать игрушки Иванов планирует по 6 денежных единиц за штуку, при этом он не может производить больше 80 игрушек в месяц. По его планам, сырье для

производства (пластик) будет ему поставляться бесплатно. Однако, после запуска производства выяснилось, что за доставку пластика необходимо заплатить $10 + 5X$, где X – количество пластика в тоннах. Из одной тонны пластика производится 10 игрушек.

Вопрос 4.1. Найдите точки безубыточности (нулевую прибыль) в случае, когда Иванов не несет издержки на доставку пластика, но и в случае, когда он ее оплачивает. Насколько больше объем производства игрушек (в штуках) во втором случае? Изобразите на графике, отложив по горизонтальной оси количество игрушек, а по вертикальной — прибыль предпринимателя.

Вопрос 4.2. Государство решило поддержать бизнес по переработке пластика и ввести субсидии. Оно рассматривает два варианта поддержки:

- а) Ежемесячная выплата равная 60 денежным единицам.
- б) Субсидия за тонну переработанного пластика в размере 10 денежных единиц.

Какой из вариантов лучше при каждом количестве производимой продукции? Приведите графическую иллюстрацию. Для каждого варианта субсидирования определите, сколько будет производить Иванов.

Вопрос 4.3. Петров предложил Иванову купить гараж в кредит для производства игрушек. Иванов взял кредит под 20% годовых 1 февраля. Проценты начисляются ежегодно 1 марта на остаток по кредиту, начиная со второго года. Если стоимость гаража равна 1800 денежным единицам, за какой минимальный срок Иванов сможет рассчитаться с Петровым? Назовите также месяц, в который Иванов сделает последний взнос. Предполагайте, что нельзя брать больше одного кредита и нет возможности рефинансирования. Дополнительного дохода у Иванова нет.

Вопрос 4.4. Назовите преимущества аренды помещения над приобретением собственного с точки зрения предпринимателя Иванова?

10 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Задание 1 (25 баллов)

В стране N есть завод-монополист «Воздух.нет», на данном заводе производится коксовый уголь. Стоимость производства одной единицы угля постоянна и равна 10, других расходов у завода нет. Помимо угля также завод производит выбросы в атмосферу. Из-за гражданских недовольств экологической политикой завода, правительство решило провести одну из 2-х политик:

- введение налога t на каждую тонну произведенного угля;
- покупка X очистительных сооружений/приборов, каждое из которых поглощает выбросы от 4 произведённых тонн угля, а стоит 60 д. е.

Выбор правительства основывается на максимизации общественного благосостояния, которое состоит из потребительского излишка на рынке угля, прибыли монополиста, изменения государственных доходов/расходов, а также ущерба от выбросов. Последний оценивается экспертами в $L = -1,5Q^2$, где Q – количество произведенного угля в тоннах. Также известно, что при цене на уголь PP , количество угля, которое хотят купить потребители, будет равно $Q^d = 100 - P$.

Вопрос 1.1. Чему равно благосостояние до вмешательства государства?

Вопрос 1.2. Какую политику применит правительство и применит ли? Найдите максимально возможное благосостояние.

Вопрос 1.3. Предложите две меры, как государство может добиться снижения выбросов таким образом, что доходы/расходы государства не изменятся.

Задание 2 (30 баллов)

На рынке оливок в стране Ф действует фирма-монополист О. Для производства одного килограмма законсервированных оливок ей требуется один литр воды, в которой уже разбавлен консервант, и килограмм оливок. При цене p рублей за килограмм консервированных оливок потребители готовы купить $q = 200 - p$ килограмм законсервированных оливок. Обычные оливки продаются на совершенно конкурентном рынке за 40 рублей за килограмм. Воду для изготовления можно приобрести только у одной фирмы – В. Для того, чтобы произвести один литр такой воды, фирмы В требуется ровно 1 литр чистой воды, цена которой постоянная и равна 5 рублям за литр, 10 грамм уксуса, который продается за 20 рублей за 100 грамм, и 10 грамм специй, которые продаются по цене 30 рублей за 100 грамм. Воду, уксус и специи можно покупать в любом количестве.

Вопрос 2.1. Чему равна цена килограмма консервированных оливок, которая установится на этом рынке, если сначала фирма В объявляет цену на воду с консервантом, а потом фирма Ф выбирает свой выпуск?

Вопрос 2.2. Предположим, на рынке воды для консервирования оливок появляется вторая фирма с аналогичными характеристиками. Назовём её К. Фирмы В и К принимают решение об объеме продаваемой воды одновременно, а фирма О, продающая консервированные оливки, может покупать воду у обеих фирм. Сначала решение принимают фирмы В и К, а потом фирма О. Какая тогда установится цена за килограмм консервированных оливок?

Вопрос 2.3. Предположим, что вторая фирма появляется не на рынке воды для консервирования, а на рынке консервированных оливок. Назовём её Б и скажем, что характеристики у неё такие же, как у фирмы О, а решение о том, сколько килограммов оливок продавать, они принимают одновременно, после объявления цены на воду фирмой В. Чему будет равна цена за килограмм консервированных оливок?

Вопрос 2.4. Сравните общественное благосостояние в пунктах 2.2. и 2.3., которое состоит из излишка потребителей на рынке консервированных оливок и прибылей всех фирм, продающих либо консервированные оливки, либо воду с консервантом.

Задание 3 (25 баллов)

В загадочной стране К выращивают иксы и игреки, для которых нужен одновременно чернозём и достаточное количество влаги. Оба этих ресурса в стране ограничены. Известно, что на участке земли площадью 1 кв. м можно вырастить либо А единиц иксов, каждому иксу для того, чтобы прорасти требуется В литров воды, либо С игреков, и каждому игреку потребуется 1 литр воды. При этом количество произведенных иксов и количество произведенных игреков могут быть любыми, не обязательно целыми или кратными А и С.

Учёный Незнайкин предоставил отчет по количеству произведённых иксов и игреков в разные годы. Количество чернозема и воды не менялось в стране, при этом ресурсы всегда использовались рационально. Глядя на таблицу из доклада ниже, ученый Знайкин отметил, что как минимум один показатель внесен неверно. Ему даже не пришлось уточнять значение параметров А, В, С.

Производство иксов и игреков в стране К

Год	Иксы	Игреки
1	10	0
2	6	6
3	0	20

Вопрос 3.1. Что позволило Знайкину сделать такой вывод?

Вопрос 3.2. Незнайкин признался, что поставил значение произведенных во второй год игреков случайным образом. На самом деле, во второй год было произведено 8 игреков. Как должны соотноситься параметры, чтобы отчет был верным, если известно, что количество чернозема в кв. м и количество влаги в литрах одинаково?

Вопрос 3.3. Располагая информацией о том, что площадь, пригодная для высадки иксов и игреков, равна 1 тысяче кв. м, а количество доступной воды 1 тысяче литров, найдите, чему равны А и С.

Задание 4 (20 баллов)

Некоторые модели показывают, что раскрытие информации (пусть даже и неполное) позволяет увеличить благосостояние агентов. Например, работодателю при рассмотрении кандидата на вакансию было бы лучше, если бы он наблюдал его настоящие способности, а не только диплом об образовании. Однако в реальной жизни это не всегда так. Для каждого из примеров приведите **как минимум 2 аргумента** за то, что не всегда раскрытие информации может иметь хорошее влияние.

Вопрос 4.1. На рынке электронной коммерции есть две фирмы. Каждая фирма не наблюдает возможности конкурента осуществлять экспресс-доставку, однако хорошо знает свои.

Вопрос 4.2. Зарплата сотрудников в крупной компании является тайной даже для их коллег.

Вопрос 4.3. Как правило, сумма и условия урегулирования досудебных претензий не разглашаются общественности.

Вопрос 4.4. Кафе имеет уникальный рецепт, который владельцы передают из поколения в поколение. Данный рецепт не раскрывается общественности.

11 класс

Время выполнения заданий – 120 минут

Максимальное количество баллов – 100

Задание 1 (20 баллов)

Достаточно часто в экономической теории мы сталкиваемся с мнением, что монополия – это отрицательное явление для экономики, и необходимо стремиться к рынку совершенной конкуренции, который не создает потерь для общества. Однако существуют аргументы и за возникновение монополизации рынка.

Один из примеров, когда государство стимулирует создание монопольной власти у фирмы – это патент, благодаря которому фирма может получить эксклюзивное право на производство определённой продукции по уникальной технологии. Часто другим фирмам запрещается не только использовать саму технологию, но и ее улучшенную версию. Такие патенты называют блокирующими.

Вопрос 1.1. Приведите один аргумент за использование подобных патентов и один аргумент против.

Вопрос 1.2. В теории экономического роста часто рассматриваются два типа инноваций: вертикальные и горизонтальные. Вертикальные инновации подразумевают улучшение технологии производства определенного товара (или в индустрии в целом). Горизонтальные инновации же касаются увеличения продуктового разнообразия, т. е. растет количество разнообразных товаров и услуг (появляются новые индустрии). Теоретические и эмпирические исследования показывают, что ужесточение в применении блокирующих патентов приводит к разнонаправленной динамике в числе инноваций разного типа (одних инноваций становится больше, а других – меньше). Определите, у какого типа инноваций какая реакция на ужесточение применения патентов данного типа и объясните, почему?

Задание 2 (25 баллов)

Страна Морковия имеет 100 тонн универсального ресурса (моркови) для производства морковного сока и морковного пюре. Производство налажено в двух регионах, в каждом из которых есть два завода. Президент страны, мистер Морковкин, принимает решение только о том, сколько тонн моркови отправить на производство в каждом из регионов – остальные решения (сколько ресурсов на производство отправить на первый завод, а сколько – на второй) принимаются региональными властями. Важно, что поставки моркови президент может осуществлять только на один из двух заводов в регионе. Распределение внутри региона между заводами определяется региональными властями, проблема лишь в том, что при перевозке x тонн между заводами моркови $0.5x$ тонн становятся непригодными для дальнейшего использования. При поставке моркови в регионы морковь не портится. Рассмотрим первый регион. На первом заводе из тонны моркови можно произвести 1 тонну сока, или 0.5 тонн пюре, или любую комбинацию этих благ – альтернативные издержки постоянны. Президент доставляет морковь в первый регион на этот завод. На втором заводе из тонны моркови можно изготовить 1 тонну пюре, 0.5 тонн сока или любую комбинацию этих товаров – альтернативные издержки тоже постоянны. Во втором регионе производственные технологии заводов аналогичны, однако президент поставляет морковь на завод, где из тонны моркови можно изготовить 1 тонну пюре, 0.5 тонн сока или любую комбинацию этих товаров.

Вопрос 2.1. Выведите аналитически и изобразите КПВ страны Морковии.

Вопрос 2.2. Пусть пюре и морковный сок потребляются в пропорции 1:2 (одна тонна пюре вместе с двумя тоннами сока). Сколько пюре и сока потребили бы жители Морковии, если бы мистер Морковкин мог приказывать регионам, сколько моркови использовать на каждом из заводов? Он максимизирует количество потребленных комплектов из пюре и сока в стране. Свой ответ объясните.

Вопрос 2.3. Пюре и морковный сок все так же потребляются в пропорции 1:2. Сколько тонн пюре и сколько тонн моркови будет изготовлено, если мистер Морковкин максимизирует потребление комплектов из сока и пюре в стране? При этом он не может выбирать сколько пюре и сока будет произведено на каждом из заводов в каждом регионе, это делают региональные власти каждого региона после поставки моркови в регион. Региональные власти максимизируют количество комплектов сока и пюре в своем регионе. Свой ответ объясните.

Вопрос 2.4. У Морковкина появилась возможность захватить в соседней богатой стране регион, который тоже занимается производством морковного пюре и сока. Производственные возможности этого региона таковы, что из одной тонны моркови можно произвести y тонн сока или u тонн пюре (или любую их комбинацию). Проблема в том, что это возможно только при использовании местной моркови, а чтобы захватить территории с M тоннами моркови, Морковкину нужно потратить на войну M тонн моркови. Помогите Морковкину – есть ли смысл захватывать соседние территории? Обоснуйте свой ответ и приведите интуитивное объяснение.

Задание 3 (30 баллов)

В некоторой стране существует два региона Альфа и Бета. В каждом из регионов действует свой монополист, производящий малиновое варенье. В каждом регионе производство одной банки варенья обходится в 20 денежных единиц. Больше фирмы не несут никаких издержек. А цена, которая установится на рынке в каждом регионе, определяется следующим образом: $140 - Q$, где Q – количество банок варенья, продаваемого в этом регионе.

Вопрос 3.1. Сколько банок варенья будет продано в каждом регионе, если варенье нельзя перевозить?

В новом 2022 году было разрешено перевозить варенье. Расходы на доставку не зависят от продаваемого количества и оплачиваются региональными властями того региона, в который варенье ввозится. Кроме того, расходы на доставку очень малы, то есть ими можно пренебречь. При этом глава каждого региона сначала назначает ставку потоварного налога, которую должны будут заплатить фирмы за ввоз банки варенья в его регион (местная фирма не платит налог), а потом каждая фирма независимо и одновременно решает, сколько варенья она будет продавать в своем регионе, а сколько в чужом.

Вопрос 3.2. Как зависит количество товара, которое фирмы будут продавать в своем регионе, от ставки налога? Почему так происходит?

Вопрос 3.3. При какой ставке налога каждая из фирм не захочет продавать варенье в чужом регионе?

Вопрос 3.4. Какую сумму каждая фирма заплатит в качестве налога? Улучшится ли положение фирм от этого нововведения? Выгодно ли фирмам торговать в обоих регионах?

Главы регионов Альфа и Бета рассматривают возможность объединения двух регионов в один, чтобы, в том числе, объединить рынок варенья. Тогда вместе они назначают единый налог на продажу товара в объединенном регионе, а после фирмы одновременно выбирают сколько будут производить.

Вопрос 3.5. Какую сумму каждая фирма заплатит в качестве налога в это раз? Выгодно ли главам регионов производить объединение регионов, если они максимизируют только налоговые сборы на рынке варенья? Улучшится ли положение фирм?

Задание 4 (25 баллов)

В параллельной вселенной существует планет под названием «Какао», год на которой длится 100 какао-часов (далее просто «часов»). В этой стране производят какао. Спрос на какао определяется количественной теорией денег. Объем денежной массы равен $M = 2500$. Скорость обращения денег постоянна и равна $V = 2$.

В этой стране производством какао занимаются две группы работников — высокопроизводительные и низкопроизводительные. Доля высокопроизводительных работников от всей численности населения равна a . Один высокопроизводительный работник может изготовить $y_h = 4h$ килограммов какао, где h — количество часов, которое отработает один высокопроизводительный работник. Один низкопроизводительный работник может произвести $y_l = \sqrt{l}$ килограммов какао, где l — количество часов, которое отработает один низкопроизводительный работник. Всего в стране 100 работников.

Индивидуальная кривая предложения высокопроизводительного работника имеет вид: $w_h = h$, где h — количество часов, которое работает один высокопроизводительный работник, а стоимость одного часа работы низкопроизводительного работника постоянна и равна $1/16$ д. е. Итоговый продукт (какао) реализуется на рынке совершенной конкуренции.

Вопрос 4.1. Определите равновесный уровень цен в этой стране. Как равновесный уровень цен зависит от доли высокопроизводительных работников? Приведите экономическое обоснование найденной зависимости.

Вопрос 4.2. Предположим, центральный банк решил сократить объем денежной массы до 1600. Как изменится уровень цен? Как изменение зависит от доли высокопроизводительных работников? Приведите экономическое обоснование найденной зависимости.

Вопрос 4.3. Как изменятся ваши ответы на пункты 1) и 2), если стоимость одного часа работы низкопроизводительного работника равна $1/8$?

Задания заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»

8 класс

Время выполнения заданий – 200 минут

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Требования и рекомендации к написанию решения задач

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все факты, которые не являются общеизвестными и тривиально не следуют из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Успехов!

Задание 1 (25 баллов). Межпланетная торговля

В некой Виноградной галактике есть всего 2 планеты: Киш и Миш. Климат на обеих планетах позволяет выращивать исключительно один сорт винограда. Жители галактики не употребляют в пищу сырые ягоды, а производят из них изюм и виноградный сок. На планете Киш за год вырастает 1000 кг винограда, а на планете Миш урожай винограда составляет всего 300 кг. Известно, что планета Киш существенно опережает в техническом развитии другую планету, и из 10 кг винограда она может произвести 5 кг изюма или 5 литров сока. Планета Миш же не так развита и может получить 1 кг изюма или 5 литров сока, потратив 15 кг винограда. Технология производства легко масштабируется, поэтому при уменьшении используемого винограда в a раз, количество производимого продукта также уменьшится в a раз.

Вопрос 1.1. [4 балла] Какое максимальное количество сока (в литрах) и какое максимальное количество изюма (в кг) могут произвести жители планеты Киш?

Вопрос 1.2. [5 баллов] Может ли на планете Миш быть произведен набор из 10 кг изюма и 60 литров сока? Поясните свой ответ.

Вопрос 1.3. [6 баллов] Положим, на планете Миш производится 20 литров сока и 16 кг изюма. Если жители этой планеты захотят произвести 30 литров сока, от скольких килограммов изюма им придется отказаться?

Вопрос 1.4. [10 баллов] Пусть планеты Киш и Миш могут торговать друг с другом, обменивая 1 кг изюма на 3 литра сока. Будет ли планетам выгодно обмениваться благами друг с другом? Объясните почему.

Задание 2 (25 баллов). А пониженный комфорт — дешевле!

Между Лунным городком и деревней Спутник каждый день ходит поезд фирмы «ЛунЖД», который состоит только из двух плацкартных вагонов по 48 мест в каждом.

Поезд спроектирован так, что в нём окна не открываются, но в вагонах есть кондиционеры. На этом поезде ездят только две категории пассажиров — сотрудники компаний-провайдеров интернета «Мега» и «Байт». Данные категории пассажиров равны по численности (по 48 человек в каждой группе), но их готовность платить различается. Так, сотрудники компании «Мега» готовы покупать билет категории «туда-обратно» по цене не более 200 д. е., а сотрудники компании «Байт» — по цене не более 500 д. е. Известно, что каждый пассажир приобретает только один билет в день. Если цены на билеты будут выше готовности платить, то сотрудники будут ходить пешком. Издержки на обслуживание одного пассажира равны 0.

Вопрос 2.1. [8 баллов] Найдите цену, которую установит фирма «ЛунЖД», если она не может различать категории пассажиров. Какую прибыль при этом получит фирма?

Вопрос 2.2. [8 баллов] Студент-экономист Олег, проходящий стажировку в отделе аналитики «ЛунЖД», сказал, что компания может увеличить свою прибыль. Для этого необходимо искусственно ухудшить качество поездки, например, за счёт отключения кондиционеров в одном из вагонов. Эта манипуляция повысит издержки на перевозку одного пассажира в таком вагоне на 10 д. е. из-за необходимости внедрения новой системы билетного контроля. Сотрудники компании «Байт» готовы платить за билет категории «туда-обратно» в вагоне без кондиционера не более 100 д. е., а сотрудники компании «Мега» — не более 150 д. е. При этом «ЛунЖД» по-прежнему не может различать категории пассажиров. По какой цене будут продаваться билеты в вагон без кондиционера? Последует ли фирма «ЛунЖД» совету студента-экономиста Олега?

Вопрос 2.3. [9 баллов] В качестве альтернативы предложению Олега другой студент, Глеб, сказал, что если компания сможет различать категории пассажиров, то она также сможет увеличить свою прибыль. Найдите прибыль «ЛунЖД» в данном случае. Будет ли компания выключать кондиционеры в одном из вагонов в этом случае? Приведите один способ, как компания может начать различать пассажиров. (Если Вы приведете более одного способа, то оцениваться будет только первый.)

Задание 3 (25 баллов). Доступный интернет

Школьник Василий приехал к бабушке в деревню Спутник, которая расположена вдоль прямой железнодорожной линии. В деревне 10 домов, которые находятся на расстоянии 100 метров друг от друга. Гуляя по окрестностям деревни, Василий обнаружил, что на каждой окраине деревни в 100 метрах от ближайшего дома стоит вышка, которая снабжает жителей интернетом. Вышки принадлежат разным интернет-провайдерам: «Мега» и «Байт» — и известно, что сейчас половина жителей пользуется услугами провайдера «Мега», а другая половина — услугами провайдера «Байт».

Изначальная исходящая от вышки каждого провайдера скорость интернета равна 1500 Мбайт/с. В силу того, что провайдеры используют одинаково несовершенные технологии, скорость соединения падает на 100 Мбайт/с при проведении интернета к каждому новому дому, то есть скорость снижается на 100 Мбайт/с каждые 100 метров. Всем жителям деревни нужен интернет, поэтому ежемесячно каждый дом оплачивает доступ к нему. Жители деревни — рациональные люди, которые стремятся минимизировать как свои денежные расходы, так и потери, связанные со снижением скорости интернета. Таким образом, каждый житель минимизирует сумму расходов на доступ к интернету и потерь от снижения скорости интернета в денежном выражении.

На рисунке справа показана максимальная скорость интернета, которая доступна дому под номером 4 при подключении интернета от разных вышек.

Стоимость услуг каждого провайдера одинакова и составляет 100 д. е. за доступ к интернету для целого дома на месяц, цена не зависит от скорости интернета. Если бы провайдер «Байт» повысил цену доступа к интернету на 30 д. е. ($P_B = 130$ д. е.), то два дома отказались бы от его услуг и стали бы пользоваться услугами провайдера «Мега», у которого стоимость услуги осталась прежней ($P_M = 100$ д. е.).

Вопрос 3.1. [9 баллов] Будет ли «Байт» повышать цену своих услуг до 130 д. е. в месяц? Издержки провайдеров на предоставление доступа к интернету равны нулю.

Вопрос 3.2. [10 баллов] Пусть S обозначает потери жителя деревни от снижения скорости интернета на 100 Мбайт/с в денежном выражении. Найдите все значения S , которые согласуются с изменением спроса на услуги провайдеров в условиях, когда «Байт» повышает цену до 130 д. е.

Вопрос 3.3. [6 баллов] При каком минимальном уровне цены, назначенной провайдером «Байт», все жители строго откажутся от его услуг и будут пользоваться услугами провайдера «Мега», сохранившего цену 100 д. е.? Считайте, что если потребителю безразлично, какого провайдера выбрать, то он выбирает провайдера «Мега».

Задание 4 (25 баллов). Мировая экономика: поддержка сталелитейной промышленности в Японии (1960-е – начало 1970-х гг.)

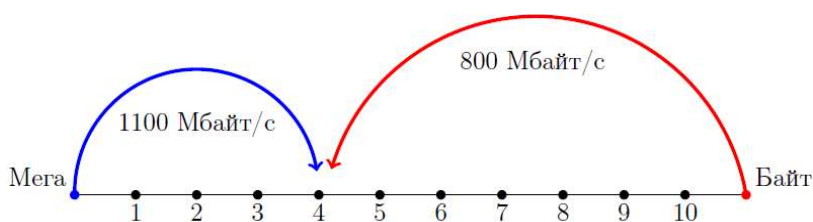
Прочитайте текст ниже и ответьте на вопросы после текста.

В начале 1950-х годов японское правительство определило сталелитейную промышленность в качестве сектора экономики, который должен получить приоритетное развитие, поощряя отрасль налоговыми льготами и субсидированием. В итоге за период с 1963 по 1970 год выпуск стали в стране удвоился, при этом Япония не только смогла удовлетворить растущий спрос отечественной экономики, но и превратилась в крупнейшего мирового экспортера металлопроката. Этот бурный рост был особенно примечателен с учетом того факта, что практически всё сырье для производства стали импортировалось в бедную полезными ископаемыми Японию из других стран.

Однако действительно ли государственная поддержка сталелитейной промышленности способствовала развитию этой отрасли в том направлении, в котором она и так стала бы развиваться под воздействием рыночных сил? На самом же деле Япония приобрела бы преимущество в производстве стали даже без помощи государства. С одной стороны, высокий уровень нормы сбережений позволил нарастить инвестиции в экономике, что в сочетании со сравнительно низким уровнем заработных плат дало стране все возрастающие преимущества в такой капиталоемкой промышленности, как сталелитейная. С другой стороны, развитие экономики в области транспортировки товаров позволило сократить транспортные расходы и удешевило стоимость импортируемого сырья. Все это позволило снизить себестоимость японской стали. Появление новых источников железной руды и каменного угля снизило необходимость размещать металлургические предприятия вблизи месторождений этих полезных ископаемых.

Таким образом, успешное развитие сталелитейной промышленности могло бы осуществляться и без вмешательства государства.

Однако справедливо будет предположить, что поддержка



государства обеспечила темпы роста производства стали более выше, чем в условиях свободного рынка.

Вопрос 4.1. [8 баллов] Какие меры могут использовать страны для защиты отечественного производителя?

Костя отметил, что одной из таких мер может быть субсидирование отечественных компаний. Дополните ответ, записав не менее двух других методов. (Если Вы приведете более двух мер, то оцениваться будут только первые две.)

Вопрос 4.2. [9 баллов] Объясните своими словами, что такое абсолютное и сравнительное преимущество? В чем различие между ними?

Вопрос 4.3. [8 баллов] Какие факторы обеспечили преимущество японских сталелитейных компаний на мировом рынке? Ответьте с опорой на текст. (Для получения полного балла достаточно привести два фактора.)

Задание 5 (25 баллов). Проект по мировой экономике

Вам с другом необходимо обсудить тему одной из глав проекта и её краткое содержание. Вы определились с тем, что будете описывать роль транспортных издержек в мировой экономике и составили план, состоящий из следующих глав:

1. Сравнение издержек для разных видов транспорта.
2. Положительная сторона снижения транспортных издержек в грузовых перевозках в международной торговле.
3. Негативная сторона снижения транспортных издержек в грузовых перевозках в международной торговле.
4. Роль транспортных издержек в миграции рабочей силы.

Толя решил написать главу №2 «Положительная сторона снижения транспортных издержек в грузовых перевозках в международной торговле» и описал её содержание:

Грузовые авиаперевозки и морское судоходство занимают центральное место в торговле товарами по всему миру. Скорость, стабильность и стоимость международных и внутривосточных перевозок — важнейшие факторы для наращивания темпов развития экономики и объемов производства. Доступность отправки товаров и получения ресурсов, внедрение необходимой логистической инфраструктуры могут формировать привлекательность регионов для инвестиций в развитие на их территории производств. Это может привести к повышению экономической активности в этих регионах. В особенности важны транспортные издержки для экспортоориентированных отраслей: формирование ключевых направлений экспорта неразрывно связано с величиной затрат на транспортировку и наличием необходимой инфраструктуры с обеих сторон. Таким образом, снижение затрат на транспортировку продукции и ресурсов стало одним из решающих факторов для развития экспорта стали из Японии. Однако с развитием глобализации производство комплексной продукции вышло за пределы конкретных стран: например, разные детали для одного автомобиля могут производиться в Японии, а сборка самого автомобиля может происходить в Германии. В связи с этим значимость надежности логистических цепочек и величины транспортных затрат лишь возросла.

Ответьте на следующие вопросы. Вы можете опираться на свои знания, а также на текст из предыдущего задания, если необходимо.

Вопрос 5.1. [16 баллов] Выберите одну из оставшихся глав проекта и приведите её краткое содержание (не более 10 предложений), как это сделал Толя для главы №2.

Вопрос 5.2. [9 баллов] В ходе обсуждения главы проекта Толя сказал, что значимость величины транспортных издержек возрастает с развитием глобализации. Согласны ли Вы с утверждением Толи? Свой ответ поясните. При ответе на вопрос вы можете использовать информацию из текста.

9 класс

Время выполнения заданий – 200 минут

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Требования и рекомендации к написанию решения задач

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все факты, которые не являются общеизвестными и тривиально не следуют из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Успехов!

Задание 1 (25 баллов). Торговля

Спрос на рынке минеральных удобрений в небольшом Королевстве Роз имеет вид $Q_d = 120 - p$, где Q_d — это количество покупаемых удобрений в тоннах, а p — это цена за тонну удобрений в золотых монетах. Функция предложения удобрений отечественными производителями имеет вид $Q_s = p$, где Q_s — количество продаваемых отечественными производителями удобрений в тоннах.

Потребители также могут купить любое количество удобрений на мировом рынке за 30 золотых монет за тонну. Доставка удобрений всегда включена в стоимость, кроме того, потребители не беспокоятся о времени доставки. Если покупателю безразлично, покупать удобрения у отечественного продавца или на мировом рынке, то он всегда покупает у отечественного продавца.

Вопрос 1.1. [4 балла] Найдите равновесную цену на рынке удобрений в Королевстве Роз, если покупка удобрений у зарубежных производителей будет запрещена.

Вопрос 1.2. [8 баллов] Найдите равновесную цену, по которой производители Королевства Роз будут продавать удобрения в условиях свободной торговли. Сколько удобрений приобретут покупатели? Какое количество удобрений будет импортироваться?

Вопрос 1.3. [7 баллов] Король решил ввести налог на **импортные товары** в размере 10 золотых монет за каждую тонну. На какую величину изменится импорт? Объясните почему.

Вопрос 1.4. [6 баллов] (Вы можете ответить на этот вопрос, не решая предыдущие пункты.) Приведите одно положительное и одно негативное последствие введения данного налога (налога на импортные товары). (Если Вы приведете более одного положительного/негативного последствия, то оцениваться будет только первое положительное/негативное последствие.)

Задание 2 (25 баллов). Ацинелсам!

В Королевстве Роз жители весь год ждут праздник Ацинелсам и очень тщательно к нему готовятся, бережно соблюдая многовековые традиции. В этом году две деревни, А и Б, обратились за помощью с организацией праздника к ивент-менеджеру Юрию, которому предстоит выбрать, в какой из двух деревень провести мероприятие.

Традиции празднования в двух деревнях необычные. В чистом поле обустроивается площадка для танцев, по краю которой размещают изысканные блюда: нилбы с вареньем из лепестков роз и вкуснейшие пироги (x — количество предложенных на празднике нилбов в килограммах, y — количество предложенных на празднике пирогов в килограммах; оба эти количества могут быть нецелыми, каждый килограмм любого из двух блюд занимает одну условную единицу длины и имеет нулевую ширину). Блюда должны быть размещены по всему периметру танцевальной площадки, а денежное вознаграждение Юрия равно её площади. Таким образом, Юрий хотел бы максимизировать свое вознаграждение, выбирая размеры площадки.

Всю еду для праздника можно приобрести у отдельных жителей деревень по фиксированным ценам, равным 2 д. е. за килограмм нилбов и 3 д. е. за килограмм пирогов. Деревня, в которой устроит праздник Юрий, готова покрыть все затраты на еду в размере не более 216 д. е., а собственные средства Юрий расходовать не может.

Вопрос 2.1. [2 балла] Запишите уравнение, которым описываются все доступные менеджеру Юрию наборы нилбов и пирогов, если он решит полностью потратить на них доступные 216 д. е.

Вопрос 2.2. [8 баллов] По традициям деревни А площадка для танцев должна быть прямоугольной, при этом нилбы должны располагаться только на северной и южной сторонах площадки (то есть на двух противоположных сторонах), а пироги — только на восточной и западной сторонах. Если Юрий устроит праздник в этой деревне, то какое количество нилбов и пирогов он купит, чтобы максимизировать свой доход? Какое вознаграждение он получит?

Вопрос 2.3. [10 баллов] Традиции деревни Б предписывают использовать две отдельные квадратные площадки для танцев: по периметру одной можно ставить только нилбы, а по периметру другой — только пироги, при этом вознаграждение Юрия будет равно суммарной площади двух площадок. Рассчитайте, сколько килограммов каждого угощения следует купить Юрию, чтобы его вознаграждение было максимальным, а также само значение вознаграждения.

Вопрос 2.4. [5 баллов] Определите, в какой из двух деревень Юрию более выгодно организовать праздник. Исходя из ограничений, которые накладывают на танцевальные площадки традиции деревень, объясните, почему максимальные вознаграждения, которые Юрий может получить, соотносятся именно таким образом.

Задание 3 (25 баллов). Блиц про транспорт

Все мы привыкли к общественному транспорту: из точки А можно добраться в точку Б с помощью метро, автобусов, трамваев или троллейбусов. При этом организация и управление системой общественного транспорта представляет собой нетривиальную задачу, и в этом задании вам предстоит подумать над некоторыми её аспектами.

Вопрос 3.1. [7 баллов] Часто в качестве одного из аргументов в пользу развития общественного транспорта указывается необходимость разгрузки дорог за счет того, что часть пассажиров откажется от личных автомобилей в его пользу. Однако на практике этого не происходит, и даже в городах с развитой инфраструктурой мы наблюдаем пробки. Приведите одно экономическое объяснение того, почему некоторые люди продолжают

ездить на личном транспорте и создавать пробки, несмотря на улучшение качества и доступности общественного транспорта. (Если Вы приведете более одного объяснения, то оцениваться будет только первое.)

Вопрос 3.2. [6 баллов] Отмену платы за проезд в общественном транспорте часто рассматривают как инструмент социальной поддержки и снижения неравенства. Приведите другой аргумент в пользу того, чтобы сделать общественный транспорт бесплатным. (Если Вы приведете более одного аргумента, то оцениваться будет только первый.)

Вопрос 3.3. [6 баллов] В пункте 3.2. вы привели аргумент в пользу отмены оплаты за услуги общественного транспорта. Теперь приведите один аргумент в пользу того, что полная отмена оплаты услуг общественного транспорта может иметь негативный экономический эффект. (Если Вы приведете более одного аргумента, то оцениваться будет только первый.)

Вопрос 3.4. [6 баллов] Формат оплаты проезда — важный элемент дизайна системы общественного транспорта. Общественный транспорт станет более доступным, если предусмотреть большее количество способов оплаты: наличные, банковская карта, электронный кошелек, мобильный телефон и прочее. Приведите один недостаток наличия большого количества возможностей оплаты общественного транспорта. (Если Вы приведете более одного недостатка, то оцениваться будет только первый.)

Задание 4 (25 баллов). Нефтяной кризис 1970-х годов

Прочитайте текст и ответьте на вопросы ниже.

В современной истории насчитывается много кризисов, среди них есть и энергетические. Одним из наиболее значимых энергетических кризисов является нефтяной кризис 1970-х годов, или кризис «нефтяного эмбарго». Этот кризис произошел из-за политических и экономических факторов.

Международный нефтяной картель «Семь сестёр», образованный американскими и европейскими нефтегазовыми компаниями — British Petroleum, Exxon, Gulf Oil, Mobil, Royal Dutch Shell, Chevron и Texaco, — получал высокую прибыль за счет перепродажи энергоресурсов и контролировал 85% мировых запасов нефти.

Однако на фоне того, что к пятидесятым годам прошлого века доля разведанных запасов нефти в странах Ближнего Востока быстро росла, доля картеля «Семь сестёр» начала постепенно снижаться. Став самостоятельными государствами, в 1950–60-е годы XX века ближневосточные нефтедобывающие страны начали защищать свои интересы и взяли под свой контроль производство нефти на своей территории; они стали ограничивать иностранный капитал и выкупать доли в своих нефтяных компаниях, которые ранее принадлежали зарубежным инвесторам. В 1960 году была создана организация стран-экспортеров нефти — ОПЕК, которая стала силой, противостоящей международному нефтяному картелю. В 1968 году ОПЕК приняла Декларацию «О нефтяной политике стран-членов ОПЕК», в которой подчеркивалось неотъемлемое право всех стран на осуществление постоянного суверенитета над своими природными ресурсами в интересах их национального развития. Между тем нефть превратилась в основной источник энергии, отодвинув каменный уголь на второй план.

Начало кризиса было положено в 1971 году, когда президент Никсон отменил золотой стандарт в США, это означало, что другие страны не могут обменивать доллары на золото. Такое действие послужило толчком к резкому скачку цен на золото, в результате чего стоимость доллара значительно упала. Резкое падение американской валюты отразилось на ситуации в странах ОПЕК, так как нефтяные соглашения заключались в долларах США. Это привело к сокращению доходов стран-членов ОПЕК, но

в то же время стоимость импорта в других валютах выросла. ОПЕК пыталась оценить нефть в золоте, чтобы уменьшить сокращение доходов, но это не оказало значительного влияния.

В октябре 1973 года произошел военный конфликт между коалицией арабских государств (включавший в т. ч. Сирию и Египет) с одной стороны и Израилем с другой стороны (исторически двусторонние отношения между Израилем и арабскими странами — очень напряженные). США выделили Израилю военную помощь в размере 2,2 млрд долл. США. Это событие вызвало огромное недовольство ОПЕК и привело к введению санкций против США и других союзников Израиля — прекращению продажи нефти в эти страны. Несмотря на то, что вскоре было объявлено перемирие, эмбарго на продажу нефти действовало на протяжении полугода. За это время цена на нефть выросла в 4–5 раз. Кризис «нефтяного эмбарго» усилил уже существующие мировые финансовые проблемы. Кризис 1973 года показал, что зависимость всех стран от определенной страны-экспортера энергоресурсов может приводить к серьезным потрясениям и негативным последствиям. Многие государства начали поиск и разработку альтернативных источников энергии (например, в Японии ускорилась разработка ядерной энергетики и произошло перепрофилирование производственных процессов, в США была проведена реформа энергетических рынков и др.) и стали диверсифицировать экспортные поставки. В частности, кризис способствовал увеличению экспорта нефти на Запад из Советского Союза.

Вопрос 4.1. [5 баллов] Объясните, как вы понимаете термин «нефтяное эмбарго».

Вопрос 4.2. [8 баллов] Объясните механизм, за счет которого цена на нефть выросла в несколько раз во время действия нефтяного эмбарго в 1973 году.

Вопрос 4.3. [12 баллов] Опишите с опорой на текст и свои знания, какие выводы наиболее вероятно были сделаны странами из данного нефтяного кризиса. Достаточно привести два вывода. (Если Вы приведете более двух выводов, то оцениваться будут только первые два.)

Задание 5 (25 баллов). Проект по мировой экономике

Вам с подругой Настей необходимо обсудить тему одной из глав проекта и её краткое содержание. Вы определились с тем, что будете описывать влияние пандемии на международную торговлю в своем проекте. Настя предложила написать главу под названием: «Влияние пандемии на грузовые перевозки в международной торговле». Настя также кратко описала её содержание:

Грузовые авиаперевозки и морское судоходство занимают центральное место в торговле товарами по всему миру. Число глобальных контейнерных перевозок, которые лежат в основе глобальных цепочек поставок, резко сократилось в начале 2020 года из-за повсеместных карантинных и институциональных трудностей, но начало восстанавливаться в конце 2020 года и продолжило в 2021 году. Неизменно высокий спрос и упавшее предложение грузоперевозок повлекли за собой серьезное увеличение транспортных издержек. В связи с этим увеличились и цены на товары и сырье, перевозимые самолетами или морскими судами. Рекордно высокие цены способствовали рекордным доходам судоходных компаний. Высокая зависимость международной торговли от морского транспорта сильно повлияла на состояние торговли в мире.

Вопрос 5.1. [16 баллов] Предложите название для другой главы вашего проекта в рамках исследования влияния пандемии на международную торговлю. Приведите её краткое содержание (не более 10 предложений) так же, как это сделала Настя для своей главы.

Вопрос 5.2. [9 баллов] В ходе обсуждения главы проекта Настя сказала, что в 2020 году торговля товарами сократилась сильнее и восстанавливалась более медленными темпами, чем торговля услугами. Согласны ли Вы с утверждением Насти? Поясните, используя не более 5–7 предложений.

10 класс

Время выполнения заданий – 200 минут

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Требования и рекомендации к написанию решения задач

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все факты, которые не являются общеизвестными и тривиально не следуют из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Успехов!

Задание 1 (25 баллов). Равенство в потреблении

Жители деревень Чернолесье и Белополье покупают пряники на одной ярмарке. Все продавцы знают, что за количество пряников меньше 300 ед. покупатели из Чернолесья готовы платить более высокую цену, чем покупатели из Белополя. Однако внешне жители деревень неразличимы, поэтому пряники продаются по одной цене для всех. Общий рыночный спрос описывается функцией:

$$Q_M^D = \begin{cases} 0, & 400 < P \\ 400 - P, & 200 < P \leq 400 \\ 1000 - 4P, & 0 \leq P \leq 200 \end{cases}$$

где Q_M^D — общее количество пряников, которое покупатели суммарно готовы приобрести по цене P (в монетах). Функция предложения пряников имеет вид $Q^S = 4P$, где Q^S — количество пряников в единицах. Также известно, что спрос каждой группы при положительном количестве товара задается линейной функцией.

Вопрос 1.1. [7 баллов] Ярмарка действует по законам конкурентного рынка и никем не регулируется. Если рынок находится в равновесии, сколько пряников покупают жители Чернолесья и сколько — жители Белополя?

Вопрос 1.2. [10 баллов] Царь Агафон узнал от своих советников, что жители одной деревни покупают пряников больше, чем жители другой. Подумал царь и решил, что это несправедливо, и повелел ввести налог на покупателей той деревни, в которой пряников потребляют больше, да такой, чтобы объемы покупок пряников в деревнях стали одинаковыми. Получив царское веление, советники установили для покупателей одной из деревень налог размером в t монет на каждый купленный пряник. Налоги собираются непосредственно по месту жительства покупателей, так что проблем с идентификацией жителей не возникает.

Чему равна ставка такого налога? Сколько пряников теперь покупают жители каждой деревни?

Вопрос 1.3. [8 баллов] В народе одни такой налог хвалили, а другие, как водится, ругали. Выиграли ли подданные царя от введения этого налога? Поясните свой ответ.

Задание 2 (25 баллов). Миллионы белых роз

В Королевстве Роз жители очень любят клумбы с цветами. Садовник Иван, известный профессионал в деле создания клумб, обсуждает контракт с Заказчиком.

Изначальный план Заказчика состоит в том, чтобы всего (суммарно на всех клумбах) было высажено x миллионов белых роз и y миллионов синих роз (оба эти количества могут быть не целыми; каждый высаженный миллион роз занимает одну условную единицу длины и имеет нулевую ширину), при этом должно быть m прямоугольных клумб только с белыми розами и n прямоугольных клумб только с синими розами (никаких других клумб не должно быть). Кроме того, высаживать цветы нужно только по краю каждой клумбы (изменить это требование Иван не в силах, так как Заказчик всенепременно хочет ставить в центры клумб статуи). Денежное вознаграждение Ивана равно суммарной площади всех клумб (так как Заказчик ценит именно такую площадь и готов за неё платить). Иван хотел бы максимизировать своё вознаграждение, поэтому он поэтапно предлагает вносить правки в изначальный план.

Известно, что цветы можно приобретать только на рынке, где 1 миллион белых роз стоит 2 золотые монеты, а 1 миллион синих роз стоит 3 золотые монеты. Заказчик готов покрыть расходы садовника на цветы в размере не более 216 золотых монет (считайте, что деньги бесконечно делимы), а собственные средства на покупку цветов Иван расходовать не может.

Вопрос 2.1. [4 балла] Иван рассматривает i -ю клумбу, на которую планируется посадить x_i белых роз (это число фиксировано). Какое соотношение сторон Иван предложит Заказчику для этой клумбы, а также для всех остальных клумб, чтобы максимизировать свой доход?

Вопрос 2.2. [7 баллов] Пусть Заказчик принял предложение садовника о соотношении сторон из п. (а), поэтому Иван решил продолжить оптимизацию плана.

Рассмотрим первую и вторую клумбы с белыми розами, на которых планируется посадить x_1 и x_2 роз, соответственно. Найдите, каким будет изменение суммарной площади всех клумб, если все розы со второй клумбы перераспределить на первую, сохранив оптимальное соотношение сторон.

Приведите интуитивное объяснение для полученного результата.

Вопрос 2.3. [3 балла] Какое число клумб с розами каждого цвета Иван предложит Заказчику, чтобы максимизировать свой доход?

Вопрос 2.4. [8 баллов] Пусть Заказчик принял предложение Ивана о числе клумб с розами каждого цвета. Какое число белых и какое число синих роз Иван предложит посадить, чтобы максимизировать свой доход? Найдите вознаграждение Ивана.

Вопрос 2.5. [3 балла] Пусть Заказчик принял и это предложение. Довольный своими успехами в переговорах, Иван уже почти лёг спать, как вдруг получил СМС от Заказчика с неожиданным предложением заменить каждую согласованную ранее прямоугольную клумбу на две клумбы в форме прямоугольных треугольников. Не производя вычислений, объясните, как это предложение, если оно будет реализовано, повлияет на вознаграждение Ивана и почему (необходимо привести только одно обоснование).

Задание 3 (25 баллов). Вот такие пироги

В одной деревне есть домохозяйка, которая раз в год печет пирог для всей деревни, причем этот пирог может быть либо большим, либо маленьким. За приготовленный пирог домохозяйка получает деньги с жителей деревни, которые готовы отдать 1000 д. е. за маленький пирог и 1800 д. е. — за большой. У домохозяйки есть все ингредиенты для приготовления пирога, кроме муки, которая со временем портится из-за влажности, поэтому каждый год домохозяйка должна покупать муку заново. Известно, что для маленького пирога ей требуется 5 кг муки, а для большого — 12 кг, и изменять рецепт нельзя.

Домохозяйка покупает муку у мельника, который продает товар только ей и исключительно в мешках по 8 кг, при этом цена за мешок муки составляет P д. е. Известно, что издержки мельника на производство 1 мешка муки составляют 480 д. е. Домохозяйка и мельник максимизируют свою прибыль. Считайте, что если домохозяйке безразлично, какой пирог испечь, то она испечет большой.

Вопрос 3.1. [4 балла] Покажите графически зависимость прибыли домохозяйки от цены одного мешка муки. Найдите спрос домохозяйки на мешки с мукой $Q(P)$, где Q — количество мешков с мукой, а P — цена 1 мешка муки в д. е.

Вопрос 3.2. [2 балла] Найдите цену P , которую установит мельник за 1 мешок, и его прибыль. Какой пирог будет готовить домохозяйка на праздник?

Вопрос 3.3. [6 баллов] В результате инфляции издержки мельника на производство муки выросли в 1,5 раза. Однако цена, которую готовы платить жители за каждый пирог, увеличилась только на 20%.

Чтобы увеличить свою прибыль, мельник решил поднять цену за мешок муки в a раз. При каком значении a его прибыль будет максимальной?

Вопрос 3.4. [7 баллов] Предположим, что вместо увеличения цены мельник решил воспользоваться другой мерой: уменьшить объем мешка с мукой в b раз. Тогда его издержки также сократятся в b раз относительно новых издержек, а цена за проданный мешок останется такой же, как в пункте 3.2.

Найдите значение b , при котором прибыль мельника будет максимальной. Сравните прибыль мельника от данной меры с прибылью из предыдущего пункта.

Вопрос 3.5. [6 баллов] *(Вы можете ответить на этот вопрос, не решая предыдущие пункты.)* В этой задаче рассматривается снижение объема товара в упаковке при неизменной цене, которое называется шинкфляция. Приведите две причины, почему продавцы могут прибегать именно к этой мере, а не к увеличению цены. *(Если Вы приведете более двух причин, то оцениваться будут только первые две.)*

Задание 4 (25 баллов). Индекс энергетического кризиса

Посмотрите на таблицу ниже, прочитайте описание индекса и ответьте на вопросы.

Методология индекса энергетического кризиса:

Индекс энергетического кризиса Bloomberg измеряет уровень нагрузки на энергетические системы в ряде крупных европейских стран с использованием пяти параметров: хранение газа; процент заполнения; мощность нагрузки, ГВт; цены на газ и электроэнергию за МВтч на сутки вперед; прогноз температуры на сутки вперед. В таблице цены на газ и электроэнергию указаны в евро.

Индекс энергетического кризиса

Данные от 21.11.2022

Хуже  Лучше

	Франция	Германия	Италия	Польша	Испания	Велико-британия
Общий балл	34	36	26	45	16	28
Наполнение газовых хранилищ (%)	99	100	94	99	96	100
Нагрузка на сеть (ГВт)	53.2	51.5	25.0	18.6	22.2	26.5
Цены на газ (€)	88	116	109	119	53	42
Цены на энергию (€)	213	194	229	204	81	200
Средняя температура (°C)	9	3	11	0	11	7

Рис. 1: Источник: Bloomberg

Вопрос 4.1. [8 баллов] Назовите две страны, в которых вероятность энергетического кризиса наибольшая. Используя приведенные данные, объясните, почему вероятность энергетического кризиса в этих странах наибольшая.

Вопрос 4.2. [5 баллов] В индекс энергетического кризиса входят 4 параметра, связанные напрямую с энергетикой. Предположите, почему в этом индексе также учитывается такой параметр, как прогноз температуры?

Вопрос 4.3. [12 баллов] Мировую торговлю энергоресурсами можно воспринимать как способ политического влияния стран друг на друга. Объясните данное предположение на примере любого энергетического кризиса.

Задание 5 (25 баллов). Международная торговля в период пандемии COVID-19

Вы вместе с подружкой Настей готовите задание и проект по мировой экономике. Вы можете пользоваться текстом, который был дан учителем, для погружения в тему.

Прочитайте текст ниже и ответьте на вопросы после текста.

2020 год ознаменовался одним из крупнейших сокращений объемов мировой торговли и производства со времен Второй мировой войны. Спад торговли в первой половине 2020 года был частично компенсирован резким восстановлением во второй половине 2020 года, в результате финальные данные по динамике мировой торговли по итогам года оказались лучше ожиданий. По данным ООН, в 2020 году объем международной торговли сократился на 9 процентов, в т.ч. на 6 процентов снизилась торговля товарами и на 16,5 процентов — торговля услугами. В 2021 году объем мировой торговли достиг рекордного уровня — примерно 28,5 трлн долл. США, что на 25 процентов больше, чем 2020 году и на 13 процентов больше по сравнению с периодом до пандемии — 2019 годом

За относительно положительными показателями совокупной торговли, однако, скрываются значительные различия между товарами, секторами экономики и торговыми отношениями. Торговый коллапс в начале 2020 года не затронул все товары и

услуги в одинаковой степени, торговля некоторыми видами товаров и услуг резко упала, в то время как торговля другими — заметно увеличилась.

В период пандемии очень важно было не допускать сбоев в производстве и поставках товаров первой необходимости. Поддержание торговли основными медицинскими товарами означает устранение барьеров, таких как тарифы на медицинские товары, необходимые для борьбы с COVID-19 (например, некоторые страны поддерживают торговые пошлины в размере до 10 процентов на наборы для тестирования на COVID-19). Это означает ускорение процедур сертификации, позволяющих как можно скорее продавать новые продукты, и обеспечение того, чтобы технические требования были научно обоснованными и не ограничивали торговлю без необходимости. Наконец, это означает усиление мер по упрощению процедур торговли, обеспечение как можно более быстрого перемещения товаров, включая определение ключевых действий, необходимых для поддержания бесперебойных таможенных процедур с ограниченным вмешательством человека.

Вопрос 5.1. [10 баллов] Несмотря на сокращение совокупного спроса во время пандемии на какие товары или услуги наблюдался повышенный спрос?

Настя отметила, что одним из таких товаров или услуг могут быть медицинские товары. Дополните ответ, записав два других товара и/или услуги. Приведите краткое объяснение, почему спрос был повышен.

Вопрос 5.2. [15 баллов] Объясните, что такое тарифные меры регулирования международной торговли. Какие виды тарифного регулирования торговли описаны в тексте? Объясните, что нужно делать с такими мерами для стимулирования торговли.

11 класс

Время выполнения заданий – 200 минут

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Требования и рекомендации к написанию решения задач

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все факты, которые не являются общеизвестными и тривиально не следуют из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Успехов!

Задание 1 (25 баллов). О пользе браслетов

Кафе «Поляна» — единственная пончиковая, расположенная неподалеку от пансионатов Лукоморье и Сказка. Питание в пансионатах очень качественное, но отдыхающим все равно хочется пончиков, поэтому в «Поляне» всегда есть покупатели. Суммарный спрос отдыхающих двух пансионатов описывается функцией:

$$Q_M^D = \begin{cases} 0, & 200 < P \\ 200 - P, & 180 < P \leq 200 \\ 380 - 2P, & 0 \leq P \leq 180 \end{cases}$$

где Q_M^D — общее количество пончиков, которое покупатели суммарно готовы приобрести по цене P (в рублях). Управляющий кафе Артем заметил, что объем спроса покупателей из Лукоморья при любой цене менее 200 рублей выше, чем объем спроса покупателей из Сказки. Также Артем знает, что спрос каждой группы при положительном количестве товара задается линейной функцией. Предельные и средние издержки кафе постоянны и не зависят от того, кому продаются пончики.

Вопрос 1.1. [7 баллов] По внешнему виду покупателей сложно определить, из какого дома отдыха они приходят, поэтому в кафе продали 160 пончиков по единой цене, максимизирующей прибыль. Определите эту цену и величину полученной прибыли.

Вопрос 1.2. [8 баллов] Администрации пансионатов раздали отдыхающим браслеты, причем в каждом пансионате браслеты своего цвета. Теперь в кафе могут дифференцировать покупателей и установить разные цены для тех, кто приходит из Лукоморья и из Сказки, то есть проводить ценовую дискриминацию третьего типа. Воспользуется ли кафе такой возможностью, чтобы увеличить прибыль? Найдите цену(-ы) и прибыль кафе в новых условиях.

Вопрос 1.3. [6 баллов] Предположим, что отдыхающие из разных пансионатов могут безвозмездно одалживать друг другу браслеты для совершения покупки, делая это

незаметно для сотрудников кафе. Какой будет прибыль пончиковой в этом случае, если цена(-ы) уже установлена(-ы) как в пункте 1.2., то есть пончиковая не подозревает о возможности одалживать браслеты?

Вопрос 1.4. [4 балла] Какую максимальную сумму готов заплатить владелец кафе в ходе переговоров с администрацией одного из пансионатов, чтобы убедить её использовать особые браслеты, которые после снятия портятся и становятся недействительными (то есть после снятия ими нельзя будет воспользоваться в кафе)?

Задание 2 (25 баллов). Справедливое налогообложение

В одном государстве живут только три гражданина, получающие доход

$$I_1 = 1, I_2 = 3, I_3 = 8.$$

В данной стране есть перераспределительное налогообложение. Оно работает следующим образом:

1. С каждого индивида собирается налог в размере доли от его дохода $t \in [0, 1]$.
2. Каждому индивиду выплачивается одинаковый трансферт $T = \frac{(I_1 + I_2 + I_3)(t - c(t))}{3}$, где $c(t) = t^2$ – транзакционные издержки налогообложения, которые не достаются ни гражданам, ни государству.

Граждане знают распределительный механизм и доходы друг друга.

Вопрос 2.1. [5 баллов] Допустим, ставка налога устанавливается государством, которое хочет максимизировать суммарный доход всех граждан. Найдите оптимальную ставку налога t . Проинтерпретируйте полученный результат.

Вопрос 2.2. [13 баллов] Теперь каждый гражданин вписывает в бюллетень желаемую ставку налога от 0 до 1 (включая 0 и 1). Граждане делают свой выбор одновременно и независимо, то есть они не могут договориться. В результате голосования устанавливается средняя ставка:

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3},$$

где t_1, t_2, t_3 — выбранная соответствующим гражданином ставка налога. Каждый гражданин хотел бы иметь как можно больший доход *с учетом трансферта*. Какой налог будет установлен в результате такого голосования? Какими будут доходы граждан после перераспределения?

Вопрос 2.3. [7 баллов] Постройте кривые Лоренца для пунктов 2.1. и 2.2., используя доходы после перераспределения. В каком из этих двух случаев неравенство доходов выше? Приведите объяснение полученного результата.

Задание 3 (25 баллов). Мрачная сказка

Население страны Несчастье составляет 1000 человек и разделено на две группы: несчастные и счастливые. Счастливые жители составляют одну пятую населения, они не работают и не входят в рабочую силу. По правилам статистического агентства страны Несчастье все остальные жители — несчастные — **всегда** входят в рабочую силу. (Если несчастный гражданин не получил работу, то он считается безработным.)

Совокупное предложение труда несчастных составляет $L^S = 2 \frac{W}{P}$, где L^S — количество людей, готовых устроиться на работу при номинальной зарплате W и уровне цен P . Предложение труда не может превышать количество рабочей силы ни при каких значениях W и P .

Единственная в стране фирма производит единицы радости и принадлежит государству. Фирма максимизирует прибыль и продает единицы радости жителям по цене P (за штуку), которую воспринимает как заданную. Производственная функция фирмы имеет вид:

$$Y = \begin{cases} 0,25(2400 - L) \cdot L, & L < 1200 \\ 360000, & L \geq 1200 \end{cases}$$

где L — количество нанятых жителей, Y — количество произведенных единиц радости. Всю прибыль государство распределяет следующим образом:

- 20% равномерно распределяется между безработными в качестве пособия по безработице;
- 80% равномерно распределяется между счастливыми жителями.

Если безработных нет, то вся прибыль равномерно распределяется между счастливыми.

Единицы радости — единственный товар, который производится, продается и потребляется в экономике. Совокупный спрос определяется функцией $Y = \frac{540000}{P}$, а совокупное предложение выводится из максимизации прибыли фирмы.

Вопрос 3.1. [8 баллов] Известно, что в прошлом году единственной задачей государства была максимизация доходов счастливых жителей, поэтому фирма могла действовать на рынке труда как монополист. Найдите оптимальный выпуск фирмы и уровень безработицы. Рассчитайте реальный доход (номинальный доход, деленный на уровень цен) каждого безработного, работающего и счастливого жителя.

Вопрос 3.2. [9 баллов] В этом году ожидаются выборы, и государство решило позаботиться обо всех жителях страны. Для этого оно минимизирует индекс несчастья (misery index), который определяется как сумма уровня безработицы и инфляции³. Теперь государство *устанавливает номинальную ставку зарплаты*, а фирма, наблюдая выбор государства, решает, какое количество труда использовать. Считайте, что совокупный спрос, производственная функция и предложение труда не изменились.

Какую зарплату установит государство, чтобы минимизировать индекс несчастья? Найдите выпуск фирмы, уровень инфляции и уровень безработицы в таком случае. Рассчитайте реальный доход (номинальный доход, деленный на уровень цен) каждого безработного, работающего и счастливого жителя.

Вопрос 3.3. [8 баллов] (*Вы можете ответить на этот вопрос, не решая предыдущие пункты.*) В задаче рассмотрен индекс несчастья. Считается, что если в стране А индекс несчастья выше, чем в стране В, то положение среднего гражданина в стране А хуже, чем положение среднего гражданина в стране В. Приведите два аргумента, почему данная взаимосвязь может не выполняться. (*Если Вы приведете более двух аргументов, то оцениваться будут только первые два.*)

Задание 4 (25 баллов). Банк России

Прочитайте приведенную ниже информацию, внимательно изучите диаграмму и ответьте на вопросы.

Банк России отвечает за проведение денежно-кредитной политики (ДКП). Одной из целей ДКП Банка России является поддержание годовой инфляции вблизи 4%.

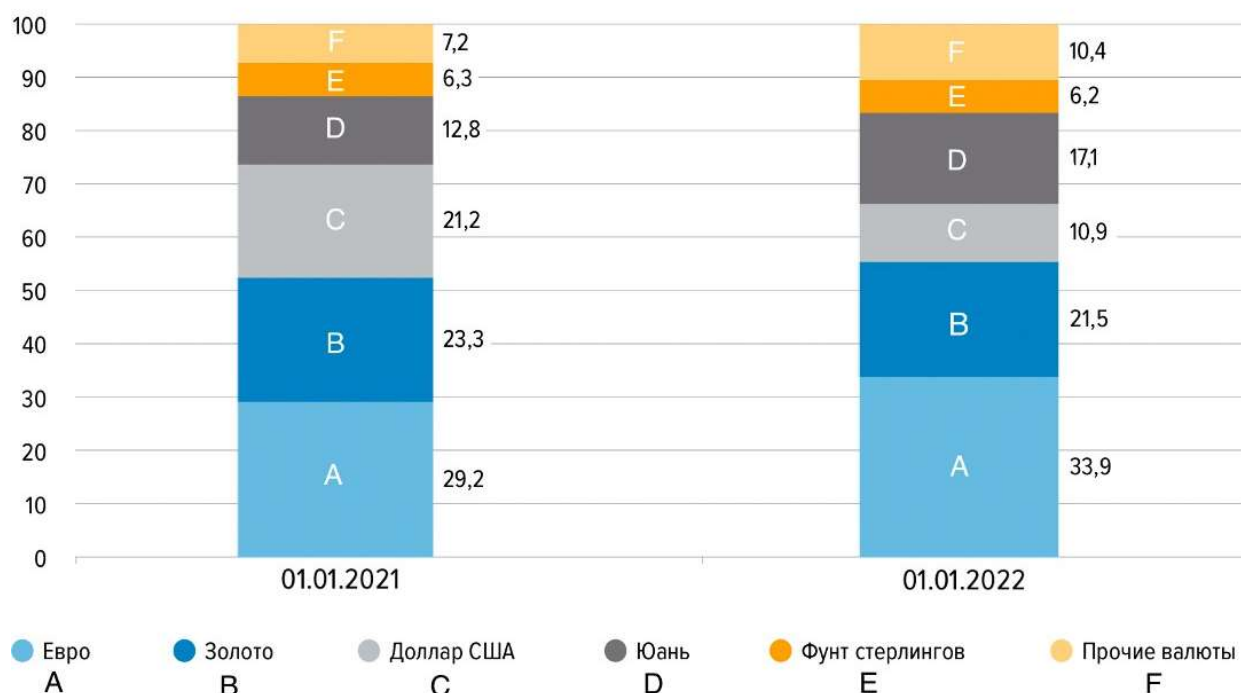
³ Если в стране наблюдается инфляция $\pi = -2\%$ (то есть дефляция), а уровень безработицы равен $u = 5\%$, то значение индекса несчастья равно $5 + (-2) = 3$.

Основной традиционный механизм ДКП — это изменение ключевой ставки. Через цепочку экономических взаимосвязей ключевая ставка воздействует на широкий круг экономических процессов, которые в конечном счете влияют на темп прироста потребительских цен.

Банк России также накапливает и хранит международные резервы. Эти резервы позволяют защищать экономику страны от внешних кризисов, стабилизировать валютный рынок в случае необходимости.

На 1 января 2021 года международные резервы Банка России составили 595,8 млрд долл. США, на 1 января 2022 года — 630,6 млрд долл. США, их структура приведена на диаграмме.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АКТИВОВ БАНКА РОССИИ В ИНОСТРАННЫХ ВАЛЮТАХ И ЗОЛОТЕ*
(В % ОТ ИХ РЫНОЧНОЙ СТОИМОСТИ)



* Распределение активов Банка России приведено с учетом конверсионных сделок, расчеты по которым не были завершены.

Рис. 1: Источник: Банк России, годовой отчет за 2021 год

Вопрос 4.1. [6 баллов] Как изменилась структура международных резервов Банка России по состоянию на 1 января 2022 года в сравнении со структурой годом ранее? Назовите одну причину изменений. (Если Вы приведете более одной причины, то оцениваться будут только первая.)

Вопрос 4.2. [6 баллов] По какой причине на конец 2021 года Банк России хранил более 50% резервов в долларах США, евро и фунтах стерлингов?

Вопрос 4.3. [13 баллов] Для борьбы с последствиями пандемии COVID-19 Банк России проводил стимулирующую ДКП, причем ключевая ставка была снижена до исторического минимума — 4,25% годовых. Объясните причину данного снижения и механизм влияния изменения ключевой ставки на инфляцию. (Если Вы приведете более одной причины, то оцениваться будет только первая.)

Задание 5 (25 баллов). Проблемы климата

Прочитайте приведенную ниже информацию и ответьте на вопросы.

Изменение климата считается одной из глобальных проблем XXI в., находящихся в центре ряда социально-экономических и технологических процессов. Две основные стратегии человечества в ответ на рост средней температуры Земли, изменение режима выпадения осадков и увеличение количества экстремальных погодных явлений

— адаптация и смягчение последствий изменения климата, проявляющееся в первую очередь в сокращении выбросов углекислого газа. Международное регулирование в области сокращения выбросов и борьбы с изменением климата в целом началось в конце 1980-х гг., однако отдельного внимания заслуживает Парижское соглашение, подписанное в 2015 г. Это соглашение направлено на существенное сокращение глобальных выбросов парниковых газов и ограничение повышения глобальной температуры в этом столетии до 2 градусов Цельсия при одновременном поиске средств для еще большего ограничения этого повышения до 1,5 градусов. При этом, по одному из сценариев, повышение температуры может достигнуть 6 градусов в летний период в этом столетии, если не будут предприняты сдерживающие меры.

Вопрос 5.1. [6 баллов] Как Вы думаете, почему цель Парижского соглашения по удержанию роста средней мировой температуры находится в диапазоне до 2°C в этом столетии, а не снижении средней температуры на планете? Поясните в 3–4 предложениях свой ответ.

Вопрос 5.2. [10 баллов] Парижскому соглашению, указанному в тексте, предшествовало другое климатическое соглашение — Киотский протокол. Одним из его основных инструментов была торговля эмиссионными квотами: государства, в которых выбросы парниковых газов не достигали установленного показателя, могли «продавать» недостающий до максимального уровня объём другим странам. Как Вы думаете, какие проблемы могли возникнуть с таким механизмом?

Вопрос 5.3. [9 баллов] Предложите другой возможный инструмент регулирования количества выбросов, приводящий к их сокращению. Опишите его механизм влияния. (Если Вы приведете более одного инструмента, то оцениваться будет только первый.)

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2018–2019 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»**

8 класс**Задание 1 (25 баллов). Рыцари при дворе короля Артура**

1.1. (4 балла) 12 рыцарей, поскольку при $n = 13$ удовольствие каждого приглашенного становится неположительной, а при значениях от 1 до 12 оно строго больше нуля.

1.2. (8 баллов) 6 или 7 рыцарей. Функция $U(n)$ достигает максимума в точке $n^* = 6,5$. Поскольку количество приглашенных должно быть целым числом, квадратичная функция принимает максимальные значения, когда рыцарей 6 или 7.

1.3. (8 баллов) 9 рыцарей. Король Артур максимизирует функцию $A(n) = n^2(13 - n)$. Тогда простым перебором можно обнаружить, что максимум достигается при $n^* = 9$.

Замечание 1. Очевидно, что перебор нужно делать только среди чисел 7, 8, 9, 10, 11 и 12:

$$U(7) = 294, U(8) = 320, U(9) = 324, \\ U(10) = 300, U(11) = 242, U(12) = 144.$$

Действительно, когда за столом собираются 6 или 7 рыцарей, каждый из них получает максимальное удовольствие от посещения званого обеда. С точки зрения же короля Артура $n = 7$ предпочтительнее, чем $n = 6$. При $n = 13$ каждый из собравшихся получает нулевое удовольствие, что точно не может быть максимумом.

Замечание 2. Можно было бы рассмотреть разницу суммарного удовольствия от $n+1$ и от n рыцарей, приглашенных на званый обед, и определить, когда она становится отрицательной:

$$A(n+1) - A(n) = (n+1)^2(13-n-1) - n^2(13-n) = -3n^2 + 23n + 12.$$

Корень этого выражения, удовлетворяющий условию $n \geq 0$, принадлежит интервалу (8, 9). Следовательно, при $n = 9$ суммарное удовольствие всех приглашенных на званый обед максимально.

1.4. (5 баллов) В Пункте 3 число рыцарей НЕ МЕНЬШЕ, чем в Пункте 2. Причина в том, что если удовольствие каждого отдельного рыцаря максимально, то максимальное суммарное удовольствие не может быть меньше этого значения, а значит, и число рыцарей не может быть меньше.

Критерии оценивания*Общие правила*

- Допускаются штрафы за недочеты или неполные штрафы, если ошибка совершена лишь частично.
- Наличие не более двух (2) недочетов в решении штрафуются от 0 до 1 баллов за недочет. Если в решении имеются более двух (2) недочетов, то каждый из них учитывается со штрафом в 1 балл.
- Наличие не более двух (2) существенных ошибок приводит к потере от 5 до 10 баллов. Если таких ошибок больше двух (2), то сумма штрафа может увеличиваться.
- Наличие не более двух (2) недочетов и ошибок приводит к штрафу в 10–15 баллов и больше.

1.1. (4 балла) Ответ в виде числа (пусть даже верного) без аргументации – 0 баллов.

Полное количество баллов (4 балла) выставляется, только если указано верное количество приглашенных – 12 рыцарей – и верно решено неравенство $\{n(13 - n) > 0\}$ для $n \geq 0$.

Нужно доказать два пункта (по 2 балла за каждый пункт):

а) При $n \leq 0$ и $n \geq 13$ удовольствие каждого рыцаря от посещения званого обеда неположительно;

б) При $0 < n < 13$ удовольствие каждого рыцаря от посещения званого обеда строго положительно.

Доказательством может считаться:

- Правильное решение квадратичного неравенства $U(n) = n(13 - n)$,
- ИЛИ
- Верный анализ квадратичной функции,
- ИЛИ
- Корректный рисунок параболы с верно указанными корнями,
- ИЛИ
- Полный перебор целых значений n со ссылкой на монотонность квадратичной функции.

Штрафы

- Частичный перебор целых значений n – потеря 2 баллов;
- Отсутствие одного из ограничений $n > 0$ или $n < 13$ – потеря 2 баллов, обоих пунктов – потеря 4 баллов;
- Отсутствие финального ответа при верно решенном неравенстве – потеря 1 балла;
- Арифметические ошибки при вычислении корней – потеря 1 балла при верном дальнейшем анализе. ВАЖНО: Допущенная арифметическая ошибка в пункте 1.1., которая ведет к неверным ответам в следующих пунктах, наказывается лишением дополнительных баллов в пунктах 1.2.–1.4.;
- Использование строгих неравенств вместо нестрогих (или наоборот) – потеря 1 балла, даже если в ответ вынесено верное число, поскольку логическая ошибка в данном случае могла привести к неверному результату.

1.2. (8 баллов) Ответ в виде числа (пусть даже верного) без аргументации – 0 баллов.

Полное количество баллов (8 баллов) выставляется, только если указан верный ответ – «6 или 7 рыцарей» – и приведено строгое доказательство того, что только данные значения могут быть оптимальными. Доказательством может считаться:

- Анализ квадратичной функции с указанием двух пунктов (по 4 балла за каждый пункт):
 - Парабола ветвями вниз;
 - Выбор наиболее близких к её вершине целых значений n .

В первом пункте корректным может считаться как указание на отрицательный старший коэффициент, так и правильный рисунок параболы. Во втором пункте должна быть верно вычислена вершина и указано, что целочисленные значения по разные стороны от нее дают одинаковые значения функции.

Штрафы

- Отсутствие аргумента про направление ветвей параболы – потеря 3 баллов;

- Отсутствие аргумента про симметричность функции относительно вершины параболы – потеря 2 баллов;
- Указание только одного верного числа (6 или 7) в качестве ответа при правильном ходе решения – потеря 2 баллов;
- Указание в качестве ответа вершины параболы – потеря 3 баллов;
- Наличие арифметической ошибки, не повлиявшей на результат и не упростившей задачу, – потеря 1 балла. Если в результате арифметической ошибки результат изменился, получился правильным случайно (например, из-за еще одной ошибки) или же задача оказалась существенно упрощенной, – потеря 2 баллов.

- Полный перебор целых значений n .

Правильный ответ, полученный простым перебором, оценивается в 8 баллов.

Штрафы

- Указание только одного верного числа (6 или 7) в качестве ответа при правильном ходе решения – потеря 4 баллов;
- Неправильный итоговый ответ – 0 баллов;
- Неполный перебор:
 - * Не рассмотрены два и более случаев – потеря 4 баллов;
 - * Не рассмотрены половина и более случаев – потеря 6 баллов.
- Использование неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим. В случае отсутствия прямой ссылки на данное неравенство и использования утверждения в духе «При постоянном значении суммы произведение максимально, если слагаемые равны» ставится только 4 балла.

1.3. (8 баллов) Просто число (даже и верное) без аргументации – 0 баллов.

Полное количество баллов (8 баллов) выставляется, только если указан верный ответ – «9 рыцарей» – и приведено строгое доказательство этого факта.

При оценивании учитываются два пункта (по 4 балла за каждый пункт):

- a) Верно формализована задача короля Артура;
- b) Верно найден максимум его целевой функции среди целочисленных значений аргумента, и этот максимум приведен.

Считается, что постановка задачи формализована, если явно выписана функция и указано, что нужно найти, при каком значении она достигает максимума. Формулировка задачи Артура вида $U(1)+\dots+U(n) \rightarrow \max$ или любая схожая с ней считаются некорректными и оцениваются в 0 баллов, даже если последующее решение верно, поскольку формально такая постановка задачи и ее решение не согласованы.

Если записана только задача максимизации, то есть сказано, что нужно найти \max функции, а не $\arg\max$, то это оценивается в 2 балла. Если используется альтернативный подход к решению (например, версия из **Замечания 2**), то изначально оценивается корректность постановки задачи (максимум 4 балла). Некорректная постановка задачи оценивается в 0 баллов, даже если впоследствии получено верное решение. Во втором пункте ответ, полученный на основе графика кубической параболы, построенного по точкам, считается верным, только если указаны все целочисленные значения n от 0 до 13 или их часть от 7 до 12 (здесь должны быть приведены аргументы, как в решении). Если указаны не все точки или нет аргумента в пользу ограничения перебора, за второй пункт ставится только 2 балла при условии, что эскиз графика верный. В случае если эскиз кубической параболы кардинально неверный, дается 0 баллов.

Правильный ответ, полученный простым перебором, оценивается в 8 баллов, неправильный ответ – в 0 баллов. Частично правильный ответ, полученный методом перебора, в этой задаче не допускается, но возможно начисление 4 баллов при получении неверного ответа и совершении арифметической ошибки.

Штрафы

- Если в первом пункте (формализация целевой функции короля Артура) задача ставится неверно и решение доводится до конца, ставится 0 баллов.
- Наличие арифметической ошибки, качественно не изменившей ответ (число, полученное в пункте **1.3.**, больше, чем в пункте **1.2.**) или же существенно не упростившей задачу, штрафуются в 1 балл, в противном случае – в 2 балла.

1.4. (5 баллов) Полный балл (5 баллов) ставится, если участник аргументированно (например, как в решении) показывает, что число рыцарей в пункте **1.3.** не меньше, чем в пункте **1.2.** За правильно сформулированное утверждение (по сути, догадку), что число в пункте **1.3.** НЕ МЕНЬШЕ, чем в пункте **1.2.**, дается 1 балл. Если явно озвучивается идея о том, что необходимо сравнить дополнительное удовольствие, полученное вновь прибывшим рыцарем, и потери в удовольствии уже сидящих за столом рыцарей от присутствия нового соседа, то ставится 1 балл. Если указано, что добавлять рыцарей за стол стоит до тех пор, пока удовольствие вновь прибывшего рыцаря будет превышать потери в удовольствии уже сидящих за этим столом рыцарей, то добавляется еще 1 балл. Таким образом, даже без полного решения можно получить 3 балла за правильный анализ. При попытке доказать, что число рыцарей в пункте **1.3.** должно быть БОЛЬШЕ, чем в пункте **1.2.**, не ставится более 2 баллов. Общее количество баллов зависит от корректности используемых утверждений. Любой неверный аргумент (например, «рыцари получают положительное удовольствие, поэтому надо увеличивать их количество») оценивается в 0 баллов.

Задание 2 (20 баллов). Пенсионная реформа

2.1. (10 баллов) Возможные варианты ответа:

- Санкции за увольнение работников предпенсионного возраста ограничат гибкость компаний в отношении численности персонала. Например, при падении спроса на продукцию компании предприятию будет сложнее сократить количество работников, что приведет к снижению прибыли (фирма будет платить заработную плату избыточному числу сотрудников).
- Запрет на увольнение работников предпенсионного возраста приведет к сокращению у части сотрудников, относящихся к данной категории, мотивации хорошо работать, поскольку теперь никто не сможет лишиться их должности. Это снизит производительность труда, а значит и прибыль компании.

Возможны и другие верные варианты ответа. Главное – это четкая и аргументированная формулировка механизма того, как предложенные меры приведут к сокращению прибыли компаний.

2.2. (10 баллов) Компании могут:

- Закрыться и открыться заново, приняв на работу только часть прежних сотрудников;
- Принять на себя рост издержек и сократить размер своей прибыли (увеличить размер убытка);
- Увольнять работников незадолго до наступления предпенсионного возраста;

- Не нанимать вообще (или нанимать меньше) работников предпенсионного возраста;
- Сократить (реальную) заработную плату (премии) работникам предпенсионного возраста, чтобы вынудить их уволиться;
- Сократить (реальную) зарплату (премии) всем работникам, чтобы компенсировать снижение производительности труда / рост издержек;
- Перевести сотрудников предпенсионного возраста на сдельную оплату труда, чтобы их мотивация работать больше / лучше возросла;
- Перевести работников предпенсионного возраста на срочный контракт, чтобы можно было закончить трудовые отношения по его истечению;
- Провести обучение (повышение квалификации) для работников предпенсионного возраста, чтобы повысить их производительность труда;
- Увольнять больше работников из других возрастных категорий;
- Не нанимать вообще (или нанимать меньше) работников из других возрастных групп;
- Повысить цену производимой продукции и / или снизить выпуск, чтобы компенсировать падение производительности труда / рост издержек.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четкая формулировка действий компании, направленных на сокращение издержек (увеличение выручки) в ответ на ухудшение условий (дополнительные ограничения).

Критерии оценивания

1. (10 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 6 баллов, второй – в 4 балла. Если были приведены три и более аргумента, то оценивались только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.

2. (10 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 5 баллов, второй – в 3 балла, третий – в 2 балла. Если были приведены четыре и более аргумента, то оценивались только первые три, безотносительно того, верны или нет четвертый и последующие аргументы.

Задание 3 (30 баллов). Подарки от бабушки Агриппины

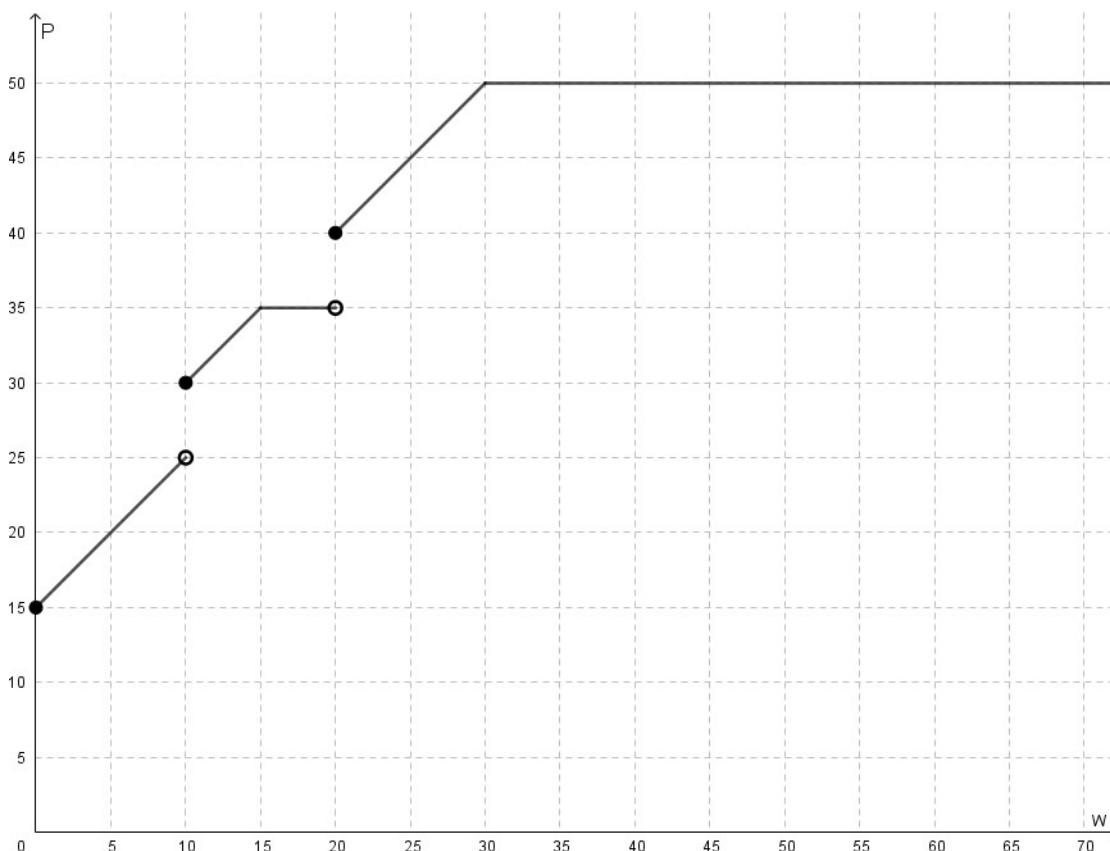
3.1. (15 баллов) Заполним таблицу, сравнив стоимость доставки напрямую и через другой город:

w	Вася (город В)	Соня (город С)
$w < 10$	Сравним: $10 \geq 25 + w$ $10 < 25 + w$ ⇒ дешевле отправить напрямую. Стоимость: 10 д. е.	Сравним: $w + 5 \geq 30$ $w < 10 \Rightarrow w + 5 < 15$, значит, $w + 5 < 30$ ⇒ дешевле отправить напрямую. Стоимость: $w + 5$ д. е.
$10 \leq w < 20$	Сравним: $15 \geq 10 + w$ $w \geq 10 \Rightarrow 10 + w \geq 20$ ⇒ дешевле отправить напрямую. Стоимость: 15 д. е.	Сравним: $w + 5 \geq 20$. Дешевле отправить напрямую, если: $w + 5 \leq 20 \Leftrightarrow 10 \leq w \leq 15$. Стоимость: $w + 5$ д. е. Иначе (при $15 < w < 20$) дешевле отправить через город В Стоимость: 20 д. е.

$w \geq 20$	Сравним: $20 \geq 10 + w$ $w \geq 20 \Rightarrow 10 + w \geq 30$ \Rightarrow дешевле отправить напрямую. Стоимость: 20 д. е.	Сравним: $w \geq 30$ Дешевле отправить напрямую, если: $w \leq 30 \Leftrightarrow 20 \leq w \leq 30$ Стоимость: w д. е. Иначе (при $w > 30$) дешевле отправить через город В. Стоимость: 30 д. е.
-------------	---	---

3.2. (12 баллов) Воспользуемся полученной таблицей и построим с её помощью график:

w	$w < 10$	$10 \leq w \leq 15$	$15 \leq w \leq 20$	$20 \leq w \leq 30$	$w > 30$
P	$w + 15$	$w + 20$	35	$w + 20$	30



3.3. (3 балл) Как видно на графике, значению $P = 45$ д. е. соответствует $w = 25$ кг. Тогда по таблице, записанной в пункте **3.1.**, можно определить, что при таком весе посылки стоимость её отправки Васе составит 20 д. е, а Соне – 25 д. е. В качестве проверки заметим, что $20 + 25 = 45$, то есть точка на графике была выбрана верно.

Критерии оценивания

3.1. (15 баллов) За каждую из 3 ячеек, относящихся к Васе, ставилось:

- 2 балла при наличии верного ответа и обоснования;
- 1 балл при наличии только верного ответа без обоснования;
- 0 баллов во всех остальных случаях.

За каждую из 3 ячеек, относящихся к Соне, ставилось:

- 3 балла при наличии верного ответа и обоснования;
- 2 балла при наличии только верного ответа без обоснования;

- 0 баллов во всех остальных случаях.

3.2. (12 баллов) За каждый из трех верно построенных участков графика ($0 \leq w < 10$, $10 \leq w < 20$ и $w \geq 20$) ставилось по 4 балла. При этом снималось по 1 баллу за каждую ошибку в определении типа границы интервала (т. е. “выколота” точка вместо обычной или наоборот). Также снималось по 1 баллу за каждую точку разрыва или перелома графика, координаты которой не были подписаны или очевидны из графика.

3.3. (3 балла) При условии верного определения весов подарков обоих внуков выставлялся 1 балл. Если хотя бы один вес был определен неверно, ставилось 0 баллов. При верном обосновании ставилось еще 2 балла. Если обоснование было неверным или недостаточным, выставлялось 0 баллов.

Задание 4 (25 баллов). Газировка

4.1. (6 баллов) Крупные производители из АПБН могли поддержать предложенную меру с целью избавиться от конкуренции со стороны мелких компаний, прежде всего по цене. После установления минимальной цены p д. е. они могут рассчитывать на перераспределение доли рынка мелких производителей в свою пользу (например, за счет более активной рекламы). Таким образом, поддержка инициативы правительства со стороны АПБН – это попытка устранить конкурентное преимущество мелких производителей газированных напитков.

Введение минимальной цены p д. е. также приведет к повышению средней цены на газированные напитки, а значит к сокращению величины спроса со стороны населения (газированные напитки не являются товаром первой необходимости). Тогда возможно предположить, что в большей степени сокращение спроса затронет именно мелких производителей, продававших газированные напитки по низкой цене.

Допустимы и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированная идея о том, как именно введение минимальной цены на газированные напитки позволит крупным производителям, входящим в АПБН, улучшить свое положение на рынке.

4.2. (12 баллов) Вопрос о конкурентном преимуществе мелких региональных производителей до введения минимальной цены:

Стратегия большинства мелких региональных производителей могла основываться на сокращении издержек, что позволяло конкурировать с производителями, входящими в АПБН, по цене. Это могло достигаться за счет меньших расходов на рекламу, и / или низких транспортных издержек, и / или использования более дешевого сырья. Другой возможной стратегией мелких региональных производителей (скорее всего небольшого их числа) могло быть отличие в характеристиках самого газированного напитка (например, уникальная рецептура, более высокое качество, позиционирование как более здорового продукта).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированная идея о том, в чем именно могло состоять преимущество мелких производителей над крупными.

Вопрос о стратегии мелких региональных производителей после введения минимальной цены:

- Введение минимальной цены p д. е. не позволит или же значительно осложнит возможность мелких региональных производителей конкурировать по цене. Это означает, что такие компании должны сконцентрироваться на конкуренции по продукту, предложив, например, уникальную рецептуру напитка, более высокое качество, изменив позиционирование продукта как более здорового.

- Также мелкие производители (все или какая-то их часть) могут агрегировать свои усилия, чтобы использовать эффект масштаба (для проведения совместной рекламной кампании, для ведения переговоров с оптовой и розничной сетью) и, возможно, объединиться в одну фирму.

- Мелкие производители могли бы переключиться (частично или полностью) на производство других напитков (например, минеральной воды, соков и пр.).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные предложения о новой стратегии мелких производителей, которая могла бы помочь им конкурировать с крупными компаниями.

4.3. (7 баллов) В заявлении лидера оппозиционной партии не учитывается ряд факторов. Во-первых, предполагается, что потребление газированных напитков останется на прежнем уровне. Поскольку данный продукт не относится к товарам первой необходимости, то можно ожидать, что его потребление снизится с ростом цены. Таким образом, рост доли расходов на газированные напитки в совокупном доходе наименее обеспеченных домашних хозяйств составит меньше, чем $x \cdot 7\%$. Более того, снижение потребления газированных напитков – это именно то, чего пытается достичь рассматриваемая правительством мера.

Более обеспеченные группы населения в среднем потребляют больше здоровых продуктов, поскольку они не стеснены в средствах. В свою очередь, менее обеспеченные граждане вынуждены заменять товары высокого качества более дешевыми аналогами, поскольку они сталкиваются с жестким бюджетным ограничением. В итоге, правительству необходимо добиваться сокращения потребления газировки именно среди бедных групп населения.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные доводы об ошибочности приведенного суждения. Доводы, что на газировку приходится больше / меньше $x \cdot 7\%$ совокупных доходов наименее обеспеченных домашних хозяйств, не оценивались как правильные.

Критерии оценивания

4.1. (6 баллов) Полный ответ с верным обоснованием мотивации крупных производителей, входящих в АПБН, оценивается в 6 баллов. Если ответ неполный, то за данный пункт выставляется часть баллов.

4.2. (12 баллов) Верный ответ на первый вопрос (конкурентное преимущество до введения минимальной цены) оценивается в 6 баллов. Полный ответ на второй вопрос (стратегия после введения минимальной цены) оценивается в 6 баллов (3 балла за стратегию). Если ответ неполный, то выставляется часть баллов за конкретный вопрос второго пункта.

4.3. (7 баллов) Рассуждение о том, что потребление газированных напитков сократится и расходы на данный продукт вырастут менее, чем на $x \cdot 7\%$, оценивается в 5 баллов. Рассуждение о богатых оценивается в 2 балла. Если ответ неполный, то за данный пункт выставляется часть баллов.

9 класс**Задание 1 (25 баллов). Пенсионная реформа****1.1. (12 баллов) Возможные варианты ответа:**

- Санкции за увольнение работников предпенсионного возраста ограничат гибкость компаний в отношении численности персонала. Например, при падении спроса на продукцию компании предприятию будет сложнее сократить количество работников, что приведет к снижению прибыли (фирма будет платить заработную плату избыточному числу сотрудников).

- Запрет на увольнение работников предпенсионного возраста приведет к сокращению у части сотрудников, относящихся к данной категории, мотивации хорошо работать, поскольку теперь никто не сможет лишиться их должности. Это снизит производительность труда, а значит и прибыль компании.

Возможны и другие верные варианты ответа. Главное – это четкая и аргументированная формулировка механизма того, как предложенные меры приведут к сокращению прибыли компаний.

1.2. (13 баллов) Компании могут:

- Закрыться и открыться заново, приняв на работу только часть прежних сотрудников;

- Принять на себя рост издержек и сократить размер своей прибыли (увеличить размер убытка);

- Увольнять работников незадолго до наступления предпенсионного возраста;

- Не нанимать вообще (или нанимать меньше) работников предпенсионного возраста;

- Сократить (реальную) заработную плату (премии) работникам предпенсионного возраста, чтобы вынудить их уволиться;

- Сократить (реальную) зарплату (премии) всем работникам, чтобы компенсировать снижение производительности труда / рост издержек;

- Перевести сотрудников предпенсионного возраста на сдельную оплату труда, чтобы их мотивация работать больше / лучше возросла;

- Перевести работников предпенсионного возраста на срочный контракт, чтобы можно было закончить трудовые отношения по его истечении;

- Провести обучение (повышение квалификации) для работников предпенсионного возраста, чтобы повысить их производительность труда;

- Увольнять больше работников из других возрастных категорий;

- Не нанимать вообще (или нанимать меньше) работников из других возрастных групп;

- Повысить цену производимой продукции и / или снизить выпуск, чтобы компенсировать падение производительности труда / рост издержек.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четкая формулировка действий компании, направленных на сокращение издержек (увеличение выручки) в ответ на ухудшение условий (дополнительные ограничения).

Критерии оценивания

1.1. (12 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 7 баллов, второй – в 5 баллов. Если были приведены три и более аргументов, то оценивались только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.

1.2. (13 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 6 баллов, второй – в 4 балла, третий – в 3 балла. Если были приведены четыре и более аргументов, то оценивались только первые три, безотносительно того, верны или нет четвертый и последующие аргументы.

Задание 2 (30 баллов). Рыцари при дворе короля Артура

2.1. (14 баллов) Неаналитическое решение – полный перебор всех возможных расстановок за два стола для каждого заданного числа рыцарей (7, 13, 20) и расчет значений функций удовольствия отдельного рыцаря и короля Артура.

Аналитическое решение. Удовольствие рыцаря – это квадратичная функция (коэффициент при n^2 отрицательный). Значит, существует оптимальное с точки зрения каждого рыцаря значение $n^* = 6, 5$, которое соответствует абсциссе вершины параболы ветвями вниз, если представить функцию $U(n)$ графически. Однако количество приглашенных на званый обед должно быть целым числом, поэтому существуют два значения, симметричных относительно n^* , которые соответствуют максимальному уровню удовольствия любого рыцаря: $n = 6$ и $n = 7$. Если рыцарей за столом 6 или менее, то удовольствие каждого уже сидящего за столом по меньшей мере не убывает (возрастает, если до этого их было меньше 6), когда новый рыцарь присоединяется к компании и за столом находятся не более 7 приглашенных. Если число рыцарей за столом становится больше 7, то их удовольствие начинает убывать с каждым новым подсевшим рыцарем. Таким образом, рыцарь должен сравнивать своё удовольствие от нахождения за «переполненным» столом и от перехода за соседний стол.

(5 баллов) Если рыцарей за столом 7, то очевидно, что им лучше сидеть за одним столом. Заметим, что $U(n)$ – это квадратичная функция с отрицательным старшим коэффициентом (график – парабола ветвями вниз), а 6 и 7 – ближайšie к абсциссе её вершины целочисленные значения n . Значит, в случае размещения за одним столом каждый из 7 приглашенных рыцарей получает максимальное удовольствие.

(5 баллов) Если приглашенных рыцарей 12, то легко видеть, что рыцарю все равно, сидеть 12м за первым столом или же быть одному за вторым столом:

$$U(1) = U(12) = 12$$

Таким образом, ни один рыцарь не сядет за второй стол, пока остальные приглашенные размещаются за первым столом и их не более 11. Для 12го рыцаря безразлично, подсесть к остальным или же разместиться за отдельным столом. Рассмотрим, как поступит 13й рыцарь:

- Он сядет за второй стол, только если за первым столом уже находятся 12 рыцарей,

ИЛИ

- Разместится за первым столом, если 12й рыцарь сел за второй стол.

В любом из указанных случаев распределение 13 рыцарей по столам будет 12:1. Но в этот момент один из рыцарей, находящихся за первым столом, осознает, что быть 12м за первым столом хуже, чем 2м за вторым столом ($U(2) = 22 > 12 = U(12)$) и пересядет, что приведет к соотношению 11:2. Затем другой рыцарь, сидящий за первым столом, оценит, что его удовольствие в случае перехода за другой стол будет выше

$(U(3) = 30 > 22 = U(11))$, и соотношение станет 10:3. Этот процесс будет идти до тех пор, пока соотношение рыцарей за столами не станет равным 7:6 или 6:7.

Комментарий. Этот ответ можно получить сразу, если вспомнить, что вариант с 6 или 7 приглашенными, собравшимися за одним столом, оптимален с точки зрения каждого рыцаря, а рассадить 13 рыцарей за два стола можно как раз в таком соотношении.

(4 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться за столы таким образом, чтобы максимизировать собственное удовольствие. Иначе говоря, каждый будет стараться разместиться за столом с наименьшим на данный момент числом рыцарей, поскольку за каждым из них уже располагаются не менее 7 рыцарей и новый подсевший только уменьшает удовольствие уже присутствующих за столом гостей. Поэтому рыцари постараются разделить поровну, т. е. разница между численностью гостей, собравшихся за каждым столом, будет минимальна. Таким образом, если рыцарей 20, то они сядут по 10 приглашенных за стол.

2.2. (16 баллов) Поскольку при числе рыцарей до 6 включительно индивидуальное удовольствие возрастает с каждым вновь прибывшим рыцарем, то Артуру всегда выгодно посадить их за один стол. В случае 7 рыцарей их индивидуальное удовольствие от нахождения за одним столом остается на том же уровне, что и при 6 рыцарях. Поскольку при этом общее число рыцарей увеличивается, то удовольствие Артура только возрастет, если он посадит 7 гостей за один стол. При числе рыцарей больше 7 каждый следующий приглашенный, располагающийся за тем же столом, получает все меньше удовольствия. В данном случае Артур сталкивается с необходимостью сравнивать положительный эффект от увеличения числа рыцарей за одним столом и отрицательный эффект от снижения их индивидуального удовольствия. Поскольку удовольствие каждого рыцаря в случае, если их 8, принимает то же значение, как если бы их было 5 ($U(8) = 40 = U(5)$), то необходимо сравнить рассадку 8 рыцарей за одним столом и за два стола при соотношениях 7:1 или 6:2. Прямые вычисления показывают, что:

$$8 \cdot U(8) = 320 > 7 \cdot U(7) + 1 \cdot U(1) = 306 > 6 \cdot U(6) + 2 \cdot U(2) = 296$$

Таким образом, Артур должен посадить 8 рыцарей за один стол.

(6 баллов) Заметим, что сажать больше 13 рыцарей за один стол не имеет смысла, поскольку их удовольствие становится отрицательным. Если разместить 13 рыцарей за одним столом, то суммарное удовольствие будет равно нулю, т. к. $13 \cdot U(13) = 0$. Таким образом, Артур рассадит 13 рыцарей по двум столам в соотношении 12:1, или 11:2, или 10:3 и т.д. до 7:6. Заметим, что удовольствие рыцарей за первым и вторым столом одинаково

($U(1) = 12 = U(12), U(2) = 22 = U(11)$ и т.д.), при этом максимальное удовольствие достигается, когда рыцари сидят в соотношении 7:6. Значит, Артур рассадит 13 рыцарей за 2 стола в соотношении 7:6, а его удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

(5 баллов) Поскольку нет смысла размещать 20 рыцарей за одним столом (это приведет к отрицательному удовольствию от посещения званого обеда), то их необходимо рассадить за два стола. При этом за каждым столом должны находиться не менее 8 рыцарей, иначе за другим столом будет не менее 13 рыцарей, что приведет к неположительному индивидуальному удовольствию и снижению общего удовольствия Артура:

$$7 \cdot U(7) + 13 \cdot U(13) = 7 \cdot 42 = 294$$

$$6 \cdot U(6) + 14 \cdot U(14) = 6 \cdot 42 - 14 \cdot 14 = 56$$

и далее удовольствие будет только убывать. По сути, необходимо сравнить соотношения 12:8, 11:9 и 10:10. Прямые вычисления дают:

$$12 \cdot U(12) + 8 \cdot U(8) = 12 \cdot 12 + 8 \cdot 40 = 464$$

$$11 \cdot U(11) + 9 \cdot U(9) = 11 \cdot 11 + 9 \cdot 36 = 445$$

$$2 \cdot 10 \cdot U(10) = 2 \cdot 10 \cdot 30 = 600$$

Таким образом, Артур должен рассадить 20 рыцарей за два стола поровну.

Критерии оценивания

Общие правила

- Допускаются штрафы за недочеты или неполные штрафы, если ошибка совершена лишь частично.

- Наличие не более двух (2) недочетов в решении штрафуются от 0 до 1 баллов за недочет. Если в решении имеются более двух (2) недочетов, то каждый из них учитывается со штрафом в 1 балл.

- Наличие не более двух (2) существенных ошибок приводит к потере от 5 до 10 баллов. Если таких ошибок больше двух (2), то сумма штрафа может увеличиваться.

- Наличие не более двух (2) недочетов и ошибок приводит к штрафу в 10–15 баллов и больше.

- Если окончательный ответ в каком-либо пункте не приведен, хотя указано решение, то это рассматривается как недочет. Если таких недочетов 3 и больше, то каждый из них штрафуются в 1 балл.

- Поскольку задачу можно решить полным перебором, сравнивая удовольствие от различных вариантов рассадки для каждого рыцаря и для короля Артура, то за полный перебор в каждом пункте ставится максимальный балл. Неполный перебор оценивается со штрафом от $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ от стоимости пункта.

2.1. (5 баллов) Если рыцарей 7, то им лучше разместиться за одним столом, поскольку тогда удовольствие каждого будет максимальным.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Полный перебор различных вариантов рассадки для каждого рыцаря.
- Использование свойств функции $U(n)$. Так, можно показать, что при целых значениях n от 0 до 7 функция $U(n)$ монотонна: она строго возрастает при n от 0 до 6 и принимает одинаковые значения при $n = 6$ и $n = 7$. Отсюда следует вывод, что все 7 рыцарей должны располагаться за одним столом. Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Указание на то, что график функции – это парабола с ветвями вниз (достаточно графика или апелляции к старшему коэффициенту квадратного трехчлена) – 2 балла;

- Левая ветвь параболы возрастающая, а $n = 6$ и $n = 7$ – ближайшие к вершине и симметричные относительно неё целые значения n , т. е. на них достигается максимум функции целочисленного аргумента, – 3 балла.

- Графический аргумент. Рассмотрим график функции $f(n)$, которая характеризует удовольствие рыцаря, садящегося за 1й или 2й стол в зависимости от того, сколько из 7 приглашенных уже находятся за столом:

$$f(n) = \max\{(n+1) \cdot (13-n-1), (6-n+1) \cdot (13-6+n-1)\}$$

Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Верно построен график – огибающая двух парабол – 3 балла;

- Показано, что рыцарь получает максимальное удовольствие, когда $n = 0$ (все сидят за вторым столом, он садится туда же) или когда $n = 6$ (все сидят за первым столом, он садится туда же) – 2 балла.

(5 баллов) 13 рыцарей должны быть рассажены за 2 стола в соотношении 6:7, при этом каждый рыцарь получит максимально возможное удовольствие вне зависимости от того, за каким столом он окажется.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Допускается ссылка на предыдущий пункт, если в нем указано, что при 6 или 7 рыцарях за столом достигается максимальное индивидуальное удовольствие и что разместить 13 рыцарей за двумя столами можно, рассадив их в соотношении 6:7 – 5 баллов;
- Использование приведенного выше алгоритма решения. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Показана симметричность квадратичной функции удовольствия. Здесь достаточно ссылки на симметричность графика квадратичной функции и указания $n^* = 6,5$ как оси симметрии параболы – 2 балла;
 - Продемонстрировано, что все рассадки, кроме 6:7, неустойчивы, т. е. кто-то из рыцарей захочет пересесть за другой стол – 3 балла.

(4 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться так, чтобы разница между количеством приглашенных за столами не превышала 1. Таким образом, 20 рыцарей распределятся поровну (по 10) за каждым столом.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Решение, предложенное выше. Начисление баллов осуществляется следующим образом:
 - Показано, что за столом не может находиться меньше 8 рыцарей, поскольку иначе приглашенные за другим столом получают отрицательную полезность – 2 балла;
 - Продемонстрировано, что из всех возможных сочетаний с числом рыцарей не менее 8, т. е. 8:12, 9:11 и 10:10, симметричный сценарий самый выгодный – 2 балла.
- Допускается ссылка на предыдущий пункт. Баллы начисляются следующим образом:
 - Указание на то, что 13 (14) рыцарей сядут в соотношении 6:7 (7:7) – 2 балла;
 - Аргумент о том, что разница между числом рыцарей за столами всегда должна быть либо 0, либо 1 – 2 балла.

Здесь также нужно показать, что при полученной симметричной рассадке никто из рыцарей не захочет пересесть за другой стол. Отсутствие этого аргумента ведет к потере 1 балла.

2.2. (5 баллов) Артур предпочтет разместить 8 рыцарей за одним столом. Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- 7 рыцарей всегда будут сидеть за одним столом в силу монотонности функции $U(n)$, а значит и суммарного удовольствия всех приглашенных – 2 балла;
- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – 3 балла.

Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в 1 балл. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в 2 балла.

(6 баллов) Артур рассадит 13 рыцарей за два стола в соотношении 7:6, а полученное им удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- Рыцари должны быть рассажены за два стола, поскольку иначе и индивидуальное удовольствие каждого рыцаря, и удовольствие самого Артура будут нулевыми – 2 балла;
- Функция удовольствия рыцаря симметрична – 2 балла;
- Апелляция к тому факту, что можно обеспечить максимальное удовольствие, получаемое каждым рыцарем, рассадив их за два стола в соотношении 6:7. Это также позволит максимизировать удовольствие короля Артура, которое складывается из суммы индивидуальных удовольствий. Также должно быть верно рассчитано удовольствие, получаемое Артуром – 2 балла.

(5 баллов) Если приглашено 20 рыцарей, то их нужно рассадить за два стола поровну.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- За каждым столом должно сидеть не менее 7 и не более 13 рыцарей, поскольку иначе суммарное удовольствие будет снижаться – 3 балла;
- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – 2 балла.

Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в 1 балл. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в 2 балла.

Замечание. Также возможно решить задачу короля Артура в общем виде и применить полученный результат для случая 7, 13 и 20 рыцарей (см. решение и критерии задачи для 11 класса).

Задание 3. «Рынок труда» (20 баллов)

3.1. (14 баллов) Примеры факторов, которые могут быть засчитаны в качестве правильного ответа:

- Характеристики спроса и предложения на локальных рынках труда могут значительно отличаться. Это объясняет наблюдаемую разницу в уровне заработных плат от региона к региону;
- Регионы России неоднородны по уровню благосостояния, что также определяет величину средней заработной платы. Здесь важными факторами являются: региональная социально-экономическая политика, качество локальных институтов, специализация региона, его природно-климатические особенности и пр. Таким образом, уровень жизни, уровень заработных плат, уровень доходов населения в одном регионе могут быть значительно выше, чем в другом;

• За схожей записью в трудовой книжке могут скрываться разные требования к кандидатам на определенную должность. Допустим, регион А характеризуется высокой долей сельских жителей, низким уровнем образования и здоровья, недостаточным охватом населения учебными и лечебно-оздоровительными учреждениями. Регион Б, напротив, демонстрирует высокую долю городских жителей, обладает развитой инфраструктурой и широким охватом населения не только пунктами первичного приема, но и вузами, высокотехнологичными медицинскими центрами и т. д. Тогда логично предположить, что требования на должность педагога дошкольного учреждения или учителя в регионах А и Б будут различаться. Так, в регионе А будет потребность в базовом образовании, в то время как в регионе Б появится спрос на учителей, владеющих дополнительными компетенциями (например, использование современных технических средств и пр.), что должно отражаться в уровне заработной платы.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированный фактор, объясняющий наблюдаемые региональные различия в уровне заработной платы, и ясная аргументация.

3.2. (6 баллов) Да, может. Одна из причин кроется в межотраслевом неравенстве. Например, если в регионе сосредоточены предприятия, добывающие нефть и газ и имеющие стратегическое значение для экономики страны, заработная плата электрика на таком предприятии может превышать заработную плату, например, учителя истории в общеобразовательной школе, имеющего диплом о высшем образовании, или младшего научного сотрудника, имеющего диплом кандидата наук и находящегося в том же регионе.

В качестве пояснения также можно апеллировать к спросу и предложению на отдельных рынках труда, но в этом случае необходимо пояснить, при каких условиях наблюдается подобная ситуация (например, когда спрос на электриков значительно превышает спрос на профессоров при фиксированной величине предложения труда).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированный ответ («да, может»), явно обозначенная причина и ясная аргументация.

Критерии оценивания

3.1. (14 баллов) Применяется следующая схема оценивания:

- 3 балла дается за верное указание фактора, объясняющего существующий разрыв в уровне заработных плат работников со схожей квалификацией на региональном уровне. Если фактор не сформулирован в явном виде, то выставляется часть баллов;
- 4 балла начисляется за ясную аргументацию того, как именно указанный фактор способствует появлению межрегионального неравенства в уровне заработных плат работников со схожей квалификацией. Если аргументация является недостаточной, то выставляется часть баллов.

Если были приведены три и более факторов, то оценивались только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие факторы.

3.2. (6 баллов) Применяется следующая схема оценивания:

- 1 балл выставляется за ответ «Да, может». Ответ «Да, может» без последующих пояснений оценивается в 0 баллов;
- 3 балла дается за четкое указание верной причины, по которой на рынке труда может наблюдаться представленная ситуация;
- 2 балла начисляется за ясное пояснение к указанной причине. Если аргументация является неточной / недостаточной, то выставляется часть баллов.

Апелляция к функциям спроса и предложения на различных рынках труда без внятных пояснений относительно условий, при которых может наблюдаться подобная ситуация, оценивается неполным баллом в зависимости от степени проработанности аргумента.

Задание 4 (25 баллов). Хоккейный клуб

4.1. (16 баллов) Запишем функцию прибыли фирмы:

$$\pi(q, x) = (12 - q)q - 2q - (4 - \beta x)q - x \rightarrow \max_{q \geq 0, x \geq 0}$$

Поскольку прибыль линейна по x , в оптимуме должно наблюдаться либо $x = 0$, либо максимально возможное значение x . Заметим, что фирме невыгодно выбирать $x > 4/\beta$, так как ставка налога от этого не уменьшится (останется нулевой), но фирма потеряет часть прибыли. Таким образом, нужно сравнить два варианта:

- $x = 0$:

$$\begin{aligned} \pi(q) &= (12 - q)q - 2q - 4q \rightarrow \max_{q \geq 0} \\ q^* &= 3, \quad \pi^* = 9 \end{aligned}$$

- $x = \frac{4}{\beta}$:

$$\begin{aligned} \pi(q) &= (12 - q)q - 2q - \frac{4}{\beta} \rightarrow \max_{q \geq 0} \\ q^* &= 5, \quad \pi^* = 25 - \frac{4}{\beta} \end{aligned}$$

Таким образом, фирма будет спонсировать хоккейный клуб, только если $25 - \frac{4}{\beta} \geq 9$, или $\beta \geq 0,25$.

4.2. (2 балла) Заметим, что величина $x = 4/\beta$ тем больше, чем меньше значение β . По условию задачи, если фирме безразлично, платить налог в бюджет или спонсировать хоккейный клуб, она выбирает второй вариант. Тогда губернатору оптимально назначить $\beta^* = 0,25$, при этом размер спонсорской помощи составит $x_{max} = 16$ д. е.

4.3. (7 баллов) При потоварном налоге фирма платила $T = t \cdot q^* = 4 \cdot 3 = 12$ д. е., а бюджет хоккейного клуба составил $x_{max} = 16$ д. е., из чего следует $x_{max} \geq T$. Данное свойство будет выполняться и при других функциях спроса и издержек, поскольку это сюжет про искажающее и неискажающее налогообложение и возникновение потерь общественного благосостояния при введении потоварного налога. При потоварном налоге фирма максимизировала величину $f(q) - tq$, тогда как будучи спонсором хоккейного клуба, она максимизирует величину $f(q) - x$. Пусть фирма выбирает выпуски q_t и q^* соответственно. Тогда максимально возможный размер бюджета хоккейного клуба будет определяться из следующего условия:

$$f(q_t) - tq_t = f(q^*) - x_{max}$$

или

$$x_{max} = f(q^*) - f(q_t) + tq_t = f(q^*) - f(q_t) + T > T$$

Данное неравенство выполнено в силу того, что $f(q^*)$ – значение функции $f(\cdot)$ в точке максимума, а $f(q_t)$ – значение функции $f(\cdot)$ в какой-то другой точке.

Критерии оценивания

4.1. (16 баллов) Баллы распределяются следующим образом:

- Постановка оптимизационной задачи (запись функции прибыли от двух аргументов) – 2 балла;
- Доказательство того, что в оптимуме фирма выберет либо минимально возможный x , либо максимально возможный x – 3 балла;
- Доказательство того, что фирме невыгодно выбирать x больше, чем $4/\beta - 3$ балла;
- Рассмотрение случая при $x = 0$ – 3 балла (по 1 баллу за постановку задачи, нахождение оптимального выпуска либо цены и нахождение максимальной прибыли);
- Рассмотрение случая при $x = 4/\beta - 3$ балла (по 1 баллу за постановку задачи, нахождение оптимального выпуска либо цены и нахождение максимальной прибыли);
- Сравнение двух прибылей и решение неравенства относительно β – 2 балла.

4.2. (2 балла) Баллы распределяются следующим образом:

- Записано, что $\beta^* = 0,25$ – 1 балл;
- Записано, что $x_{max} = 16$ д. е. – 1 балл.

4.3. (7 баллов) Баллы распределяются следующим образом:

- Подсчитаны налоговые сборы при отказе от спонсорства – 1 балл;
- Вывод о том, что $x_{max} = 16 > T = 12$ – 1 балл;
- Доказательство того, что вывод $x_{max} \geq T$ сохранится и для других функций спроса и издержек – 5 баллов.

Общие моменты:

- Отсутствие условия второго порядка ведет к потере 1 балла столько раз, сколько раз оно пропущено;
- Арифметическая ошибка ведет к потере 2 баллов немедленно, а далее в зависимости от того, насколько сильно она повлияла на решение и исказила ответ;
- Доказательство в Пункте 3 для линейных, но не произвольных функций оценивается максимум в 2 балла из 5 возможных при условии, что линейный случай рассмотрен правильно.

10 класс**Задание 1 (20 баллов). Финансовые рынки и макроэкономический рост**

1.1. (5 баллов) Финансовые рынки «фильтруют» поступающие им инвестиционные проекты, финансируя наиболее успешные и перспективные, за счет чего количество хороших проектов, воплощенных в жизнь, увеличивается. Это приводит к росту качества товаров и услуг, что может являться проявлением технологического прогресса, который и есть основной фактор долгосрочного экономического роста.

1.2. (10 баллов) Возможны следующие варианты ответа:

- Более эффективная трансформация сбережений в инвестиции. Финансовый сектор позволяет не только отобрать более качественные проекты, но и преобразовать краткосрочные вклады в долгосрочные кредиты и т. д. Это позволяет профинансировать больше проектов, что ведет к увеличению количества инноваций или количества товаров, и, как следствие, к ускорению темпа экономического роста;

- Перераспределение рисков между агентами. Финансовый рынок позволяет разделить риски между агентами за счет совершенствования механизмов диверсификации, давая инвесторам возможность вкладывать деньги в более рисковые, но и более доходные активы, тем самым способствуя увеличению объема инвестиций и повышению эффективности распределения средств в экономике;

- Обмен экономической информацией. Отдельные инвесторы могут не обладать достаточным количеством информации о фирме, которую они рассматривают с точки зрения потенциального вложения средств, что заставит их отказаться от инвестиционных планов. Финансовые же рынки позволяют облегчить получение релевантной информации относительно данного агента, тем самым улучшая распределение ресурсов и обеспечивая увеличение сбережений.

1.3. (5 баллов) Основная проблема состоит в том, что слишком развитый финансовый рынок может привести к избыточному накоплению рисков и, как следствие, к большей вероятности возникновения финансовых кризисов, которые отрицательно сказываются на экономическом росте.

Критерии оценивания

1.1. (5 баллов) 5 баллов дается за весь выполненный пункт:

- 3 балла – за описание того, что банки помогают эффективнее отбирать проекты для инвестирования;

- 2 балла – за указание связи финансового рынка с реальным сектором.

Дополнительные комментарии по оцениванию:

В качестве верного засчитывался ответ, что финансовые рынки позволяют отбирать хорошие ценные бумаги, финансовые инструменты и т. д. (при наличии верной интерпретации). Идеи о том, что канал фильтрует потоки денег или перераспределяет ресурсы, не засчитывались, поскольку здесь не отражен тот факт, что финансовые рынки помогают отобрать качественные и хорошие проекты. Также не засчитывались идеи о том, что финансовые рынки фильтруют сделки фирм, доходы и расходы страны, импорт, устаревшее оборудование, «черные» деньги (или любые движения финансов в теневой экономике) и т. п., поскольку это не имеет никакого отношения к нормальной деятельности финансовых рынков. Также засчитывалось полное объяснение связи развитости финансовых рынков с выпуском, если подробно описывалась цепочка про

более эффективное использование ресурсов либо про увеличение доходов, потребительских расходов и т. п. Ответ, который основывался на увеличении объема инвестиций, не засчитывался, поскольку не факт, что инвестиций действительно станет больше (можно профинансировать меньшее количество более эффективных проектов и получить больший выпуск).

1.2. (10 баллов) По 5 баллов дается за каждый верно указанный фактор:

- 3 балла – за описание механизма действия фактора;
- 2 балла – за отражение влияния этого фактора на реальный сектор.

Дополнительные комментарии по оцениванию:

Могли засчитываться и другие причины, не приведенные в решении. Существует достаточное количество литературы, которая изучает данные механизмы и характеризует их (см., например, Levine, R. (2005). Finance and growth: Theory and evidence, In Handbook of Economic Growth, Aghion P. and Durlauf S. (eds.), Vol. 1, pp. 865–934).

1.3. (5 баллов) 5 баллов дается за весь пункт:

- 2 балла – за указание того, что избыточный рост финансовых рынков ведет к финансовому кризису;
- 3 балла – за подробное описание канала возникновения данного явления.

Дополнительные комментарии по оцениванию:

Для получения полного балла необходимо указать накопление риска как причину возникновения кризиса. Аргументы о том, что развитый финансовый сектор привлекает на работу людей из других отраслей, тем самым вызывая в них стагнацию, не засчитывались, поскольку хорошо функционирующий финансовый рынок не обязательно требует наличия большого количества занятых. Более того, не обнаруживается никаких свидетельств возникновения признаков, напоминающих «голландскую болезнь», в странах с развитыми финансовыми рынками. Также стоит отметить, что несмотря на то что стоимость финансовых активов не учитывается в ВВП страны, плата за услуги финансовых посредников и т. п. является частью выпуска, поэтому подобные аргументы не засчитывались.

Задание 2 (25 баллов). Ценовая дискриминация

2.1. Сделаем два замечания:

1. Численность групп потребителей одинакова, поэтому нас не интересует её абсолютное значение, и данная величина может быть отнормирована его к единице. Исходя из этого, будем считать, что на рынке присутствует по одному потребителю каждого типа. *(Дается максимум 2 балла за указание того, что численность групп потребителей можно отнормировать к единице. Полный балл ставится только в том случае, если это ведет к дальнейшим продвижениям в задаче.)*

2. Монополист максимизирует прибыль и полностью извлекает весь излишек той максимальной цены, которую готовы платить потребители (не имеет значения, продает он услуги одной или двум группам потребителей). Иначе говоря, монополист назначит ровно ту максимальную цену, которую готовы платить покупатели. *(Дается максимум 2 балла за указание того, что монополист назначает максимальную из возможных цен. 1 балл снимается, если этот факт упоминается, но никак не обосновывается.)*

Рассмотрим две ситуации.

1. Розничная продажа.

- Как лучше реализовать 300 минут бесплатных звонков?

Если монополист продает звонки только одной группе потребителей (т. е. назначает большую из двух цен – 9 д. е.), то его выручка составляет $1 \cdot 9 = 9$ д. е. Если монополист продает звонки двум группам потребителей (т. е. назначает меньшую из двух цен – 6 д. е.), то его выручка составляет $2 \cdot 6 = 12$ д. е. Заметим, что $12 > 9$, поэтому монополист всегда продает звонки двум группам потребителей и назначает цену $p = 6$ д. е. *(Дается максимум 4 балла за пункт. 2 балла снимаются за ошибки, которые привели к неправильным интервалам для x при продаже разным группам потребителей.)*

- Как лучше реализовать 10ГБ интернета? В зависимости от x рассмотрим два случая:

- $x \geq 12$ д. е. Если монополист продает услугу только одной группе потребителей (т. е. назначает большую из двух цен – x д. е.), то его выручка составляет $1 \cdot x = x$ д. е. Если монополист продает услугу двум группам потребителей (т. е. назначает меньшую из двух цен – 12 д. е.), то его выручка составляет $2 \cdot 12 = 24$ д. е. Заметим, что монополисту выгодно продавать услугу одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $x > 24$. *(Дается максимум 2 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1–2 балла.)*
- $x < 12$ д. е. Если монополист продает услугу только одной группе потребителей (т. е. назначает большую из двух цен – 12 д. е.), то его выручка составляет $1 \cdot 12 = 12$ д. е. Если монополист реализует услугу двум группам потребителей (т. е. назначает меньшую из двух цен – x д. е.), то его выручка достигает $2 \cdot x = 2x$ д. е. Заметим, что монополисту выгодно продавать услугу одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $12 > 2x$, или $x < 6$. *(Дается максимум 2 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1–2 балла.)*

Полученные результаты можно записать в виде системы и найти следующую зависимость выручки от x :

- $x \in [0; 6) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = 12, Q_i = 1, TR = 24$
- $x \in [6; 12) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = x, Q_i = 2, TR = 2x + 12$
- $x \in [12; 24) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = 12, Q_i = 2, TR = 36$
- $x \in [24; +\infty) \Rightarrow P_z = 6, Q_z = 2, P_i = x, Q_i = 1, TR = x + 12$

(За запись системы в таком виде также дается 8 баллов, но только при условии указания верных интервалов и верной выручки в каждом из случаев.)

2. Продажа пакета услуг.

Монополист должен решить, продавать услуги одной или двум группам потребителей. Если он реализует пакет второй группе потребителей, то цена составляет $6 + 12 = 18$ д. е. В случае продажи пакета услуг первой группе потребителей цена должна быть назначена на уровне $9 + x$ д. е. В зависимости от x рассмотрим два варианта:

- $9 + x < 18$, или $x < 9$.

Если монополист продает пакет услуг только одной группе потребителей (т. е. назначает большую из двух цен – 18 д. е.), то его выручка достигает $1 \cdot 18 = 18$ д. е. Если монополист продает пакет услуг двум группам потребителей (т. е. назначает меньшую из двух цен – $9 + x$ д. е.), то его выручка составляет $2(9 + x) = 18 + 2x$ д. е. Заметим, что монополисту выгодно продавать пакет услуг одной группе покупателей тогда и только

тогда, когда $18 > 2x + 18$, то есть $x < 0$. Таким образом, при любом неотрицательном значении x монополист будет продавать пакет услуг сразу двум группам потребителей. (Дается максимум 4 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1–3 балла.)

- $9 + x \geq 18$, или $x \geq 9$.

Если монополист продает пакет услуг только одной группе потребителей (т. е. назначает большую из двух цен – $9+x$ д. е.), то его выручка составляет $1(9+x) = 9+x$ д. е. Если монополист реализует пакет услуг двум группам потребителей (т. е. назначает меньшую из двух цен – 18 д. е.), то его выручка достигает $2 \cdot 18 = 36$ д. е. Заметим, что монополисту выгодно продавать пакет услуг одной группе покупателей тогда и только тогда, когда $9 + x > 36$, или $x > 27$. (Дается максимум 4 балла за пункт. За наличие арифметических или иных ошибок, которые повлияли на решение, снимается 1–3 балла.)

Полученные результаты можно записать в виде системы и найти следующую зависимость выручки от x :

- $x \in [0; 9) \Rightarrow P = 9 + x, Q_p = 2, TR = 18 + 2x$
- $x \in [9; 27) \Rightarrow P = 18, Q_p = 2, TR = 36$
- $x \in [27; +\infty) \Rightarrow P = 9 + x, Q_p = 1, TR = 9 + x$

(За запись системы в таком виде также дается 8 баллов, но только при условии указания верных интервалов и верной выручки в каждом из случаев.)

Рассмотрим, при каких значениях x целесообразно продавать пакет услуг. Для этого решим следующее неравенство:

$\pi(\text{пакет}) > \pi(\text{звонки}) + \pi(\text{интернет})$ для обеих групп покупателей

$$\begin{cases} \pi(9 + x) > \pi(9) + \pi(x) \\ \pi(18) > \pi(6) + \pi(12) \end{cases}$$

(1 балл дается за запись / понимание системы и 4 балла – за нахождение верных интервалов. При этом снимается 1–4 балла в зависимости от ошибок в найденных интервалах.)

В качестве альтернативного подхода можно представить сравнение в виде таблицы:

Интервал	Розница	Комплект	Значение x , при которых выгоднее реализовывать комплект
$x \in [0; 6)$	$TR = 24$	$TR = 18 + 2x$	$x > 3$
$x \in [6; 9)$	$TR = 2x + 12$	$TR = 18 + 2x$	x – любое
$x \in [9; 12)$	$TR = 2x + 12$	$TR = 36$	$x < 12$
$x \in [12; 24)$	$TR = 36$	$TR = 36$	Нет таких x
$x \in [24; 27)$	$TR = x + 12$	$TR = 36$	$x < 24$
$x \in [27; +\infty)$	$TR = x + 12$	$TR = 9 + x$	Нет таких x

(Дается максимум 5 баллов за сравнение и нахождение x в форме таблицы.)

Таким образом, при $x \in (3,6) \cup [6,9) \cup [9,12) = (3,12)$ монополист строго предпочитает продавать пакет услуг.

Ответ. $x \in (3,12)$

Задание 3 (20 баллов). Драконы и зарплаты

3.1. (10 баллов) Несложно заметить, что заработная плата дракона с возрастом меняется по-разному в зависимости от его пола. Равенство заработных плат драконов-самцов и драконов-самок достигается при следующем условии:

$$20 + 3 \cdot (age_i - 20) = 15 + 3,5(age_i - 20) \Leftrightarrow age_i = 30$$

то есть в возрасте 30 лет. До 30 лет заработная плата выше у драконов-самцов, а после – у драконов-самок. Это свидетельствует о наличии ценовой дискриминации по половому признаку, направление которой, что важно, меняется в зависимости от возраста. Если посчитать среднюю заработную плату за весь период трудовой деятельности дракона, то получим, что у самцов она составляет 65 овец в год, а у самок – 67,5 овец в год. Таким образом, в целом, дискриминируются именно драконы-самцы.

3.2. (10 баллов) Если рассчитать среднемесячную заработную плату драконов-самцов и драконов-самок при новых условиях, то окажется, что для первых она составляет $\frac{65}{9}$ овец в месяц, а для вторых – $\frac{67,5}{11}$ овец в месяц. Получается, что за фактически отработанное время драконы-самцы в среднем получают больше, значит, дискриминируются драконы-самки.

Критерии оценивания

3.1. (10 баллов) Применяется следующая схема оценивания:

- 10 баллов дается за правильное решение с учётом того, что величина и направление дискриминации меняются с возрастом;
- 7 баллов ставится, если решение верное, но рассчитан только суммарный доход за весь период трудовой деятельности дракона, а точка переключения (30 лет) не найдена;
- 2 балла назначается, если выводы делаются на основе расчёта и сравнения заработной платы только в каком-то конкретном возрасте.

3.2. (10 баллов) Применяется следующая схема оценивания:

- 10 баллов дается за правильное решение;
- 5 баллов ставится, если в идейно правильном решении неверно учтена разница в количестве отработанных месяцев. Верные рассуждения: заработная плата за год фиксирована, значит, нужно разделить её на количество отработанных месяцев и получить среднемесячную заработную плату. Неверные рассуждения: необходимо разделить годовую заработную плату на 12 месяцев, умножить полученное число на количество фактически отработанных месяцев и делать выводы на основе этой цифры.

Штрафы

- 1 балл снимается за арифметические ошибки и описки, не повлиявшие на выводы;
- 5 баллов снимаются за арифметические ошибки и описки, повлиявшие на выводы.

Задание 4 (20 баллов). Рыцари при дворе короля Артура

4.1. (10 баллов) Неаналитическое решение – полный перебор всех возможных расстановок за два стола для каждого заданного числа рыцарей (7, 13, 20) и расчет значений функций удовольствия отдельного рыцаря и короля Артура.

Аналитическое решение. Удовольствие рыцаря – это квадратичная функция (коэффициент при n^2 отрицательный). Значит, существует оптимальное с точки зрения каждого рыцаря значение $n^* = 6,5$, которое соответствует абсциссе вершины параболы

ветвями вниз, если представить функцию $U(n)$ графически. Однако количество приглашенных на званый обед должно быть целым числом, поэтому существуют два значения, симметричных относительно n^* , которые соответствуют максимальному уровню удовольствия любого рыцаря: $n = 6$ и $n = 7$. Если рыцарей за столом 6 или менее, то удовольствие каждого уже сидящего за столом по меньшей мере не убывает (возрастает, если до этого их было меньше 6), когда новый рыцарь присоединяется к компании и за столом находятся не более 7 приглашенных. Если число рыцарей за столом становится больше 7, то их удовольствие начинает убывать с каждым новым подсевшим рыцарем. Таким образом, рыцарь должен сравнивать своё удовольствие от нахождения за «переполненным» столом и от перехода за соседний стол.

(3 балла) Если рыцарей за столом 7, то очевидно, что им лучше сидеть за одним столом. Заметим, что $U(n)$ – это квадратичная функция с отрицательным старшим коэффициентом (график – парабола ветвями вниз), а 6 и 7 – ближайšie к абсциссе её вершины целочисленные значения n . Значит, в случае размещения за одним столом каждый из 7 приглашенных рыцарей получает максимальное удовольствие.

(4 балла) Если приглашенных рыцарей 12, то легко видеть, что рыцарю все равно, сидеть 12м за первым столом или же быть одному за вторым столом:

$$U(1) = U(12) = 12$$

Таким образом, ни один рыцарь не сядет за второй стол, пока остальные приглашенные размещаются за первым столом и их не более 11. Для 12го рыцаря безразлично, подсесть к остальным или же разместиться за отдельным столом. Рассмотрим, как поступит 13й рыцарь:

- Он сядет за второй стол, только если за первым столом уже находятся 12 рыцарей;
ИЛИ
- Разместится за первым столом, если 12й рыцарь сел за второй стол.

В любом из указанных случаев распределение 13 рыцарей по столам будет 12:1. Но в этот момент один из рыцарей, находящихся за первым столом, осознает, что быть 12м за первым столом хуже, чем 2м за вторым столом ($U(2) = 22 > 12 = U(12)$) и пересядет, что приведет к соотношению 11:2. Затем другой рыцарь, сидящий за первым столом, оценит, что его удовольствие в случае перехода за другой стол будет выше ($U(3) = 30 > 22 = U(11)$), и соотношение станет 10:3. Этот процесс будет идти до тех пор, пока соотношение рыцарей за столами не станет равным 7:6 или 6:7.

Комментарий. Этот ответ можно получить сразу, если вспомнить, что вариант с 6 или 7 приглашенными, собравшимися за одним столом, оптимален с точки зрения каждого рыцаря, а рассадить 13 рыцарей за два стола можно как раз в таком соотношении.

(3 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться за столы таким образом, чтобы максимизировать собственное удовольствие. Иначе говоря, каждый будет стараться разместиться за столом с наименьшим на данный момент числом рыцарей, поскольку за каждым из них уже располагаются не менее 7 рыцарей и новый подсевший только уменьшает удовольствие уже присутствующих за столом гостей. Поэтому рыцари постараются разделиться поровну, т. е. разница между численностью гостей, собравшихся за каждым столом, будет минимальна. Таким образом, если рыцарей 20, то они сядут по 10 приглашенных за стол.

4.2. (10 баллов) Общий балл за задание складывается из трёх составляющих.

(3 балла) Поскольку при числе рыцарей до 6 включительно индивидуальное удовольствие возрастает с каждым вновь прибывшим рыцарем, то Артуру всегда выгодно посадить их за один стол. В случае 7 рыцарей их индивидуальное удовольствие от

нахождения за одним столом остается на том же уровне, что и при 6 рыцарях. Поскольку при этом общее число рыцарей увеличивается, то удовольствие Артура только возрастет, если он посадит 7 гостей за один стол. При числе рыцарей больше 7 каждый следующий приглашенный, располагающийся за тем же столом, получает все меньше удовольствия. В данном случае Артур сталкивается с необходимостью сравнивать положительный эффект от увеличения числа рыцарей за одним столом и отрицательный эффект от снижения их индивидуального удовольствия. Поскольку удовольствие каждого рыцаря в случае, если их 8, принимает то же значение, как если бы их было 5 ($U(8) = 40 = U(5)$), то необходимо сравнить рассадку 8 рыцарей за одним столом и за два стола при соотношениях 7:1 или 6:2. Прямые вычисления показывают, что:

$$8 \cdot U(8) = 320 > 7 \cdot U(7) + 1 \cdot U(1) = 306 > 6 \cdot U(6) + 2 \cdot U(2) = 296$$

Таким образом, Артур должен посадить 8 рыцарей за один стол.

(4 балла) Заметим, что сажать больше 13 рыцарей за один стол не имеет смысла, поскольку их удовольствие становится отрицательным. Если разместить 13 рыцарей за одним столом, то суммарное удовольствие будет равно нулю, т. к. $13 \cdot U(13) = 0$. Таким образом, Артур рассадит 13 рыцарей по двум столам в соотношении 12:1, или 11:2, или 10:3 и т. д. до 7:6. Заметим, что удовольствие рыцарей за первым и вторым столом одинаково

($U(1) = 12 = U(12)$, $U(2) = 22 = U(11)$ и т. д.), при этом максимальное удовольствие достигается, когда рыцари сидят в соотношении 7:6. Значит, Артур рассадит 13 рыцарей за 2 стола в соотношении 7:6, а его удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

(3 балла) Поскольку нет смысла размещать 20 рыцарей за одним столом (это приведет к отрицательному удовольствию от посещения званого обеда), то их необходимо рассадить за два стола. При этом за каждым столом должны находиться не менее 8 рыцарей, иначе за другим столом будет не менее 13 рыцарей, что приведет к неположительному индивидуальному удовольствию и снижению общего удовольствия Артура:

$$7 \cdot U(7) + 13 \cdot U(13) = 7 \cdot 42 = 294$$

$$6 \cdot U(6) + 14 \cdot U(14) = 6 \cdot 42 - 14 \cdot 14 = 56$$

и далее удовольствие будет только убывать. По сути, необходимо сравнить соотношения 12:8, 11:9 и 10:10. Прямые вычисления дают:

$$12 \cdot U(12) + 8 \cdot U(8) = 12 \cdot 12 + 8 \cdot 40 = 464$$

$$11 \cdot U(11) + 9 \cdot U(9) = 11 \cdot 11 + 9 \cdot 36 = 445$$

$$2 \cdot 10 \cdot U(10) = 2 \cdot 10 \cdot 30 = 600$$

Таким образом, Артур должен рассадить 20 рыцарей за два стола поровну.

Критерии оценивания

Общие правила

- Допускаются штрафы за недочеты или неполные штрафы, если ошибка совершена лишь частично.
- Наличие не более двух (2) недочетов в решении штрафуются от 0 до 1 баллов за недочет. Если в решении имеются более двух (2) недочетов, то каждый из них учитывается со штрафом в 1 балл.
- Наличие не более двух (2) существенных ошибок приводит к потере от 5 до 10 баллов. Если таких ошибок больше двух (2), то сумма штрафа может увеличиваться.
- Наличие не более двух (2) недочетов и ошибок приводит к штрафу в 10–15 баллов и больше.

• Если окончательный ответ в каком-либо пункте не приведен, хотя указано решение, то это рассматривается как недочет. Если таких недочетов 3 и больше, то каждый из них штрафует в 1 балл.

• Поскольку задачу можно решить полным перебором, сравнивая удовольствие от различных вариантов рассадки для каждого рыцаря и для короля Артура, то за полный перебор в каждом пункте ставится максимальный балл. Неполный перебор оценивается со штрафом от $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ от стоимости пункта.

4.1. (3 балла) Если рыцарей 7, то им лучше разместиться за одним столом, поскольку тогда удовольствие каждого будет максимальным.

Полный балл дается за следующие типы решения:

• Полный перебор различных вариантов рассадки для каждого рыцаря.

• Использование свойств функции $U(n)$. Так, можно показать, что при целых значениях n от 0 до 7 функция $U(n)$ монотонна: она строго возрастает при n от 0 до 6 и принимает одинаковые значения при $n = 6$ и $n = 7$. Отсюда следует вывод, что все 7 рыцарей должны располагаться за одним столом. Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Указание на то, что график функции – это парабола с ветвями вниз (достаточно графика или апелляции к старшему коэффициенту квадратного трехчлена) – 1 балл;
- Левая ветвь параболы возрастающая, а $n = 6$ и $n = 7$ – ближайшие к вершине и симметричные относительно неё целые значения n , т. е. на них достигается максимум функции целочисленного аргумента, – 2 балла.

• Графический аргумент. Рассмотрим график функции $f(n)$, которая характеризует удовольствие рыцаря, садящегося за 1й или 2й стол в зависимости от того, сколько из 7 приглашенных уже находятся за столом:

$$f(n) = \max\{(n + 1) \cdot (13 - n - 1), (6 - n + 1) \cdot (13 - 6 + n - 1)\}$$

Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Верно построен график – огибающая двух парабол – 2 балла;
- Показано, что рыцарь получает максимальное удовольствие, когда $n = 0$ (все сидят за вторым столом, он садится туда же) или когда $n = 6$ (все сидят за первым столом, он садится туда же) – 1 балл.

(4 балла) 13 рыцарей должны быть рассажены за 2 стола в соотношении 6:7, при этом каждый рыцарь получит максимально возможное удовольствие вне зависимости от того, за каким столом он окажется.

Полный балл дается за следующие типы решения:

• Допускается ссылка на предыдущий пункт, если в нем указано, что при 6 или 7 рыцарях за столом достигается максимальное индивидуальное удовольствие и что разместить 13 рыцарей за двумя столами можно, рассадив их в соотношении 6:7 – 4 балла;

• Использование приведенного выше алгоритма решения. Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Показана симметричность квадратичной функции удовольствия. Здесь достаточно ссылки на симметричность графика квадратичной функции и указания $n^* = 6.5$ как оси симметрии параболы – 2 балла;
- Продемонстрировано, что все рассадки, кроме 6:7, неустойчивы, т. е. кто-то из рыцарей захочет пересест за другой стол – 2 балла.

(3 балла) Если рыцарей больше 13, то они будут рассаживаться так, чтобы разница между количеством приглашенных за столами не превышала 1. Таким образом, 20 рыцарей распределяются поровну (по 10) за каждым столом.

Полный балл дается за следующие типы решения:

- Решение, предложенное выше. Начисление баллов осуществляется следующим образом:

- Показано, что за столом не может находиться меньше 8 рыцарей, поскольку иначе приглашенные за другим столом получают отрицательную полезность – 2 балла;
- Продемонстрировано, что из всех возможных сочетаний с числом рыцарей не менее 8, т. е. 8:12, 9:11 и 10:10, симметричный сценарий самый выгодный – 1 балл.

- Допускается ссылка на предыдущий пункт. Баллы начисляются следующим образом:

- Указание на то, что 13 (14) рыцарей сядут в соотношении 6:7 (7:7) – 2 балла;
- Аргумент о том, что разница между числом рыцарей за столами всегда должна быть либо 0, либо 1 – 1 балл. Здесь также нужно показать, что при полученной симметричной рассадке никто из рыцарей не захочет пересесть за другой стол. Отсутствие этого аргумента ведет к потере 1 балла.

4.2. (3 балла) Артур предпочтет разместить 8 рыцарей за одним столом.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- 7 рыцарей всегда будут сидеть за одним столом в силу монотонности функции $U(n)$, а значит и суммарного удовольствия всех приглашенных – 1 балл;

- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – 2 балла. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в 1 балл. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в 2 балла.

(4 балла) Артур рассадит 13 рыцарей за два стола в соотношении 7:6, а полученное им удовольствие будет равно $6 \cdot U(6) + 7 \cdot U(7) = 13 \cdot 42$.

Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- Рыцари должны быть рассажены за два стола, поскольку иначе и индивидуальное удовольствие каждого рыцаря, и удовольствие самого Артура будут нулевыми – 1 балл;

- Функция удовольствия рыцаря симметрична – 1 балл;

- Апелляция к тому факту, что можно обеспечить максимальное удовольствие, получаемое каждым рыцарем, рассадив их за два стола в соотношении 6:7. Это также позволит максимизировать удовольствие короля Артура, которое складывается из суммы индивидуальных удовольствий. Также должно быть верно рассчитано удовольствие, получаемое Артуром – 2 балла.

(3 балла) Если приглашено 20 рыцарей, то их нужно рассадить за два стола поровну. Полный балл дается, если указаны следующие пункты:

- За каждым столом должно сидеть не менее 7 и не более 13 рыцарей, поскольку иначе суммарное удовольствие будет снижаться – 2 балла;

- Необходимость перебора всего трех вариантов рассадки и правильный подсчет удовольствия короля Артура – 1 балл. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, подсчитано неверно хотя бы в одной из комбинаций, но эта ошибка не привела к качественному изменению результата, то накладывается штраф в 1 балл. Если удовольствие, получаемое королем Артуром, в принципе рассчитывается неверно или арифметическая ошибка исказила результат, то накладывается штраф в 2 балла.

Замечание. Также возможно решить задачу короля Артура в общем виде и применить полученный результат для случая 7, 13 и 20 рыцарей (см. решение и критерии задачи для 11 класса).

Задание 5 (15 баллов). Доллар, прощай?!

5.1. (6 баллов) Возможные цели отказа от использования доллара США:

- Увеличение обращения национальных валют двух стран, которые эмитируются их центробанками;
- Снижение издержек компаний на конвертацию национальных валют в доллары;
- Возможность обезопасить национальные компании от возможных санкций со стороны США.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины перехода на торговлю в национальных валютах.

5.2. (6 баллов) Возможные аргументы в пользу изначального отказа от использования национальных валют для международных расчетов:

- Большая волатильность (колебания) курсов национальных валют;
- Большой риск (вероятность) значительного падения курса (обесценения) национальной валюты;
- Большой уровень инфляции, которому подвержены национальные валюты;
- Если компании двух рассматриваемых стран закупают сырье, оборудование, технологии и пр. у фирм из третьих стран, то для взаимных расчетов намного удобнее использовать доллары США. В противном случае компаниям придется конвертировать национальную валюту в доллары США, что связано с дополнительными расходами;
- Наличие ограничений на конвертацию национальной валюты в доллары США и другие валюты (для закупки сырья, оборудования, других выплат компаниям в третьих странах).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины использования компаниями долларов США в международных расчетах.

5.3. (3 балла) Возможные издержки, связанные с переводом расчетов в национальные валюты:

- Издержки на конвертацию национальной валюты в доллары (другую валюту) для закупки сырья, оборудования, технологий;
- Издержки на покупку финансовых инструментов, позволяющих застраховаться от рисков валютных колебаний (иначе говоря, хеджировать риски);
- Издержки на перезаключение (переписывание) контрактов с ценами в национальной валюте.

Критерии оценивания

5.1. (6 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 4 балла, второй – в 2 балла. Если указаны три и более аргумента, то оцениваются только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.

5.2. (6 баллов) Первый правильный аргумент оценивается в 4 балла; второй – в 2 балла. Если указаны три и более аргумента, то оцениваются только первые два, безотносительно того, верны или нет третий и последующие аргументы.

5.3. (3 балла) Правильный ответ оценивается в 3 балла. Если ответ неполный, то за данный пункт выставляется часть баллов.

Некоторые типичные ошибки:

- В задании предполагается, что имея курс валюты первой страны к доллару США и курс валюты первой страны к валюте второй страны, можно автоматически получить курс валюты второй страны к доллару США. Например, если курс валюты первой страны к доллару упадет, то упадет и курс валюты первой страны к валюте второй страны.

- Увеличение скорости обращения национальной валюты не обязательно ведет к тому, что она становится более стабильной (тут все гораздо сложнее).

- Аргументы, основанные на предположении, что международная торговля ведется за наличный расчет, не засчитывались, поскольку на практике используется преимущественно безналичная форма расчетов.

11 класс**Задание 1 (20 баллов). Закон и порядок****1.1. (10 баллов) Основные аргументы:**

- Кнутов и Пряников ошиблись и не учли, что может существовать третий фактор, который влияет как на общий уровень преступности, так и на количество бездомных и объясняет их совместную динамику. Таким фактором может быть, например, безработица в регионе, потребление алкоголя / наркотиков на душу населения, этнический состав жителей того или иного региона, количество мигрантов и пр.;
- Сама причинно-следственная интерпретация эффекта была ошибочна. Так, можно утверждать, что рост общего числа правонарушений ведет к увеличению количества бездомных за счет мошенничества с недвижимостью и прочих подобных противоправных действий;
- Сам факт приобретения жилья бездомными без каких-либо изменений в их уровне дохода и стиле жизни не исключает их вовлеченность в преступную активность (устойчивость предпочтений);
- Реформа повлияла не только на бездомных, но и на людей, которые из-за этого стали получать меньше государственных дотаций (из-за рефинансирования бюджета). В результате произошедших изменений уровень жизни населения мог снизиться, а вовлеченность граждан, имеющих жилье, в криминальную активность – повыситься.

1.2. (10 баллов) Идеальный сценарий:

- Взять два или более регионов со схожим уровнем преступности, сравнимым количеством бездомных и идентичными макроэкономическими показателями (группы должны быть гомогенными);
- Случайным образом выбрать регион(ы), где будет осуществляться реформа по снижению количества бездомных путем выделения им жилой площади. Это определит испытываемую группу. При этом в контрольной группе должен остаться как минимум один регион;
- Провести реформу по обеспечению бездомных жильем в испытываемых регионах, при этом тщательно следя, чтобы все остальные ключевые показатели (уровень безработицы, доходы на душу населения и пр.) оставались неизменными во всех рассматриваемых регионах;
- Проверить, как изменился общий уровень преступности в контрольных и испытываемых регионах. Поскольку все факторы, за исключением реформы, были идентичны для обеих групп, наблюдаемая (или ненаблюдаемая) разница в общем уровне преступности между контрольными и испытываемыми регионами объясняется лишь реформой.

Причины, по которым такой подход может не работать:

- Если регионы сильно отличаются по базовым характеристикам, то может быть проблематично определить контрольную и наблюдаемую группы;
- Значительные затраты бюджетных средств на реализацию подобных программ;
- Потенциально проблематично изолировать другие шоки регионального уровня, которые определяют как общий уровень преступности, так и количество бездомных (тот же уровень безработицы);

• Регионы – открытые системы, что позволяет людям перемещаться из одной локации в другую. Так, если бездомные в одном регионе наблюдают, что в другом регионе люди, оказавшиеся в подобной жизненной ситуации, получают жилье, то у них могут возникнуть стимулы переселиться. Тогда число бездомных в контрольном регионе снизится за счет переезда лиц из данной группы в испытуемый регион, что значительно повлияет на точность результатов эксперимента.

Критерии оценивания

1.1. (10 баллов) Распределение баллов:

- До 5 баллов ставится за указание причины, по которой предложенная учеными реформа не принесла ожидаемого эффекта;
- До 5 баллов дается за пояснения к причине, указанной выше.

1.2. (10 баллов) Распределение баллов:

• Максимум 4 балла дается за аргументированное описание эксперимента, где должны быть указаны случайность выбора испытуемой и контрольной групп, а также идентичность этих групп по всем прочим характеристикам:

- Ясное и аргументированное изложение хода эксперимента – 2 балла;
- Указание на случайность выбора групп – 1 балл;
- Указание на идентичность групп по всем прочим характеристикам – 1 балл.

• Максимум 6 баллов ставится за указание двух аргументированных причин, почему предложенный эксперимент сложно реализовать на практике:

- По 1 баллу дается за указание убедительной причины;
- До 2 баллов дается за пояснения к ней (почему в условиях эксперимента это затруднение критично и как оно может повлиять на его исход);
- Засчитываются только первые две (2) из указанных причин. Причины, которые появляются под номерами 3 и выше, не засчитываются.

Задание 2 (20 баллов). Роялти

2.1. (12 баллов) Заметим, что если фирма В решает не платить роялти фирме А, то её выпуск составит $q_B = 0$, поскольку в таком случае она не будет иметь доступа к технологии производства товара Х. Соответственно, прибыль фирмы В также будет нулевой.

Решим задачу методом обратной индукции в предположении, что фирма В производит товар Х. Рассмотрим задачу фирмы В:

$$\max_{q_B \geq 0} \{(2 - q_A - q_B)q_B - q_B + tq_B\}$$

или

$$\max_{q_B \geq 0} \{-q_B^2 + q_B(1 - q_A - t)\}$$

Функция прибыли фирмы В квадратичная относительно q_B . График данной квадратичной функции – парабола с ветвями, ориентированными вниз (поскольку старший коэффициент при q_B отрицательный), поэтому максимум прибыли достигается в точке $q_B^* = \frac{1-t-q_A}{2}$. При этом если $q_A \leq 1 - t$, то выпуск фирмы В нулевой. Строго говоря, оптимальный отклик фирмы В на решение фирмы А (функция реакции фирмы В) имеет вид:

$$q_B^* = \begin{cases} \frac{1-t-q_A}{2}, & q_A \leq 1-t \\ 0, & q_A > 1-t \end{cases}$$

Рассмотрим теперь задачу фирмы А при условии $q_A \leq 1-t$:

$$\max_{q_B \geq 0, t \geq 0} \left\{ (2 - q_A - q_B^*(q_A))q_A - q_A + tq_B^*(q_A) \right\}$$

или

$$\max_{q_B \geq 0, t \geq 0} \left\{ \left(2 - q_A - \left(\frac{1-t-q_A}{2} \right) \right) q_A - q_A + t \left(\frac{1-t-q_A}{2} \right) \right\}$$

что может быть записано как

$$\max_{q_B \geq 0, t \geq 0} \left\{ \frac{(q_A - q_A^2) + (t - t^2)}{2} \right\}$$

Функция прибыли фирмы А представлена в виде суммы двух квадратичных функций (их графики – параболы с ветвями, ориентированными вниз), причем каждая из этих функций зависит лишь от одной переменной. Таким образом, вместо того чтобы искать максимум функции двух переменных, можно найти отдельно максимумы функций $f(q_A) = \frac{(q_A - q_A^2)}{2}$ и $f(t) = \frac{(t - t^2)}{2}$. Таким образом, будут получены q_A^* и t^* , при которых значение исходной целевой функции максимально.

Максимизируя $f(q_A)$ по q_A и $f(t)$ по t , получаем $q_A^* = 0,5$ и $t^* = 0,5$, причем условие $q_A \leq 1-t$ выполнено. При этом $q_B^* = 0$, цена на рынке составит $p^* = 1,5$, прибыль фирм А достигнет $\pi_A^* = 0,25$, а прибыль фирмы В – $\pi_B^* = 0$. Значит, фирма А выберет такое значение роялти t^* , при котором фирме В будет невыгодно производить товар Х. Значение роялти $t^* = 0,5$, таким образом, «заградительное»: фирма А не допустит на рынок фирму В и останется монопольным производителем товара Х. Нетрудно убедиться, что объем выпуска фирмы А (q_A^*) и ее прибыль (π_A^*) действительно совпадают с монопольными. Заметим, что фирма, вообще говоря, может выбирать и большие значение роялти: формально, правильным ответом является неравенство $t^* \geq 0,5$ (можно выбрать и $t^* = 1000$, остаться монополистом и получить ту же самую монопольную прибыль, ведь при таких условиях фирма В не войдет в отрасль). Таким образом $t^* = 0,5$ выступает в качестве «пограничного» значения.

2.2. (8 баллов) Вновь решаем задачу с конца:

$$\max_{q_B \geq 0} \left\{ (2 - q_A - q_B)q_B - \frac{q_B}{2} + tq_B \right\}$$

По аналогии с Пунктом 1 получаем, что функция реакции фирмы В имеет вид:

$$q_B^* = \begin{cases} \frac{1,5-t-q_A}{2}, & q_A \leq 1,5-t \\ 0, & q_A > 1,5-t \end{cases}$$

Тогда задача фирмы А (при условии $q_A \leq 1,5-t$) запишется следующим образом:

$$\max_{q_A \geq 0, t \geq 0} \left\{ \left(2 - q_A - \left(\frac{1,5-t-q_A}{2} \right) \right) q_A - q_A + t \left(\frac{1,5-t-q_A}{2} \right) \right\}$$

или

$$\max_{q_A \geq 0, t \geq 0} \left\{ \frac{(0,5q_A - q_A^2) + (1,5t - t^2)}{2} \right\}$$

Дальнейшие рассуждения аналогичны тем, что приведены в Пункте 1. Получим, что максимум прибыли фирмы А достигается при $q_A^* = 0,25$ и $t^* = 0,75$, при этом условие

$q_A \leq 1,5 - t$ выполнено. Также находим $q_B^* = 0,25$, цену товара X ($p^* = 1,5$), прибыль фирмы А ($\pi_A^* = \frac{5}{16}$) и прибыль фирмы В ($\pi_B^* = \frac{1}{16}$). Таким образом, в отличие от предыдущего пункта, фирма А не будет оставаться монополистом на рынке: в новых условиях она получает прибыль больше, чем в случае монополизации ($\frac{5}{16} > \frac{1}{16}$), и ставка роялти устанавливается не на заградительном уровне.

Критерии оценивания

2.1. (12 баллов) Распределение баллов:

- Запись функции прибыли фирмы В – 2 балла;
- Найден максимум функции прибыли фирмы В (или указана соответствующая функция реакции) – 3 балла. Также засчитывается нахождение максимума функции прибыли через использование производной. В случае если не проверено, что найден именно максимум функции, снимается 1 балл. Если не указано, что при $q_A \geq 1 - t$ выпуск фирмы В составляет $q_B^* = 0$, то снимается 1 балл;
- Запись функции прибыли фирмы А – 2 балла;
- Найденны оптимальные параметры q_A^* , q_B^* и t^* – 3 балла (по 1 баллу за каждый параметр).

Комментарий. В случае нахождения максимума функции двух переменных посредством приравнивания соответствующих частных производные к нулю **без рассмотрения условия второго порядка** (нахождение матрицы Гессе и проверка её знакоопределенности) ставится не более 1 балла. То же самое правило применяется в отношении Пункта 2 данной задачи.

- Найденны прибыли фирм – по 1 баллу для каждой фирмы.

2.2. (8 баллов) Распределение баллов:

- Найден максимум функции прибыли фирмы В (или указана соответствующая функция реакции) – 2 балла (проверка на максимум и указание, что при $q_A \geq 1,5 - t$ выпуск составит $q_B^* = 0$). Если отсутствует проверка на максимум, ИЛИ нет указания на то, что при $q_A \geq 1,5 - t$ выпуск фирмы В нулевой, ИЛИ нет ни того, ни другого, то выставляется 1 балл;
- Найденны оптимальные параметры q_A^* , q_B^* и t^* – 3 балла (по 1 баллу за каждый параметр);
- Найденны прибыли фирм – по 1 баллу для каждой фирмы;
- Полученный результат прокомментирован (фирма А не будет монопольным производителем, как это было в Пункте 1 задачи) – 1 балл.

Задание 3 (20 баллов). Системные риски и банковское регулирование

3.1. (8 баллов) Существуют риски, которые относятся одновременно и к стороне активов, и к стороне пассивов:

- Несоответствие валют активов и пассивов банка. К примеру, банк может выдавать основную массу кредитов в одной валюте и принимать большую часть депозитов в другой. Неожиданное изменение обменного курса между этими двумя валютами может привести к непредвиденному резкому снижению доходов банка (платежей по кредитам), выраженных в той валюте, в которой он несет издержки (платежи по депозитам);
- Несоответствие сроков платежей. Из-за того, что кредиты обычно выдаются на длительный срок, а депозиты принимаются на короткий, а также из-за разной временной структуры платежей процентов банк может столкнуться с нехваткой ликвидности для расчета по своим текущим обязательствам. Иными словами, он может не найти денег для

выплаты процентов по депозитам или самих депозитов сейчас, поскольку все средства были размещены в виде кредитов, поступление дохода от которых ожидается в будущем;

- Несоответствие процентных ставок. Банк может выдавать кредиты на длительный срок по процентной ставке, которая фиксируется на весь период в момент заключения договора. В то же время депозиты обычно выдаются на более короткий срок, и рыночная ставка по новым депозитам может измениться. Неожиданный рост этой ставки приведет к увеличению издержек банка, что в совокупности с невозможностью изменить ставки по выданным ранее кредитам может угрожать его финансовой стабильности.

3.2. (6 баллов) Могли быть предложены следующие меры:

- Повышение нормы обязательных резервов. Это приведет к росту резервов коммерческих банков, что снизит риск их банкротства в случае непредвиденных потерь, вызванных реализацией различных рисков;

- Введение страхования вкладов. Эта мера снизит рискованность депозитов и повысит их привлекательность, а также уменьшит риск банковской паники;

- Законодательные ограничения на объем депозитов или кредитов в иностранной валюте. Это поможет банкам минимизировать риски, вызванные колебаниями валютного курса;

- Ограничения на отношение выданных банком кредитов к объему его активов или объему его доходов. Подобные меры юридически запрещают банкам выдавать слишком много кредитов. Таким образом, в случае реализации различных рисков банки потеряют меньше денег, чем в ситуации без ограничений;

- Ограничения на рискованность активов, которыми владеет банк. Регуляторы могут законодательно запретить банкам вкладываться в высокорискованные активы (например, ценные бумаги), что снизит риск невозврата депозитов.

3.3. (6 баллов) Могли быть предложены следующие минусы:

- По аналогии с ограничениями на товарном рынке ограничения на финансовом рынке ведут к снижению равновесного уровня инвестиций и недофинансированию проектов;

- Возникновение неподконтрольного Центральному банку, но легального теневого банкинга. Регулирование традиционных банков ведет к созданию более сложных финансовых инструментов для обхода этих ограничений, т. е. деньги перетекают в менее контролируемые части финансового рынка;

- Ужесточение регулирования банковского сектора внутри страны создает стимулы для заемщиков занимать деньги за рубежом, где банковский сектор не подвержен такому регулированию и готов кредитовать экономических агентов на более выгодных для них условиях. Такое поведение может создать давление на обменный курс национальной валюты.

Критерии оценивания

3.1. (8 баллов) За каждый из пунктов ставилось 4 балла при условии полного объяснения механизма. В случае недостаточного обоснования оценка могла быть снижена на 1–3 балла в зависимости от степени проработанности аргументации.

Перечисленные в решении выше риски могли быть расписаны только с одной стороны (т. е. только со стороны активов или со стороны пассивов). Например, могло быть указано, что резкий скачок валютного курса приведет к росту расходов банка по валютным депозитам, но при этом связь с кредитами в решении не упоминалась. Аналогично могли быть расписаны и другие пункты из списка. Во всех подобных случаях ставилось по 2 балла за каждый из выписанных в решении рисков при условии полного обоснования механизма. В случае недостаточного обоснования оценка могла быть снижена до 1 балла.

Также по 2 балла ставилось и за другие виды рисков, относящихся только к кредитам или только к депозитам. Например:

- Банковская паника. Вкладчики массово требуют свои вклады назад, что приводит к банкротству банка;
- Вложение банком средств вкладчиков в высокорискованные активы. В погоне за большим доходом банк может инвестировать деньги вкладчиков в рискованные активы, что повышает риск невозврата таких инвестиций и, как следствие, невозможности банка расплатиться по своим обязательствам;
- Массовое банкротство заемщиков.

При этом суммарно в Пункте 1 за риски, относящиеся только к депозитам или только к кредитам, можно было получить максимум 4 балла из 8.

Распространенными ошибками являлись следующие виды рисков:

- Риск неожиданной инфляции. Поскольку банк одновременно является и кредитором, и заемщиком, неожиданная инфляция, которая приводит к перераспределению богатства от кредитора к заемщику, не угрожает финансовой стабильности банка;
- Риск невозврата кредита. Это не вызовет серьезных проблем, поскольку банк имеет резервы, а также может продать свои активы достаточно быстро, чтобы расплатиться по обязательствам;
- Риск досрочного снятия депозита. Это не угрожает финансовой стабильности банка по той же причине.

За все перечисленное выше ставилось 0 баллов.

3.2. (6 баллов) За каждую предложенную меру ставилось по 2 балла при условии полного описания того, как она поможет снизить риски. При недостаточном обосновании оценка могла быть снижена до 1 балла. Оценивались только первые три указанные меры.

Частыми ошибками были следующие меры:

- Ужесточение проверки заемщика перед выдачей кредита (скрининга). Эту меру предпринимает сам коммерческий банк, и она не может быть установлена Центральным банком;
- Повышение процентной ставки по кредиту. Процентная ставка определяется равновесием на денежном рынке, а не решением конкретного экономического агента;
- Установление валютного коридора или фиксированного валютного курса. Центральный банк может зафиксировать курс национальной валюты только по отношению к какой-то одной другой валюте, в то время как коммерческие банки могут работать больше чем с одной зарубежной валютой. Кроме того, изменение режима валютного курса влияет на экономику в целом и не является мерой финансового регулирования;
- Таргетирование инфляции. Поскольку инфляция не является основным источником риска, таргетирование не будет подходящей мерой.

За все перечисленное выше ставилось 0 баллов.

3.3. (6 баллов) За каждый указанный минус ставилось по 3 балла при условии его полного описания. При недостаточном обосновании оценка могла быть снижена на 1 или 2 балла в зависимости от степени аргументированности ответа.

Частыми ошибками были следующие ответы:

- Снижение эффективности монетарной политики из-за снижения денежного мультипликатора. Помимо обязательных резервов, которые на практике почти не используются в качестве инструментов монетарной политики, Центральный банк может регулировать предложение денег, управляя ставкой рефинансирования или проводя

операции с государственными облигациями на открытом рынке. По этой причине снижение мультипликатора не создаст значительных проблем для монетарной политики.

- Минусы, которые относятся только к одной или двум мерам, перечисленным в Пункте 2. Согласно формулировке задания, требовалось указать минусы, которые относятся ко всем приведенным мерам.

За все перечисленное выше ставилось 0 баллов.

Задание 4 (20 баллов). Мониторинг

4.1. (16 баллов) Запишем функцию прибыли фирмы, выбирающей значения q и Y :

$$\pi(q, Y) = p(q(1 - x) + Y) - \frac{q^2}{100} - \frac{Y^2}{16} \rightarrow \max_{q \geq 0, 0 \leq Y \leq xq}$$

Тогда можно заметить, что прибыль фирмы представляет собой сумму двух парабол относительно q и Y , причем ветви обеих парабол направлены вниз. Следовательно, максимальное значение функции прибыли будет достигнуто при максимальных значениях каждой из двух парабол, т. е. в их вершинах. Вершине первой параболы соответствует $\tilde{q} = 50p(1 - x)$, второй параболы – $\tilde{Y} = 8p$. Обратим внимание, что вершина параболы относительно переменной Y должна лежать в промежутке от 0 до xq (фирме нет смысла предотвращать исчезновение продукции в объеме большем, чем на самом деле пропадает со склада). Таким образом, если $q \leq \frac{8p}{x}$, то вершина параболы окажется правее области определения Y , и вместо $\tilde{Y} = 8p$ фирма выберет ближайшую к ней точку – правую границу области определения $Y = xq$ (т. е. пропаша продукции со склада будет полностью предотвращаться). Это будет происходить при следующих значениях x :

$$50p(1 - x) \leq \frac{8p}{x}$$

$$25x - 25x^2 - 4 \leq 0 \text{ или } 25x^2 - 25x + 4 \geq 0$$

Данное неравенство выполняется при $x \in [0; 0,2] \cup [0,8; 1]$. Значит, для указанных x фирма полностью предотвращает пропажу продукции со склада, и её прибыль имеет вид:

$$\pi(q) = pq - \frac{q^2}{100} - \frac{xq^2}{16} \rightarrow \max_{q \geq 0}$$

Это квадратичная парабола с ветвями, направленными вниз, максимум которой достигается в вершине:

$$q^* = \frac{200p}{4 + 25x^2}$$

При x , не принадлежащем найденным выше интервалам, вершина параболы относительно переменной Y будет находиться в границах области определения Y . Значит, объем производства фирмы зависит от величины x следующим образом:⁴

$$q^* = \begin{cases} \frac{200p}{4 + 25x^2}, & x \in [0; 0,2] \cup [0,8; 1] \\ 50p(1 - x), & x \in (0,2; 0,8) \end{cases}$$

4.2. (4 балла) Ранее было получено, что при $x \in [0; 0,2] \cup [0,8; 1]$ количество исчезающей со склада продукции равно 0. Однако при $x \in (0,2; 0,8)$ со склада по-прежнему будет исчезать положительное количество продукции, равное разнице между

⁴ Включение границ в определенные промежутки в итоговом ответе – на усмотрение участника олимпиады.

тем, сколько единиц пропало бы без мониторинга (xq), и тем, какое количество продукции фирма смогла сохранить (Y):

$$\text{Исчезло} = xq - Y = 50p(1-x)x - 8p \rightarrow \max_{0,2 \leq x \leq 0,8}$$

Эта функция представляет собой параболу с ветвями, направленными вниз, и принимает максимальное значение в вершине:

$$\hat{x} = 0,5 \in (0,2; 0,8)$$

Таким образом, при $x = \hat{x}$ количество пропавшей со склада продукции будет максимальным.

Критерии оценивания

4.1. (16 баллов) Баллы распределяются следующим образом:

- Постановка общей задачи оптимизации – 2 балла;
- Нахождение оптимального q – 1 балл;
- Нахождение оптимального Y – 1 балл;
- Обоснование каждого из максимумов (достаточные условия) – по 1 баллу за каждый максимум;
- Идея о том, что Y не всегда принадлежит интервалу от 0 до xq , – 2 балла;
- Нахождение промежутков для x – 2 балла;
- Нахождение всех оптимальных Y – 1 балл;
- Обоснование оптимальности найденных Y – 1 балл;
- Постановка задачи оптимизации для нахождения q – 1 балл;
- Нахождение оптимального q – 1 балл;
- Обоснование достаточных условий – 1 балл;
- Нахождение итогового q при каждом x и p – 1 балл.

4.2. (4 балла) Баллы распределяются следующим образом:

- Постановка задачи оптимизации – 1 балл;
- Указание, при каких значениях x будет достигнут максимум, – 1 балл;
- Нахождение \hat{x} – 1 балл;
- Обоснование достаточных условий – 1 балл.

Штрафы

- Арифметическая ошибка при нахождении q ведет к потере 1 балла;
- Арифметическая ошибка при нахождении Y ведет к потере 1 балла;
- Арифметическая ошибка при поиске промежутков для x ведет к потере 2 баллов; В случае если функция прибыли записана верно, но было получено $\pi = 0$, вычитается 1 балл;
- Если в Пункте 2 при записи максимизируемой функции указана переменная Y , но не её оптимальное значение ($8p$), то за весь пункт ставится 0 баллов.
- Если в Пункте 1 указаны верные значения q как функции от x и p , однако не замечено, при каких x они валидны, то снимается 1 балл за запись итогового q .
- Если неверно указано направление ветвей параболы, то не ставится 1 балл за формулировку достаточно условия.

Задание 5 (20 баллов). Рыцари при дворе короля Артура

5.1. Заметим, что если приглашено больше, чем 26 рыцарей, то задача становится неинтересной, поскольку все гости и король Артур получают отрицательное удовольствие от посещения званого обеда. Поэтому будем считать, что численность рыцарей больше 0 и меньше 26.

Рассмотрим, как рыцари будут рассаживаться самостоятельно.

1. Если приглашенных меньше 7, то все они будут стремиться сесть за один стол, поскольку удовольствие каждого из них $U(n)$ возрастает при $n \in \{1, 2, \dots, 6\}$;

2. Если рыцарей ровно 7, то они также предпочтут сидеть за одним столом, поскольку удовольствие каждого при $n = 7$ такое же, как и при $n = 6$:

$$U(6) = U(7) = 42$$

3. Если рыцарей 8 и они размещаются за одним столом, то какая-то часть приглашенных (6 или 7 рыцарей) захочет пересесть, желая получить большее удовольствие. Однако оставшиеся за столом рыцари также захотят присоединиться к отделившейся компании, поскольку находиться за столом одному или вдвоем невыгодно. Таким образом, если приглашенных рыцарей 8, то любое распределение будет неустойчивым.

4. В случае с 9 рыцарями ситуация будет аналогичной. Если все приглашенные размещаются за одним столом, то группа из 5 и более рыцарей захочет отделиться ($U(5) = 40 > 36 = U(9)$). Тогда каждый из оставшихся за первым столом рыцарей пожелает присоединиться к большинству, поскольку, став, например, 6м вместо 4го, он получит большее удовольствие от посещения званого обеда. Иначе говоря, распределение будет неустойчивым.

5. Аналогично доказывается, что, если рыцарей 10 или 11, любое распределение их по столам неустойчиво. Сесть одному за второй стол имеет смысл, только если за первым столом рыцарь будет 12м:

$$U(12) = U(1) = 12$$

Получается, что 12му рыцарю безразлично, присоединиться к остальным приглашенным за первым столом или же разместиться одному за вторым столом. Но если он сядет за второй стол, то тогда 11му рыцарю также станет безразлично, сидеть ли со всеми за первым столом или же переместиться за второй стол ($U(11) = 22 = U(2)$). Аналогично, если 11й рыцарь пересядет, то тогда 10му станет все равно, быть 10м за первым столом или же 3м за вторым столом, и т.д. Таким образом, в случае 12 приглашенных есть несколько устойчивых рассадок: 12:0, 11:1, 10:2, 9:3, 8:4, 7:5, 6:6 – и максимальное удовольствие достигается в случае 6:6.

6. Если рыцарей 13, то они точно не сядут за один стол, поскольку тогда удовольствие каждого будет нулевым. Следовательно, хотя бы один рыцарь сядет за второй стол. Поскольку функция удовольствия каждого приглашенного возрастает до $n^* = 6,5$ и убывает после $n^* = 6,5$, то рыцарям выгодно уменьшать численность за первым столом и увеличивать за вторым, пока не будет достигнуто соотношение 7:6.

7. Если рыцарей не меньше 14, то они будут рассаживаться так, чтобы численность за столами была примерно равной.

В итоге:

- Если рыцарей не более 7, то они предпочтут сесть за один стол;
- Если число рыцарей 8, 9, 10 или 11, то возможны различные рассадки, но они будут неустойчивыми;
- При 12 рыцарях есть несколько устойчивых распределений, при этом рассадка поровну дает максимальное удовольствие каждому рыцарю;

• Если рыцарей 13 и более, то они постараются распределиться поровну между столами.

Теперь рассмотрим, как будет рассаживать рыцарей король Артур. Если он размещает рыцарей за два стола, то максимизируется следующая функция:

$$\max_{n_1 \geq 0, n_2 \geq 0, n_1 + n_2 = N} \{A(n_1, n_2) = A_1(n_1) + A_2(n_2) = n_1^2(13 - n_1) + n_2^2(13 - n_2)\}$$

где N – это общее число рыцарей, а n_1, n_2 – число рыцарей за первым и вторым столом соответственно. Выразив n_2 через n_1 из ограничения $n_1 + n_2 = N$, получаем функцию от одной переменной n_1 и параметра N :

$$\max_{n_1 \geq 0} \{A(n_1, N) = n_1^2(13 - n_1) + (N - n_1)^2(13 - N + n_1)\}$$

Эта функция является квадратичной (слагаемые с n_1^3 сократятся), следовательно, у нее существует внутренний максимум или минимум, что зависит от коэффициента при старшей степени $\{26 - 3N\}$:

- Если данный коэффициент положительный, то у функции есть максимум;
- Если же он отрицательный, то минимум.

То же самое можно увидеть, если взять производную этой функции по n_1 :

$$A'(n_1, N) = (2n_1 - N)(26 - 3N)$$

Отсюда следует, что если число рыцарей больше, чем $N = \frac{26}{3}$, то максимум функции достигается при $n_1^* = n_2^* = \frac{N}{2}$, то есть приглашенные будут распределены между столами поровну. Если же общее число рыцарей меньше, чем $N = \frac{26}{3}$, то их нужно разместить за один стол: $n_1^* = 0$, $n_2^* = N$. Для решения задачи в целых числах нужно перебрать целые значения больше и меньше точки $N = \frac{26}{3}$. В итоге получим следующий результат:

- Если рыцарей не больше 8, то король Артур будет сажать их за один стол (его удовольствие максимально при $N = 8$: $A(8, 8) = 8 \cdot 8 \cdot 5 = 320$);
- Если рыцарей 9 и более, то король Артур будет рассаживать их за два стола примерно поровну (так, при $N = 9$ его удовольствие будет составлять $A(5, 9) = 5 \cdot 5 \cdot 8 + 4 \cdot 4 \cdot 9 = 344$).

Для сравнения: если бы Артур посадил 9 рыцарей за один стол, то его удовольствие составило бы только $A(9, 9) = 9 \cdot 9 \cdot 4 = 324$, а если бы 8 приглашенных были равномерно размещены за двумя столами, то удовольствие короля Артура достигло только $A(4, 8) = 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 9 = 288$.

Сопоставляя решения короля Артура и рыцарей, получаем, что исходы будут устойчивыми и одинаковыми вне зависимости от того, разместились ли рыцари сами или же их распределил по столам король Артур, если число рыцарей не более 7 (тогда все разместятся за одним столом) или когда их не менее 13 (тогда они сидят за двумя столами примерно поровну). Если рыцарей 12, то хотя они могут сесть по-разному, у приглашенных также не будет стимула пересесть, когда Артур рассадит их поровну за два стола. Если же число рыцарей от 8 и до 11, то король Артур захочет рассадить их за два стола примерно поровну, тогда как приглашенные будут стараться нарушить такое распределение, поскольку при этом числе рыцарей любая рассадка неустойчива. В итоге получаем

$$N \in (0, 7] \cup [12, 26).$$

Комментарий. Ответ $N \in (0, 7] \cup [13, 26)$ также засчитывается как правильный, поскольку случай 12 рыцарей можно трактовать по-разному.

Критерии оценивания

Общие правила

- Допускаются штрафы за недочеты или неполные штрафы, если ошибка совершена лишь частично.

- Наличие не более двух (2) недочетов в решении штрафуются от 0 до 1 баллов за недочет. Если в решении имеются более двух (2) недочетов, то каждый из них учитывается со штрафом в 1 балл.

- Наличие не более двух (2) существенных ошибок приводит к потере от 5 до 10 баллов. Если таких ошибок больше двух (2), то сумма штрафа может увеличиваться.

- Наличие не более двух (2) недочетов и ошибок приводит к штрафу в 10–15 баллов и больше.

Приведенные ниже критерии позволяют получить баллы, если они упомянуты в работе, и вычитаются из общей стоимости задачи, если не упомянуты.

Распределение баллов:

Ограничение исследуемого множества: число рыцарей больше 0 и меньше 26 – 1 балл. Балл ставится, если участник рассмотрел случаи 0 рыцарей и более 26 рыцарей.

- Анализ функции рыцаря:

- Утверждения о том, что удовольствие рыцаря – это квадратичная функция, корни которой – $n = 0$ и $n = 13$, а график – парабола с ветвями, направленными вниз, – 2 балла;

- Исследование участков монотонности функции $U(n): n \leq 6,5$ функция возрастает, $n > 6,5$ функция убывает, а максимум при целочисленных значениях достигается в точках $n^* = 6$ и $n^* = 7$ – 2 балла;

- Доказательство неустойчивости рассадки для 8, 9, 10 и 11 рыцарей – 3 балла;

- Доказательство того, что в случае более чем 11 приглашенных рассадка будет симметричной или почти симметричной (различие не более, чем в 1 человека), – 2 балла.

- Анализ функции короля Артура:

- Формализация задачи Артура как функции двух аргументов и постановка задачи максимизации с ограничением в виде равенства – 2 балла;

- Сведение задачи Артура к максимизации квадратичной функции с параметром N – 2 балла;

- Разделение случаев, когда общее число рыцарей больше или меньше $N = \frac{26}{3}$ – 2 балла;

- Запись решения Артура о рассадке рыцарей для указанных случаев – 2 балла;

- Сопоставление решений Артура и рыцарей – 2 балла;

- Запись ответа на поставленный вопрос – 1 балл.

Штрафы

- Если указанные выше пункты описаны лишь частично, то ставится 1 балл;

- Отсутствие ограничения области исследования и запись окончательного ответа оцениваются в 0 баллов, частичное указание данных пунктов рассматривается как недочет;

- Если количество существенных недочетов в задаче 3 и больше, то за каждый недочет снимается 1 балл.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2019–2020 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»**

8 класс**Задание 1 (25 баллов). Вечный вклад**

1.1. Если сумма вклада по истечении года t будет равна M_t , а Вася оставит от нее себе на текущее потребление сумму c_t , то сможет вложить сумму $M_t - c_t$ и получить на следующий год сумму $M_{t+1} = (M_t - c_t) \cdot (1 + r)$. Считая, что сумма на текущее потребление и сумма вклада остаются неизменными, имеем уравнение: $M = (M - c) \cdot (1 + r)$, откуда следует $\frac{c}{M} = \frac{r}{1+r}$. Учитывая, что $r = 0,25$ получаем, что $\frac{c}{M} = 0,2$, то есть на текущее потребление Вася может оставить себе 20% от подаренной суммы, а остальные 80% положить в банк. Ответ: 80%.

Критерии оценивания

1. Верно составленное основное уравнение (в любой форме), позволяющее связать 2 переменные, например потребление и общую сумму, или потребление и сбережение – 15 баллов (если есть слова о том, что прибыль ежегодная от вклада равна потреблению (изъятию из вклада) и приведено уравнение это описывающее).

1.1. уравнение составлено, но допущена негрубая ошибка (например, нет перехода от динамического уравнения к стационару) - ставится только 10 баллов

1.2 уравнение составлено, но допущена грубая ошибка (например – деление вместо умножения, вычитание вместо сложения, или вместо простых процентов использованы сложные, или вместо 0,25 в уравнении с долями использована запись 25 или 0,025 и т.п.) - ставится только 5 баллов

2. Уравнение верно решено (в той форме, в которой составлено, даже если составлено неверно) – 5 баллов

3. Приведен финальный ответ на поставленный вопрос (или что то же самое – проинтерпретировано полученное решение уравнения в терминах сбережения/потребления от основной суммы, иначе говоря - найдена доля и выписан ответ с комментарием) – 5 баллов

Штрафы. Арифметическая ошибка в вычислениях: штраф 5 баллов. Отсутствие обозначений для разных периодов времени – также штраф.

Возможно решение в стиле: предложен готовый ответ. Однако, если кроме ответа нет ничего – 0 баллов. Если приведено доказательство, что указанный процент позволяет сохранять потребление постоянным (простыми вычислениями для следующего года) – 15 баллов. Если кроме того доказано, что других решения нет – 25 баллов.

Задание 2. «Сезонные колебания курса рубля» (25 баллов)

2.1. Большая часть налогов в России выплачивается компаниями (юридическими лицами). Наемные работники платят подоходный налог в бюджет не самостоятельно, за них перечисляют налоги компании, в которых они трудятся. Таким образом, для ответа на поставленный вопрос достаточно рассмотреть действия компаний на валютном рынке.

Укрепление курса рубля – это снижение стоимости доллара, рассчитанной в рублях.

Далее возможны разные обоснования (ответа на вопрос):

- В России компании-экспортеры (в основном поставщики углеводородов, угля и металла) представляют достаточно обширную группу налогоплательщиков, выручку эти компании получают в долларах (и другой валюте). Выплата налогов происходит в рублях, в этой связи компаниям приходится конвертировать (продавать) свои поступления

иностранной валюты (в том числе долларов) в рубли в больших объемах по сравнению с другими периодами. Таким образом, если рассматривать доллар в качестве товара, то увеличивается предложение доллара, что приводит к удешевлению доллара (укреплению рубля относительно доллара и других валют).

- В период уплаты налогов, у компаний уменьшаются объемы выручки, которую можно потратить на закупку валюты. Объемы закупки долларов компаниями снижаются. Таким образом, если рассматривать доллар в качестве товара, то снижается спрос на доллар, что приводит к удешевлению доллара (укреплению рубля относительно доллара и других валют).

- После поступления налогов у государства появляются дополнительные средства, которые можно потратить на закупку валюты и пополнение золотовалютных резервов. Это вызывает увеличение спроса на доллар и приводит к повышению его стоимости, содействуя ослаблению курса рубля в период после уплаты налогов.

Возможны и другие верные варианты ответа. Главное – это четкая и аргументированная формулировка механизма, приводящего к укреплению рубля.

2.2. (9 баллов) Возможные варианты ответов:

- спекуляции на рынке валюты, так как курс доллара подвержен относительно сильным изменениям, у экономических агентов появляются стимулы зарабатывать «игрой» на валютной бирже;

- возрастает неопределенность в экономике и невозможность прогнозировать экономический результат деятельности компании, если деятельность компании каким-либо образом связана с внешним рынком;

- издержки «меню» - стоимость (в рублях) импортируемых товаров (а также товаров, производимых из импортного сырья) зависит от цены товара (сырья) в долларах, следовательно продавцам придется часто менять ценники, то есть увеличиваются затраты компаний, снижается их прибыль и стимулы к деятельности;

- на товары, цена на которые устанавливается раз в «сезон» (некоторый промежуток времени) и в течение сезона не меняется, цена будет устанавливаться из предсказаний (которые не могут быть 100% точными), то есть будет устанавливаться неэффективная цена из-за неопределенности, что так же ведет к потерям компаний или потребителей их услуг.

Возможны и другие верные варианты ответа, описывающие отрицательные последствия.

2.3. (9 баллов) Возможные варианты ответов:

- регулирование курса валюты, установление твердого валютного курса или валютного коридора, в рамках которого возможны изменения курса (вплоть до закрытия экономики и автаркии);

- продажи национальной валюты на внутреннем или внешнем рынках. Продавая рубли, государство, таким образом, может удовлетворить возросший спрос на иностранную валюту, не повышая ее цену, заодно пополнив резервы иностранной валютой;

- увеличить частоту сбора налогов для сглаживания увеличения предложения валюты или сглаживания увеличения спроса на рубли;

- ужесточение доступа компаний на валютный рынок, ограничение банковских валютных операций. Это может минимизировать колебания валютного курса (например, за счет сокращения спекуляций).

Возможны и другие верные варианты ответа, в которых предложены меры государственного регулирования, снижающие валютные колебания.

Критерии оценивания

2.1. (7 баллов). Полный балл ставится за верное рассуждение о связи курса доллара с изменением спроса (предложения) на него со стороны компаний.

Рассуждение об изменении курса доллара безотносительно к компаниям/государству не засчитывается.

Возможно выставление неполного балла за несущественные ошибки в рассуждении. При иллюстрации изменения спроса (предложения) на графике важно, чтобы были подписаны все оси и линии.

1 балл ставится за рассуждение о связи компаний с выплатой налогов. При варианте ответа, связанном с действия государства, 1 балл ставится за рассуждение о влиянии налогов на «свободные» средства для пополнения резервов.

6 баллов ставится за обоснование связи действий компаний и валютного курса. Критически важно в рассуждениях отразить изменение спроса/предложения валюты со стороны компаний/государства. Без привязки действий компаний/государства к спросу/предложению на валютном рынке ответ не засчитывается.

Отсутствие в ответе слов спрос/предложение валюты штрафует 3 баллами, при сохранении логики и наличия слов «продажа/покупка» валюты.

2.2. (9 баллов). Первый правильный эффект оценивается в 6 баллов, второй правильный эффект в 3 балла. Оцениваются только первые 2 эффекта, независимо от их правильности. Засчитываются только ответы, где фигурируют сезонные колебания валюты. Возможно выставление неполного балла за несущественные ошибки в рассуждении.

Возможность снижения прибыли и банкротства предприятий из-за роста курса валюты может быть оценена в 50% от максимального балла при наличии объяснения, почему нельзя поднять цены на продукцию.

2.3. (9 баллов). Первая правильная мера государственного регулирования оценивается в 6 баллов, вторая правильная мера государственного регулирования оценивается в 3 балла. Оцениваются только первые 2 приведенные меры регулирования, в независимости от их правильности или ошибочности. Возможно выставление неполного балла за несущественные ошибки в рассуждении.

Все меры, кроме установления жесткого курса рубля (его коридора) и продаж валюты, обязательно должны быть связаны с эффектами, описанными в предыдущем пункте.

Протекционистская политика в торговле оценивается в 1/3 от максимального балла за пункт, т. к. важна фиксация курса валюты, а не ограничение торговли.

Ответ «чаще собирать налоги» без объяснения связи налогов и валютного курса (ответа на 1 вопрос задачи) оценивается в 1/3 от максимального балла за пункт.

Задание 3 (25 баллов). Полезно или бесполезно?

3.1. (5 баллов) Заметим, во-первых, что счастье Алеши всегда положительно.

Если $U_t = U_{t-1}$, то $\frac{c_{t-1}}{c_t} = 1 - U_t$. И поскольку в момент времени $t = 1$ при ненулевом потреблении имеем $U_1 = 1$, то постоянное счастье означало бы, что $\frac{c_{t-1}}{c_t} = 0$,

что невозможно, т. к. потребление конфет в день не может быть бесконечным, и должно быть положительным.

Попутно получаем, что счастье всегда меньше 1, кроме первого дня, когда оно в точности равно 1.

Альтернативное решение:

Можно показать, что, начиная со второго дня, счастье Алёши может оставаться постоянным. Пусть потребление Алёшей конфет таково: $c_1 = 1, c_t = 2^{t-2}$ для $t \geq 2$. Тогда для любого $t \geq 2$ верно $c_1 + c_2 + \dots + c_t = 1 + (1 + 2 + \dots + 2^{t-2}) = 1 + (2^{t-2} - 1) = 2^{t-2}$, откуда

$$U(c_1, \dots, c_t) = \frac{c_t}{\sum_{k=1}^t c_k} = \frac{2^{t-2}}{2^{t-1}} = \frac{1}{2}$$

Комментарий. Приведённый выше пример – не единственный.

3.2. (20 баллов) Может как расти, так и снижаться, и даже оставаться постоянным на протяжении нескольких периодов в зависимости от того сколько конфет Алёша съест сегодня по сравнению со вчерашним днем.

Пусть $C_{t-1} = \sum_{k=1}^{t-1} c_k$ – количество съеденных конфет до текущего дня.

$$U_t = \frac{c_t}{c_t + C_{t-1}} = \frac{1}{1 + \frac{C_{t-1}}{c_t}}, \text{ иначе это можно записать, как } \frac{U_t}{U_{t-1}} = \frac{1}{U_{t-1} + \frac{c_{t-1}}{c_t}} \text{ или}$$

$$\frac{U_{t-1}}{U_t} = U_{t-1} + \frac{c_{t-1}}{c_t}.$$

Очевидно, что если $c_t \leq c_{t-1}$, то есть если сегодня Алёша съест не больше конфет, чем вчера, то $\frac{U_{t-1}}{U_t} > 1$, т. е. счастье Алёши снижается со временем. Эта оценка не точная, проведем анализ детальнее.

Поскольку в любой момент времени $t > 1$ имеем $U_{t-1} < 1$, то всегда можно подобрать такое потребление $c_t > c_{t-1}$, чтобы $\frac{U_{t-1}}{U_t} \leq 1$, а именно:

- если $c_t < c_{t-1}$, то $U_{t-1} > 1$, то есть счастье сегодня будет меньше, чем вчера;
- если $c_t = c_{t-1}$, то $U_{t-1} = 1$, то есть счастье сегодня сохранится на том же уровне, что и вчера;
- если $c_t > c_{t-1}$, то $U_{t-1} < 1$, то есть счастье сегодня будет больше, чем вчера.

Интуитивно это понятно: если ежедневное потребление будет довольно высоко, то счастье может быть сколь угодно близко к 1, но его не достигнет, то есть можно выстроить такую схему потребления, чтобы счастье возрастало. Напротив, если бы потребление можно было свести практически к нулю, то и счастье было бы близко к нулю, значит можно выстроить схему потребления, снижающую счастье.

Альтернативное решение:

Можно предъявить три стратегии потребления Алёшей конфет:

1) Счастье не изменяется со временем (см. альтернативное решение первого пункта).

2) Счастье снижается со временем:

Пусть Алёша съедает всего одну конфету в день ($c_t = 1$ для всех t). Тогда счастье в дни t и $t + 1$ равно $\frac{1}{t}$ и $\frac{1}{t+1}$ соответственно. Так как $t + 1 > t > 0$, то $\frac{1}{t} > \frac{1}{t+1}$. Таким образом, с каждым днём счастье Алёши убывает.

3) Счастье увеличивается со временем:

Пусть Алёша съедает в первый день одну конфету: $c_1 = 1$. Обозначим $C_{t-1} = \sum_{k=1}^{t-1} c_k$ – количество съеденных конфет до текущего дня t . И пусть тогда в этот день он потребляет $c_t = t \cdot C_{t-1}$ конфет (таким образом, $c_2 = 2 \cdot 1 = 2, c_3 = 3 \cdot 3 = 9$ и т. д.). Заметим, что счастье в день $t > 1$ равно

$$U(c_1, \dots, c_t) = \frac{c_t}{\sum_{k=1}^t c_k} = \frac{t \cdot C_{t-1}}{C_{t-1} + t \cdot C_{t-1}} = \frac{t}{t+1}.$$

Заметим, что счастье, начиная со второго дня, растёт, поскольку

$$(t+1)^2 = t^2 + 2t + 1 > t^2 + 2t = t(t+2),$$

то, разделив обе (положительные) части неравенства на $(t+1)(t+2) > 0$, получаем, что $\frac{t+1}{t+2} > \frac{t}{t+1}$, следовательно, счастье в день $t+1$ больше счастья в день t для любого $t > 1$.

Комментарий. Как и в первом пункте, здесь можно привести другие примеры.

Критерии оценивания

3.1. 5 баллов при полностью корректном решении.

Составляющие:

2 балла – показано, что полезность равна 1 в момент времени $t = 1$.

2 балла – показано, что полезность меньше 1 в моменты времени $t > 1$.

1 балл – дан словесный комментарий о сущности положительности и конечности потребления

Альтернативный вариант решения:

4 балла – указана стратегия потребления конфет, при котором счастье Алёши постоянно (кроме первого дня), но без формального обоснования (например, рассмотрены только первые несколько дней)

1 балл – приведённая стратегия обоснована, т. е. доказано, что во все дни $t > 1$ счастье постоянно

3.2. 20 баллов при полностью корректном решении. Составляющие:

9 баллов – выведено рекуррентное соотношение между полезностью текущего и предыдущего периодов.

Если при выведении соотношения сделана грубая арифметическая ошибка (например, перепутан числитель со знаменателем, или перепутаны моменты времени), то штраф – 4 балла, т. е. из 9 баллов за выведение соотношения ставится только 5 баллов.

6 баллов – выписано условие, гарантирующее монотонность определенного вида (возрастание/убывание строго или не строго), т. е. формула типа: «если $c_t < c_{t-1}$, то $U_{t-1} > 1$ »

Если сделан неверный вывод о направлении монотонности из полученного условия, то штраф – 3 балла, т. е. вместо 6 баллов ставится только 3 балла.

3 балла – явно указана формула значения потребления, когда счастье будет оставаться на том же уровне, что и в предыдущий период (или сказано, что это соответствует случаю равенства, если есть отсылка к неравенству и направлению монотонности при данном неравенстве)

2 балла – дан словесный комментарий, объясняющий возможность монотонности любого типа. Если упущен вывод о том, что можно добиться постоянства в течение какого угодно числа дней, начиная с любого дня $t > 1$, то – только 1 балл.

Достаточно привести стратегии потребления, при которых любая динамика возможна – 6 баллов за каждую стратегию (с возрастающей, убывающей и постоянной полезностью) с доказательством (без доказательства – 3 балла).

Приведена стратегия потребления «в первые дни» и из решения понятно, как устроено потребление в общем случае (и оно действительно удовлетворяет заявленной монотонности) – не более 2 баллов за каждую такую стратегию, в зависимости от качества обоснования.

Штраф за неучтенную целочисленность – 5 баллов.

Штраф за предложение нулевого потребления – 5 баллов

Задание 4 (25 баллов). Семья и дети

4.1. (15 баллов) Возможные варианты ответа:

- В отсутствии пенсионной системы жители Российской Империи должны были думать о своей «пенсии» самостоятельно. Возможны два основных варианта обеспечения достойного уровня жизни в старости – накопление капитала и помощь детей. Для крестьянских семей первый вариант был недоступен, поэтому наличие большого числа детей могло лучше гарантировать относительно «сытую» старость.

- Крестьянские семьи зарабатывали своим трудом, поэтому рабочие руки были крайне важны, дети расценивались как дополнительные работники, что позволяло получать дополнительные доходы и облегчать быт.

- Уровень жизни крестьян был не высок, поэтому с одной стороны, у них не было трат на досуг (театры, балы...), а с другой, требования к уровню образования у крестьян и их детей были ниже. То есть затраты на воспитание одного ребенка у крестьян были меньше, чем у дворян.

- Среди крестьянских детей был выше уровень детской смертности, поэтому они были «вынуждены» заводить больше детей.

- Дворяне задумывались о будущем своих детей, в том числе о размере оставляемого им наследства. Возможностей самостоятельного заработка, не приводящего к изменению уровня жизни при отсутствии наследства, у дворян было немного, поэтому было важно оставить детям наследство. Образ жизни крестьян был невысок и мог быть налажен своими силами с нуля, поэтому вопросы наследства стояли менее остро. Таким образом, дворяне заводили меньше детей, чтобы не допускать размывания состояния и ухудшения уровня жизни своих детей.

Возможны и другие верные варианты ответа, в которых дается объяснение с точки зрения экономики.

4.2. (10 баллов) Возможные варианты ответа:

- В большом числе стран с постиндустриальной экономикой существуют развитые системы пенсионного обеспечения.

- Улучшились возможности накопления капитала для многих слоев населения, чтобы обеспечить достойную пенсию.

- Низкоквалифицированный ручной труд в постиндустриальной экономике мало применяется, поэтому дети значительно реже стали рассматриваться в качестве дополнительной рабочей силы.

- Произошел переход от «количества» детей к их «качеству», когда правильно образованный/устроенный один ребенок может содержать родителей на пенсии не хуже, чем много низкоквалифицированных работников (детей).

- Возможности досуга и требования к образованию детей почти сравнялись у различных социальных групп, что привело к относительному выравниванию количества детей между различными социальными группами.

- Детская смертность в настоящее время сильно снизилась по сравнению с 1897 годом, уровень доступной медицины существенно улучшился для всех слоев населения.

- В ситуации постиндустриальной экономики многие взрослые люди заняты на работе большую часть дня и просто не имеют возможности (времени) воспитывать детей.

Возможны и другие верные варианты ответа, в которых дается объяснение с точки зрения экономики и которые основаны на аргументах, приведенных в ответе на первый пункт.

Критерии оценивания

4.1. (15 баллов) Первый правильный довод оценивается в 9 баллов, второй правильный довод в 6 баллов. Оцениваются только первые 2 довода, независимо от их правильности. Возможно выставление неполного балла за несущественные ошибки в рассуждении.

Решение, где не объяснено, почему именно семьям выгодно/не выгодно иметь большее количество детей может быть засчитано только на 50% от полного балла.

Рассуждение о связи детей и рабочей силы без вывода, о выгодности детей для крестьян оценивается в 3 балла.

За довод о затратах на воспитание детей для дворян ставился 1 балл, при наличии рассуждения о помощи детей в крестьянских семьях.

Рассуждение о наследстве для дворян без упоминания крестьян оценивалось в 4 (2) балла от максимальных 9 (6) баллов.

4.2. (10 баллов) Ответ, не связанный с аргументами предыдущего пункта, не засчитывается. Первое объяснение довода оценивается в 6 баллов, второе объяснение – в 4 балла. Возможно выставление неполного балла за несущественные ошибки в рассуждении.

9 класс**Задание 1 (25 баллов). Динамическое равновесие**

1.1. Так как нет ни избытка, ни дефицита имеем $Q_t^D(p_t) = Q_t^S(p_{t-1})$, что приводит к уравнению рекуррентному уравнению $p_t = 60 - 0,5p_{t-1}$.

1.2. Из предыдущего уравнения видно, что $p_t - p_{t-1} = 60 - 1,5p_{t-1}$, то есть динамика цены будет положительной, если $p_{t-1} < 40$, отрицательной, если $p_{t-1} > 40$, и стационарной при $p_{t-1} = 40$. Поскольку $p_0 = 30 < 40$, то $p_1 = 45 > p_0$, $p_2 = 37,5 < p_1$, $p_3 = 41,25 > p_2$. Таким образом, имеем циклическую динамику цен. Соответствующие значения объемов продаж также цикличны: $Q_0 = 50, Q_1 = 20, Q_2 = 35, Q_3 = 27,5$.

1.3. Из рекуррентного уравнения $p_t = 60 - 0,5p_{t-1}$ видно, что $p_t - p_{t-1} = -0,5(p_{t-1} - p_{t-2})$, то есть по абсолютной величине колебания цены уменьшаются, так как $\Delta p_t = 0,5\Delta p_{t-1}$ – коэффициент динамики приращений меньше 1, то есть в бесконечности цена стабилизируется – приращение будет равно нулю, тогда из уравнения $p_t - p_{t-1} = 60 - 1,5p_{t-1}$ видно, что стационарная цена будет $p_t = 40$, объем продаж при этом будет равен $Q_t = 30$.

Критерии оценивания

Вывод рекуррентного соотношения: 5 баллов (арифметическая ошибка: если неверный знак в формуле – штраф 3 балла, если знак верный, но коэффициент больше 1 – штраф 3 балла, если знак неверный и коэффициент больше 1, то штраф 5 баллов, если верный знак, и коэффициент меньше 1, но вычислен неверно – штраф 2 балла).

Корректное вычисление динамики цен: 3 балла (1 арифметическая ошибка – 1 балл, 2 ошибки – 2 балла, 3 ошибки – 3 балла).

Корректное вычисление динамики объемов: 3 балла (1 арифметическая ошибка – 1 балл, 2 ошибки – 2 балла, 3 ошибки – 3 балла).

Изображение динамики на графике: 3 балла.

Доказательство стабилизации цены: 7 баллов (если уменьшение колебаний показано только на примерах из предыдущего пункта, то только 3 балла, если ряд продолжен хотя бы еще на 3 значения – 5 баллов).

Вычисление стационарной цены: 2 балла (арифметическая ошибка – 1 балл)
Вычисление стационарного объема: 2 балла (арифметическая ошибка – 1 балл).

Задание 2 (25 баллов). Дешевое молоко**2.1. Возможные причины:**

1. Магазины могут продавать товар дешевле себестоимости, чтобы привлечь клиентов и получать выручку от продажи других товаров.

2. Магазины могут продавать товар по низкой цене (ниже себестоимости) в рамках рекламной активности (магазина или производителя).

3. Магазины могут договориться с производителем о том, что он будет компенсировать убытки магазина от продажи товара по цене ниже себестоимости в обмен на какие-то преференции по другим товарам производителя.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины.

2.2. Указанные товары являются продуктами, которые покупатели (семьи в магазинах сети «Вкус рядом» и студенты в магазинах сети «Универ») регулярно покупают

и на основе которого оценивают/сравнивают уровень цен в магазине и делают вывод о том, что магазин является относительно дешевым или относительно дорогим. Продавая такие товары по более низкой цене магазины создают у покупателей ощущение (иллюзию), что магазин является относительно недорогим, поэтому покупатели будут более активно приобретать и другие товары (цены на которые могут быть выше среднерыночных).

2.3. Выше среднерыночной цены магазины будут продавать товары (продукты) «импульсивного спроса», то есть которые потребители покупают импульсивно. Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины.

Примерами подобных продуктов для магазинов сети «Вкус рядом» могут быть какие-то «вкусности», новые для этой сети магазинов продукты. Для магазинов сети «Универ» это могут быть наборы продуктов для вечеринок, канцелярские товары.

Могут быть другие примеры продуктов. Важно, чтобы приведенные продукты соответствовали экономически объясненному поведению потребителей.

Критерии оценивания

2.1. (9 баллов) 5 баллов за первый аргумент, 4 балла за второй аргумент.

2.2. (8 баллов) За подробное объяснение ставится 8 баллов. За частичный ответ – ставится часть от 8 баллов. За указание только целевой аудитории – 2 балла.

2.3. (8 баллов) За правильное объяснение экономических причин поведения покупателей ставится 4 балла. Дополнительно за каждый приведенный вид продукта для каждой сети магазинов ставится по 1 баллу, итого до 2 баллов за примеры для каждой сети магазинов.

За адекватное объяснение, почему индивиды готовы переплачивать и не идут в другой магазин, где дешевле, ставится 4 балла.

Если ответ идея имеет смысл, но не объяснено, почему покупатель не идет в другое место (например, указано, что один товар дополняет другой товар в потреблении), то оценка снижается на 2 балла.

При отсутствии объяснения или неверном объяснении – 0 баллов

Задание 3 (25 баллов). Предприниматели и работники

3.1. Прибыль фирмы и основные соотношения: $\pi_j = p_j q_j - w l_j$, $l_j = \frac{q_j}{\varphi_j}$, $q_j = X_j$.

Оптимизационная задача функции одной переменной: $\frac{Y}{p_j} - \frac{Y}{p_j^2} \frac{w}{\varphi_j} \rightarrow \max$

Оптимальная цена: $p_j = \frac{2}{\varphi_j}$.

Оптимальный выпуск: $q_j = 0,25Y\varphi_j^2$.

Оптимальное число рабочих: $l_j = 0,25Y\varphi_j$.

Оптимальная прибыль: $\pi_j = 0,25Y\varphi_j$.

Ответ: $p_j = \frac{2}{\varphi_j}$, $l_j = 0,25Y\varphi_j$, $\frac{\pi_j}{Y} = 0,25\varphi_j$.

3.2. Поскольку при единичной продуктивности $\varphi_j = 1$ совокупные доходы рабочих одной фирмы составляют четверть совокупных доходов в экономике $W_j = w l_j = 0,25Y$, так же как и доход владельца фирмы $\pi_j = 0,25Y$, то доходы рабочих и владельца фирмы

составят половину всего дохода в экономике – $\pi_j + W_j = 0,5Y$. Значит фирм всего $N = 2$. При доходе $Y = 100$ количество рабочих в экономике $L = Nl_j = 2 \cdot 25 = 50$.

Ответ: $N = 2, L_{workers} = 50$.

Критерии оценивания

3.1. 17 баллов при полностью корректном решении. Составляющие:

1) 7 баллов – составлена оптимизационная задача фирмы, т. е. сведено к задаче максимизации функции одной переменной. Подробнее:

- 2 балла – прибыль фирмы (необходимо расписать компоненты прибыли – выручку и издержки. Если участник решал через приравнивание MR и MC, то баллы ставились за вывод этих функций из выручки из издержек соответственно).

- 2 балла – балансы (выпуск=спросу, количество труда выражено через выпуск) (ставилось два балла, если участник выписывал одно соотношение, и ему не требовалось второе для решения оптимизационной задачи).

- 2 балла – сведение к функции одной переменной.

- 1 балл – комментарии, оправдывающие задачу (баллы ставились за комментарии по поводу максимизации прибыли, подстановку функции спроса в функцию прибыли, комментарии про вывод общих издержек).

При отсутствии предпосылок, комментариев и дополнительных уравнений (например, не указано явно, что выпуск фирмы должен быть равен спросу, или не указано, что затраты фирмы – это фонд заработной платы рабочих), т. е. отсутствует промежуточная запись прибыли фирмы через выпуск и число рабочих, максимум – 3 балла.

2) 6 баллов – решение оптимизационной задачи, т. е. нахождение оптимального значения переменной оптимизации (например – цены). Подробнее:

- 3 балла – решение, т. е. получение ответа из условий первого порядка и ему подобного.

- 3 балла – условие 2 порядка (указание на вершину параболы (графически, словесно, указание от какой переменной функция) при нахождении вершины, проверка знака второй производной при максимизации через взятие производной, указание на убывание MR и невозрастание MC).

Штраф: 3 балла, если цена пропорциональна производительности, 3 балла, если прибыль оказывается отрицательной, 1 балл – неверный коэффициент.

Если участник получал соотношение $p=1$, путем взятия производной от φ_j функции прибыли, выраженной не от одной переменной, то ставилось 0 баллов, поскольку при таком значении цены прибыль равна 0, а не своему максимальному значению, то есть ответ, напоминающий правильный, получен совершенно неверным способом решения.

3) 2 балла – нахождение оптимального значения второй переменной (числа рабочих, если оптимизация была по цене). Если максимизация осуществлялась по выпуску, то достаточно было найти либо цену, либо число рабочих, чтобы получить полный балл за этот пункт. Штраф: 1 балл при арифметической ошибке.

4) 2 балла – определение доли прибыли данной фирмы (дохода предпринимателя) в совокупном доходе. Штраф: 1 балл при арифметической ошибке.

3.2. 8 баллов при полностью корректном решении. Составляющие:

- 4 балла – установление того факта, что совокупные доходы предпринимателя и его рабочих – половина совокупного дохода в экономике (принимались как рассуждения, так и записанное уравнение, отражающее эту идею).
- 2 балла – найдено правильное число фирм.
- 2 балла – найдено правильное число рабочих в экономике (то есть количество работников во всех фирмах).

Задание 4 (25 баллов). Собственные криптовалюты (25 баллов)

4.1. Возможные причины запуска собственных криптовалют:

- Уменьшение асимметрии информации с помощью сбора дополнительной информации о клиентах. Данные могут быть использованы для персонализированных предложений (контекстная реклама). Примечание. Это аргумент не про рекламу, а сбор данных/информации.
- Увеличение числа клиентов в основном бизнесе среди тех, кто будет пользоваться криптовалютой. Нужно отметить, что это может быть не только привлечение новых клиентов, но и большая вовлеченность текущих (увеличение времени проведения в приложении, переход с других платформ).
- Дополнительный заработок за счет комиссии за переводы (может существовать, так как в условии не сказано, что компании не собираются брать комиссии за переводы).
- Дополнительный заработок с рекламы продавцов товаров/услуг, которые будут продавать свои товары/услуги прямо в мессенджере. Также возможно взимания комиссии с продавцов.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины. 4 балла за каждый из аргументов.

4.2. (8 баллов) Возможные аргументы в пользу CryptoB:

- Меньшая волатильность (колебания) токена (из-за обеспеченности финансовым активом). Аргумент может быть сформулирован: Меньший риск (вероятность) значительного падения курса (обесценивания) криптовалюты.
- Снижение издержек на потерю при конвертации традиционных (фиатных) денег в криптовалюту на биржах
- Возможный дополнительный аргумент: так как в задании не указан способ выпуска (эмиссии, майнинга) криптовалюты (его природу), то возможным аргументом является снижение уровня инфляции, если объем выпуска криптовалюты будет ограничен. (контрпример, Peercoin, где нет фиксированного верхнего предела по выпуску токенов, а, следовательно, это спекулятивная криптовалюта).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины. 4 балла за каждый из аргументов.

4.3. Ключевая идея – потеря монополии на эмиссию денег и проведение кредитно-денежной политики с вытекающими причинами против распространения криптовалют:

- Снижение эффективности кредитно-денежной политики (3 балл). Дополнительные объяснения – невозможность достижения целей кредитно-денежной политики, достижения целевого уровня инфляции, регулирования краткосрочных колебаний экономики – оцениваются еще в 2 балла
- Возможная неожиданная инфляция/дефляция биткоинов с негативными социальными и политическими последствиями (2 балл). Дополнительные объяснения – указание причин инфляции/дефляции (ажиотаж, спекуляция, либо, наоборот, потеря привлекательности), и негативных эффектов дефляции (снижение активности агентов и

стагнация в экономике) или высокой инфляции (транзакционные издержки и др.) – еще 2 балла.

Ответы типа «Рост теневого сектора экономики, в т. ч. преступности» (сейчас многие расчеты в теневом секторе производятся с помощью биткоинов), риски кибератак, приводящие к сбою работы мессенджера и/или хищению средств, утечке данных пользователей, оцениваются в 2 балла. Но, если аргумент сформулирован в терминах оттока капитала из страны, то засчитываем как полноценный аргумент – 4 балла.

Суммарно за пункт 3 не более 9 баллов.

Типичные ошибки, оцениваемые в 0 баллов:

- «Это плохо, потому что ЦБ не сможет контролировать экономику» без объяснения, почему плохо

- «Потому что криптовалюты не обеспечены»

Несколько комментариев, которые приводили к типичным ошибкам:

1. Аргумент про ликвидность: CryptoB ликвиднее CryptoA. Это не так. И то, и то можно обменять на деньги.

2. Популярный аргумент – отслеживание транзакций: транзакции криптовалюты нельзя отследить. Ее можно отследить, хотя это сложно. Отследить можно из архива «хэша», который есть в каждом блоке.

3. Аргумент про налоги: что никто не будет платить налоги и поэтому государство против. Однако налоги платит изначальный бизнес мессенджеров. Можно организовать налогообложение внутри мессенджеров, которые находятся в правовом поле.

4. Аргумент про надежность. Криптовалюта не равно надежность товара.

5. «Криптовалюта убирает издержки, которые раньше платили финансовым посредникам за услуги». У криптовалюты тоже есть издержки - на создание, комиссии за транзакции, комиссия за обмен и т. д.

6. В пункте а: «альтернативные издержки для потребителя меньше, так как все в одном месте». Мы для компании аргументы ищем, а не потребителя.

7. Существует непонимание, что такое привязка к валютной корзине. Это не равно, что потребитель платит криптовалютой в этих странах и можно только эту валюту поменять. Это означает, что обменный курс криптовалюты на реальные деньги колеблется в зависимости от обменного курса корзины.

10 класс

Задание 1 (25 баллов). Три города

1.1. В каждом городе можно найти потребителя, которому все равно, в какой фирме совершать покупки (он получает одинаковое удовольствие) (4 балла).

Найдем, на каком расстоянии от фирм находится данный потребитель в каждом городе:

Линград: $15 - p_1 - h_L = 15 - p_3 - 9 + h_L \Rightarrow h_L = \frac{9+p_3-p_1}{2}$, где h_L – расстояние от фирмы 1 (2 балла)

Копикрон: $15 - p_2 - h_K = 15 - p_1 - 8 + h_K \Rightarrow h_K = \frac{8+p_1-p_2}{2}$, где h_K – расстояние от фирмы 2 (2 балла)

Вруттгор: $15 - p_3 - h_B = 15 - p_2 - 7 + h_B \Rightarrow h_B = \frac{7+p_2-p_3}{2}$, где h_B – расстояние от фирмы 3 (2 балла)

Все остальные потребители выбирают конкретную фирму, что позволяет учитывать это в максимизации прибыли:

Фирма 1: $\pi_1 = (p_1 - a) \left(\frac{9+p_3-p_1}{2} + \left(8 - \frac{8+p_1-p_2}{2} \right) \right) = (p_1 - a) \left(\frac{17+p_3+p_2-2p_1}{2} \right) \rightarrow \max_{p_1}$
(1 балл). Уравнение фирмы – это парабола, ветви вниз, ее максимум в вершине (1 балл):

$$17 + p_2 + p_3 - 4p_1 + 2a = 0.$$

$$\text{Получили: } p_1 = \frac{17+p_2+p_3+2a}{4}.$$

Аналогично, рассмотрим 2 и 3 фирмы (2 балла за аналогию/иначе нужно пояснять максимизацию для каждой фирмы):

Фирма 2: $\pi_2 = (p_2 - b) \left(\frac{8+p_1-p_2}{2} + \left(7 - \frac{7+p_2-p_3}{2} \right) \right) = (p_2 - b) \left(\frac{15+p_1+p_3-2p_2}{2} \right) \rightarrow \max_{p_2}$
(1 балл) $p_2 = \frac{15+p_1+p_3+2b}{4}$

Фирма 3: $\pi_3 = (p_3 - c) \left(\frac{7+p_2-p_3}{2} + \left(9 - \frac{9+p_3-p_1}{2} \right) \right) = (p_3 - c) \left(\frac{16+p_1+p_2-2p_3}{2} \right) \rightarrow \max_{p_3}$
(1 балл) $p_3 = \frac{16+p_1+p_2+2c}{4}$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} p_1 = \frac{17 + p_2 + p_3 + 2a}{4} \\ p_2 = \frac{15 + p_1 + p_3 + 2b}{4} \\ p_3 = \frac{16 + p_1 + p_2 + 2c}{4} \end{cases}$$

Верно решив систему, находим ответ:

$$p_1 = 8,2 + 0,2b + 0,2c + 0,6a \text{ (3 балла)}$$

$$p_2 = 7,8 + 0,2c + 0,2a + 0,6b \text{ (3 балла)}$$

$$p_3 = 8 + 0,2b + 0,2a + 0,6c \text{ (3 балла)}$$

Задание 2 (25 баллов). ТратьБанк

2.1. Первый график: валютные депозиты больше валютных кредитов: ТратьБанку должны 50 миллионов долларов, а он должен 90. При падении курса национальной валюты он понесёт значительные убытки от переоценки. К примеру, курс был 5 рублей за доллар – у банка был долг в $40 \cdot 5 = 200$ миллионов рублей. Рубль упал до 10 рублей за доллар – долг вырос в 2 раза, до 400 миллионов. Убыток – 200 миллионов рублей.

Второй график: кредиты «длинные», а депозиты «короткие». Тогда, если новые депозиты появляться не будут (а при падении доходов населения они появляться не будут) – может оказаться, что у банка просто не будет денег, чтобы вернуть их вкладчикам (все деньги – в длинных кредитах, а притока новых денег нет).

Всё это приводит к тому, что положение банка очень нестабильно в свете грядущего кризиса

2.2. Рекомендации:

- Ключевая рекомендация: Снижение объёма валютных депозитов (к примеру, за счёт конвертации в национальную валюту или ухудшение условий по вкладам) и рост выдачи валютных кредитов (за счёт ставок или иных условий)
- Ключевая рекомендация: Нормализация структуры срочности: увеличение длины депозитов (более выгодные условия на длинные вклады) и снижение длины кредитов (за счёт ставок или иных условий)
- Увеличение резервов
- Конвертация резервов в иностранные валюты для заработка на курсовой разнице
- Специальные условия по кредитам клиентам с доходами в иностранной валюте. Это пересекается с первым ответом, однако за счёт нетривиальности механизма может рассматриваться как отдельная рекомендация.

Критерии оценивания

Важное общее соображение: если в рассуждениях использованы противоречащие условию предпосылки, они не оцениваются. К примеру, рассуждения о том, что валютные депозиты – это хорошо, а в кризис люди будут делать их ещё больше, чтобы заработать на падении национальной валюты. В условии сказано об ожидающемся снижении доходов населения, в таких условиях роста сбережений не будет, а будет их снижение (изъятие депозитов).

2.1. (10 баллов) По 5 баллов за пункт: убытки от переоценки и проблемы со срочной структурой. Баллы за простой пересказ содержимого графика своими словами не ставятся!

Отдельные релевантные соображения могли оцениваться в 1–2 балла при условии, что балл за пункт был не полный.

2.2. (15 баллов) Баллы за рекомендации выставлялись в зависимости от степени «важности» предложенной рекомендации, но не более 15 баллов за пункт в сумме:

- 6 баллов за рекомендацию о валютной структуре. Если не описан механизм реализации – штраф 2 балла.

Пример рассуждений с неописанным механизмом: «Надо брать меньше депозитов в валюте» (без пояснений за счёт чего это можно сделать).

- 6 баллов за нормализацию структуры срочности. Если не описан механизм реализации – штраф 2 балла.

Пример рассуждений с неописанным механизмом: «Надо делать кредиты длиннее» (без пояснений за счёт чего это можно сделать).

- 3 балла за увеличение резервов.
- 3 балла за конвертацию резервов.
- 3 балла за специальные условия по кредитам клиентам с доходами в иностранной валюте.

Отдельные релевантные соображения могли оцениваться в 1–2 балла при условии, что балл за пункт был не полный.

Задание 3 (25 баллов). Предприниматели и работники

3.1. Прибыль фирмы и основные соотношения: $\pi_j = p_j q_j - w l_j$, $l_j = \frac{q_j}{\varphi_j}$, $q_j = X_j$.

Оптимизационная задача функции одной переменной: $\frac{Y}{p_j} - \frac{Y}{p_j^2} \frac{w}{\varphi_j} \rightarrow \max$

Оптимальная цена: $p_j = \frac{2}{\varphi_j}$.

Оптимальный выпуск: $q_j = 0,25Y\varphi_j^2$.

Оптимальное число рабочих: $l_j = 0,25Y\varphi_j$.

Оптимальная прибыль: $\pi_j = 0,25Y\varphi_j$.

Ответ: $p_j = \frac{2}{\varphi_j}$, $l_j = 0,25Y\varphi_j$, $\frac{\pi_j}{Y} = 0,25\varphi_j$.

3.2. Поскольку при единичной продуктивности $\varphi_j = 1$ совокупные доходы рабочих одной фирмы составляют четверть совокупных доходов в экономике $W_j = w l_j = 0,25Y$, так же как и доход владельца фирмы $\pi_j = 0,25Y$, то доходы рабочих и владельца фирмы составят половину всего дохода в экономике – $\pi_j + W_j = 0,5Y$. Значит фирм всего $N = 2$. При доходе $Y = 100$ количество рабочих в экономике $L = N l_j = 2 \cdot 25 = 50$.

Ответ: $N = 2$, $L_{workers} = 50$.

Критерии оценивания

3.1. 17 баллов при полностью корректном решении. Составляющие:

1) 7 баллов – составлена оптимизационная задача фирмы, т. е. сведено к задаче максимизации функции одной переменной. Подробнее:

- 2 балла – прибыль фирмы (необходимо расписать компоненты прибыли – выручку и издержки. Если участник решал через приравнивание MR и MC, то баллы ставились за вывод этих функций из выручки из издержек соответственно).

- 2 балла – балансы (выпуск=спросу, количество труда выражено через выпуск) (ставилось два балла, если участник выписывал одно соотношение, и ему не требовалось второе для решения оптимизационной задачи).

- 2 балла – сведение к функции одной переменной.

- 1 балл – комментарии, оправдывающие задачу (баллы ставились за комментарии по поводу максимизации прибыли, подстановку функции спроса в функцию прибыли, комментарии про вывод общих издержек).

При отсутствии предпосылок, комментариев и дополнительных уравнений (например, не указано явно, что выпуск фирмы должен быть равен спросу, или не указано, что затраты фирмы – это фонд заработной платы рабочих), т. е. отсутствует промежуточная запись прибыли фирмы через выпуск и число рабочих, максимум – 3 балла.

2) 6 баллов – решение оптимизационной задачи, т. е. нахождение оптимального значения переменной оптимизации (например – цены).

Подробнее:

- 3 балла – решение, т. е. получение ответа из условий первого порядка и ему подобного.

- 3 балла – условие 2 порядка (указание на вершину параболы (графически, словесно, указание от какой переменной функция) при нахождении вершины, проверка знака второй производной при максимизации через взятие производной, указание на убывание MR и невозрастание MC).

Штраф: 3 балла, если цена пропорциональна производительности, 3 балла, если прибыль оказывается отрицательной, 1 балл – неверный коэффициент.

Если участник получал соотношение $p=1$, путем взятия производной от φ_j функции прибыли, выраженной не от одной переменной, то ставилось 0 баллов, поскольку при таком значении цены прибыль равна 0, а не своему максимальному значению, то есть ответ, напоминающий правильный, получен совершенно неверным способом решения.

3) 2 балла – нахождение оптимального значения второй переменной (числа рабочих, если оптимизация была по цене). Если максимизация осуществлялась по выпуску, то достаточно было найти либо цену, либо число рабочих, чтобы получить полный балл за этот пункт. Штраф: 1 балл при арифметической ошибке.

4) 2 балла – определение доли прибыли данной фирмы (дохода предпринимателя) в совокупном доходе. Штраф: 1 балл при арифметической ошибке.

3.2. 8 баллов при полностью корректном решении. Составляющие:

- 4 балла – установление того факта, что совокупные доходы предпринимателя и его рабочих – половина совокупного дохода в экономике (принимались как рассуждения, так и записанное уравнение, отражающее эту идею).

- 2 балла – найдено правильное число фирм

- 2 балла – найдено правильное число рабочих в экономике (то есть количество работников во всех фирмах)

Задание 4 (25 баллов). Собственные криптовалюты (25 баллов)

4.1. Возможные причины запуска собственных криптовалют:

- Уменьшение асимметрии информации с помощью сбора дополнительной информации о клиентах. Данные могут быть использованы для персонализированных предложений (контекстная реклама). Примечание. Это аргумент не про рекламу, а сбор данных/информации.

- Увеличение числа клиентов в основном бизнесе среди тех, кто будет пользоваться криптовалютой. Нужно отметить, что это может быть не только привлечение новых клиентов, но и большая вовлеченность текущих (увеличение времени проведения в приложении, переход с других платформ).

- Дополнительный заработок за счет комиссии за переводы (может существовать, так как в условии не сказано, что компании не собираются брать комиссии за переводы).

- Дополнительный заработок с рекламы продавцов товаров/услуг, которые будут продавать свои товары/услуги прямо в мессенджере. Также возможно взимания комиссии с продавцов.

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины. 4 балла за каждый из аргументов.

4.2. (8 баллов) Возможные аргументы в пользу CryptoB:

- Меньшая волатильность (колебания) токена (из-за обеспеченности финансовым активом). Аргумент может быть сформулирован: Меньший риск (вероятность) значительного падения курса (обесценивания) криптовалюты.

- Снижение издержек на потерю при конвертации традиционных (фиатных) денег в криптовалюту на биржах

- Возможный дополнительный аргумент: так как в задании не указан способ выпуска (эмиссии, майнинга) криптовалюты (его природу), то возможным аргументом является снижение уровня инфляции, если объем выпуска криптовалюты будет ограничен. (контрпример, Peercoin, где нет фиксированного верхнего предела по выпуску токенов, а, следовательно, это спекулятивная криптовалюта).

Возможны и другие варианты ответа. Главное – это четко сформулированные экономические причины. 4 балла за каждый из аргументов.

4.3. Ключевая идея – потеря монополии на эмиссию денег и проведение кредитно-денежной политики с вытекающими причинами против распространения криптовалют:

- Снижение эффективности кредитно-денежной политики (3 балл). Дополнительные объяснения – невозможность достижения целей кредитно-денежной политики, достижения целевого уровня инфляции, регулирования краткосрочных колебаний экономики – оцениваются еще в 2 балла

- Возможная неожиданная инфляция/дефляция биткоинов с негативными социальными и политическими последствиями (2 балл). Дополнительные объяснения – указание причин инфляции/дефляции (ажиотаж, спекуляция, либо, наоборот, потеря привлекательности), и негативных эффектов дефляции (снижение активности агентов и стагнация в экономике) или высокой инфляции (транзакционные издержки и др.) – еще 2 балла.

Ответы типа «Рост теневого сектора экономики, в т. ч. преступности» (сейчас многие расчеты в теневом секторе производятся с помощью биткоинов), риски кибератак, приводящие к сбою работы мессенджера и/или хищению средств, утечке данных пользователей, оцениваются в 2 балла. Но, если аргумент сформулирован в терминах оттока капитала из страны, то засчитываем как полноценный аргумент – 4 балла.

Суммарно за пункт 3 не более 9 баллов.

Типичные ошибки, оцениваемые в 0 баллов:

- «Это плохо, потому что ЦБ не сможет контролировать экономику» без объяснения, почему плохо

- «Потому что криптовалюты не обеспечены»

Несколько комментариев, которые приводили к типичным ошибкам:

1. Аргумент про ликвидность: CryptoB ликвиднее CryptoA. Это не так. И то, и то можно обменять на деньги.

2. Популярный аргумент – отслеживание транзакций: транзакции криптовалюты нельзя отследить. Ее можно отследить, хотя это сложно. Отследить можно из архива «хэша», который есть в каждом блоке.

3. Аргумент про налоги: что никто не будет платить налоги и поэтому государство против. Однако налоги платит изначальный бизнес мессенджеров. Можно организовать налогообложение внутри мессенджеров, которые находятся в правовом поле.

4. Аргумент про надежность. Криптовалюта не равно надежность товара.

5. «Криптовалюта убирает издержки, которые раньше платили финансовым посредникам за услуги». У криптовалюты тоже есть издержки - на создание, комиссии за транзакции, комиссия за обмен и т. д.

6. В пункте а: «альтернативные издержки для потребителя меньше, так как все в одном месте». Мы для компании аргументы ищем, а не потребителя.

7. Существует непонимание, что такое привязка к валютной корзине. Это не равно, что потребитель платит криптовалютой в этих странах и можно только эту валюту поменять. Это означает, что обменный курс криптовалюты на реальные деньги колеблется в зависимости от обменного курса корзины.

11 класс

Задание 1 (25 баллов). Дочерние фирмы

1.1. (8 баллов) Запишем задачу фирмы 1:

$$(4 - q_1 - q_2)q_1 - q_1 \rightarrow \max_{q_1 \geq 0}$$

Условия первого порядка⁵ имеют вид:

$$\begin{cases} 3 - 2q_1 - q_2 \leq 0 \\ 3 - 2q_1 - q_2 = 0, q_1 > 0 \end{cases}$$

Функция реакции фирмы 1 имеет вид:

$$q_1 = f(q_2) = \begin{cases} \frac{3 - q_2}{2}, q_2 < 3 \\ 0, q_2 \geq 3 \end{cases}$$

Фирмы 1 и 2 имеют одинаковые функции издержек, поэтому функция реакции фирмы 2 выглядит точно так же:

$$q_2 = g(q_1) = \begin{cases} \frac{3 - q_1}{2}, q_1 < 3 \\ 0, q_1 \geq 3 \end{cases}$$

Как следует из соображений симметрии, в равновесии объемы выпуска фирм равны и положительны. Равновесные (по Курно) объемы выпуска находим как решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} q_1 = \frac{3 - q_2}{2} \\ q_2 = \frac{3 - q_1}{2} \end{cases}$$

Получим, что $q_1^* = 1, q_2^* = 1, \pi_1^* = 1, \pi_2^* = 1$.

Комментарий: пункт 1.1. можно решить и без использования производной. Целевая функция фирмы 1 квадратичная относительно q_1 : ее график – парабола с ветвями, ориентированными вниз (поскольку старший коэффициент отрицательный), поэтому функция имеет глобальный максимум в вершине. Учитывая ограничение $q_1 \geq 0$, находим функцию реакции фирмы 1. Аналогичным образом может быть найдена функция реакции фирмы 2.

Отметим, что в данном случае имеет место именно внутреннее равновесие: иными словами, $q_1^* > 0, q_2^* > 0$. Действительно, если хотя бы одна фирма (например, фирма 1)⁶ ничего не производит ($q_2^* = 0$), то задача фирмы 2 (монополиста) принимает вид

$$(4 - q_2)q_2 - q_2 \rightarrow \max_{q_1 \geq 0}$$

Условия первого порядка имеют вид:

$$\begin{cases} 3 - 2q_2 \leq 0 \\ 3 - 2q_2 = 0, q_2 > 0 \end{cases}$$

Ясно, что в таком случае $q_2^* = \frac{3}{2}$, но тогда $3 - 2 \cdot 0 - \frac{3}{2} > 0$, противоречие.

⁵Необходимые и достаточные в силу строгой вогнутости целевой функции

⁶Аналогичные рассуждения справедливы для случая $q_2^* = 0$

1.2. Пусть фирма 2 принимает решение о создании $n \geq 1$ дочерних фирм: присвоим им номера $3, 4, \dots, n + 2$. В таком случае на рынке конкурируют по Курно $(n + 2)$ фирмы:

- n дочерних фирм;
- фирмы 1 и 2, которые функционировали в отрасли изначально.

Запишем задачу i -ой фирмы ($i \in \{1, 2, 3, \dots, n + 2\}$):

$$(4 - q_1 - q_2 - q_3 - \dots - q_i - \dots - q_{n+2})q_i - q_i \rightarrow \max_{q_i \geq 0}$$

Условия первого порядка имеют вид:

$$\begin{cases} 3 - q_1 - q_2 - q_3 - \dots - 2q_i - \dots - q_{n+2} \leq 0 \\ 3 - q_1 - q_2 - q_3 - \dots - 2q_i - \dots - q_{n+2} = 0, q_i > 0 (*) \end{cases}$$

Вновь воспользуемся соображениями симметрии: в равновесии объемы выпуска всех фирм равны и положительны.

Поступим следующим образом: прибавим к обеим частям равенства (*) величину $2q_i$, а затем поделим обе части равенства на 2. Получим

$$q_i = \frac{3}{2} - \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_{i-1} + q_{i+1} + \dots + q_{n+2}}{2} (**)$$

Перепишем равенство (**) в виде

$$q_i = \frac{3}{2} - \frac{(n+1)q_i}{2}$$

Получим, что

$$q_1 = q_2 = \dots = q_i = \dots = q_{n+2} = \frac{3}{n+3}$$

Тогда

$$Q \sim = (n+2)q_i = \frac{3(n+2)}{n+3}, p = 4 - Q \sim = \frac{n+6}{n+3}, \pi_i = (p-1)q_i = \frac{9}{(n+3)^2}$$

Заметим, что прибыль всех дочерних фирм и прибыль фирмы 2 – это суммарная прибыль всего рынка, за исключением одной фирмы, т. е.

$$\pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_{n+2} = (n+1)\pi_i = \frac{9(n+1)}{(n+3)^2}$$

Максимум этой величины и будет искать фирма 2 (конечно, $n \in \mathbb{N}$). Далее можно действовать по-разному.

Способ 1. Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{x+1}{(x+3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$. Производная $f'(x) = \frac{1-x}{(x+3)^3}$ данной функции обращается в нуль в точке $x = 1$ и не существует при $x = -3$. Функция возрастает на тех промежутках, где производная положительна: $(-3, 1)$. Функция убывает на тех промежутках, где производная отрицательна: $(-\infty, -3)$, $(1, +\infty)$. Функция имеет максимум в точке $x = 1$.

Вернемся к исходной задаче: получаем, что $n^* = 1$, причем требование $n \in \mathbb{N}$ выполнено.

Способ 2. Максимум можно найти и без знания производной – например, так:

$$\frac{n+1}{(n+3)^2} = \frac{m}{(m+2)^2} = \frac{m}{m^2+4m+4} = \frac{m}{m+4+\frac{4}{m}} \rightarrow \max_{m \geq 1} \Leftrightarrow m + \frac{4}{m} \rightarrow \min_{m \geq 1}$$

$$m + \frac{4}{m} = (\sqrt{m})^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{m}}\right)^2 - 2\sqrt{m} \frac{2}{\sqrt{m}} + 2\sqrt{m} \frac{2}{\sqrt{m}} = \left(\sqrt{m} - \frac{2}{\sqrt{m}}\right)^2 + 4 \rightarrow \min_{m \geq 1}$$

$$\sqrt{m} - \frac{2}{\sqrt{m}} = 0, \quad m = 2, \quad n^* = m - 1 = 1$$

Итак, фирме 2 выгодно создать одну дочернюю фирму.

Замечание. Этот пункт можно решить несколько иначе, если считать, что n есть число всех фирм, функционирующих на рынке, среди которых $(n - 2)$ дочерних фирмы, а не только дочерних фирм. В таком случае, действуя аналогично, получим

$$q_i = \frac{3}{n+1}, Q^{\sim} = nq_i = \frac{3n}{n+1}, p = 4 - Q^{\sim} = \frac{n+4}{n+1}, \pi_i = (p-1)q_i = \frac{9}{(n+1)^2}$$

и, кроме того,

$$\pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_n = (n-1)\pi_i = \frac{9(n-1)}{(n+1)^2}$$

Получим, что $n^* = 3$. Значит, фирме 2 выгодно создать одну дочернюю фирму.

1.3. Очевидно, что фирма 2 точно не будет создавать больше одной дочерней фирмы (см. пункт (2) задачи): если в отсутствие издержек на создание новых фирм она открывает только одну фирму, то при ненулевых издержках она может пересмотреть своё решение разве что в меньшую сторону. А именно: она вообще не будет открывать дочерние фирмы. Ясно, что в таком случае достаточно лишь сравнить прибыли в двух ситуациях – когда дочерних фирм нет и когда дочерняя фирма одна – и выбрать наибольшую.

- Если фирма 2 не открывает дочерние фирмы, то $\pi_2 = 1$ (см. пункт 1.1.)
- Если фирма 2 открывает одну дочернюю фирму, то

$$\pi_2 + \pi_3 = \frac{9}{8} = 1,125$$

Разница прибылей составляет 0,125 д. е.

Таким образом, если $X < 0,125$, то фирма 2 создаёт единственную дочернюю фирму, а если $X > 0,125$, то фирма 2 вовсе не создаёт дочерних фирм; в точности при $X = 0,125$ фирме 2 безразлично, создать одну дочернюю фирму или не создавать нисколько.

Критерии оценивания

1.1. (8 баллов)

- Найден равновесный объем выпуска q_1^* фирмы 1 – 2 балла
- Найден равновесный объем выпуска q_2^* фирмы 2 – 2 балла
- Найдена равновесная прибыль π_1^* фирмы 1 – 2 балла
- Найдена равновесная прибыль π_2^* фирмы 2 – 2 балла

Предполагается, что решение участника содержит: аккуратную постановку задач оптимизации, запись необходимых и достаточных условий экстремума, запись функций реакции, процедуру поиска равновесия как решения системы линейных уравнений.

Баллы снижались в случае, если были допущены следующие недочеты (за каждый недочет снимался 1 балл):

- а) участник не проверил достаточные условия максимума (например, забыл указать, что ветви параболы ориентированы вниз)

б) при записи функций реакции участник забыл указать, что $q_1 = 0$ при $q_2 \geq 3$ или $q_2 = 0$ при $q_1 \geq 3$ (если не указано и то, и то – штраф 2 балла)

с) участник не проверил, что возможно лишь внутреннее равновесие

Если же участник...

1) представил график, на котором изображены две кривые реакции, пересекающиеся в точке, соответствующей положительным (и равным) объемам выпуска И/ИЛИ

2) представил аккуратное доказательство (наподобие приведенного в решении)

И/ИЛИ

3) употребил понятие симметрии⁷,

то балл за пункт с) НЕ снимается

Если решение участника в целом неверное, но содержит тем не менее минимальные продвижения, то оно может быть оценено в 1 – 2 балла.

1.2. (12 баллов) При любом из описанных выше способов решения:

- Найден равновесный выпуск q_i^* i -ой фирмы – 3 балла
- Найдена равновесная прибыль π_i^* i -ой фирмы – 3 балла
- Найдена равновесная прибыль π_2^* фирмы 2 (с учетом прибыли дочерних фирм) – 3 балла
- Определено оптимальное число дочерних фирм – 3 балла

Если 1) решение участника содержит грамотный разбор каких-либо частных случаев ИЛИ 2) решение участника в целом неверное, но содержит тем не менее минимальные продвижения, то оно может быть оценено в 1 – 4 балла.

1.3. (5 баллов) Упомянется идея сравнения прибыли для двух случаев (отсутствие дочерних фирм, одна дочерняя фирма) – 2 балла

Указано, при каких значениях X выгодно/невыгодно открывать дочернюю фирму – 3 балла

Задание 2 (25 баллов). Устойчивый экономический рост

2.1. (9 баллов) Рассмотрим динамику капитала:

$$K_t = 0,9K_{t-1} + I_{t-1} = 0,9K_{t-1} + S_{t-1} = 0,9K_{t-1} + sY_{t-1} = 0,9K_{t-1} + 0,45\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}$$

Перейдём (пока в общем виде) к динамике капиталовооружённости:

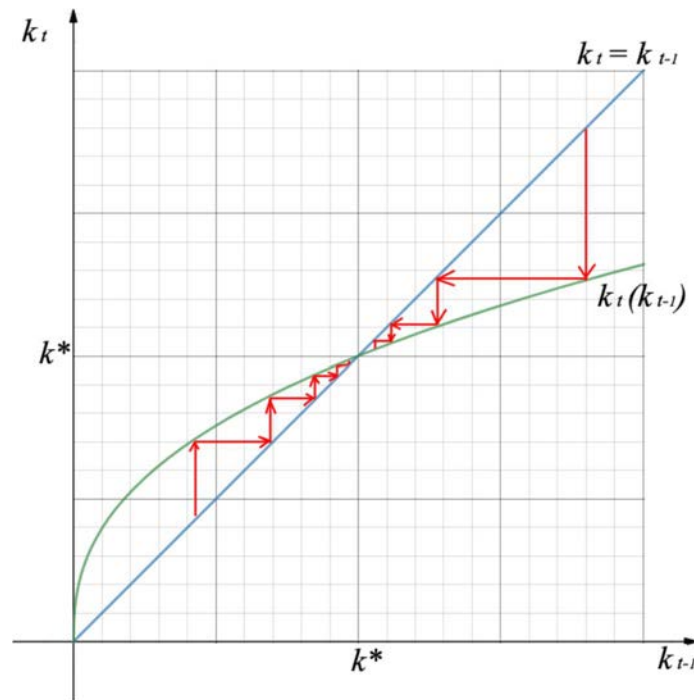
$$\begin{aligned} k_t = \frac{K_t}{L_t} &= \frac{0,9K_{t-1} + 0,45\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}}{L_t} = 0,9\frac{K_{t-1}}{L_t} + 0,45\frac{\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}}{L_t} = \\ &= 0,9\frac{K_{t-1}}{L_t} \frac{L_{t-1}}{L_{t-1}} + 0,45\frac{\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}}{L_t} \frac{\sqrt{L_{t-1}}}{\sqrt{L_{t-1}}} = 0,9\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \frac{L_{t-1}}{L_t} + 0,45\frac{\sqrt{K_{t-1}}}{\sqrt{L_{t-1}}} \frac{L_{t-1}}{L_t} = \\ &= 0,9k_{t-1} \frac{L_{t-1}}{L_t} + 0,45\sqrt{k_{t-1}} \frac{L_{t-1}}{L_t} \end{aligned}$$

Если рабочая сила постоянна, то $L_t = L_{t-1} = L = const$, тогда $\frac{L_{t-1}}{L_t} = 1$, а значит,

⁷ Аккуратное математическое обоснование симметричности равновесия и положительности объемов выпуска в данной модели от участника НЕ требуется

$$k_t = 0,9k_{t-1} + 0,45\sqrt{k_{t-1}}.$$

Это и есть траектория капиталовооружённости – зависимость текущей капиталовооружённости от её значения в предыдущем периоде. Движение в сторону равновесия показано на рисунке:



2.2. (6 баллов) Со временем уровень капиталовооружённости стабилизируется:

$$k_t = k_{t-1} = k = const$$

$$k = 0,9k + 0,45\sqrt{k}.$$

Решив уравнение, найдём капиталовооружённость в стационарном состоянии: $k^* = 20,25$. Заметим, что ВВП можно представить как

$$Y_t = \sqrt{K_t L_t} = \frac{\sqrt{K_t L_t} \sqrt{L_t}}{\sqrt{L_t}} = \frac{\sqrt{K_t}}{\sqrt{L_t}} L_t = \sqrt{k_t} L_t$$

Это значит, что в стационарном состоянии (когда k_t не меняется) выпуск будет пропорционален рабочей силе. В данном случае рабочая сила постоянна, поэтому ВВП тоже будет постоянной во времени величиной. Соответственно, потребление на душу населения, равное $c_t = \frac{(1-s)Y_t}{L_t} = (1-s)\sqrt{k_t}$, также будет являться постоянной величиной, не меняющейся во времени.

2.3. (10 баллов) Вся динамика идентична пунктам **2.1.** и **2.2.** до уравнения

$$k_t = 0,9k_{t-1} \frac{L_{t-1}}{L_t} + 0,45\sqrt{k_{t-1}} \frac{L_{t-1}}{L_t}$$

Рабочая сила теперь изменяется по закону $L_t = 1,2L_{t-1}$, тогда $\frac{L_{t-1}}{L_t} = \frac{1}{1,2}$, а значит,

$$k_t = 0,9k_{t-1} \frac{1}{1,2} + 0,45\sqrt{k_{t-1}} \frac{1}{1,2} = \frac{3}{4}k_{t-1} + \frac{3}{8}\sqrt{k_{t-1}}$$

Это новая траектория капиталовооружённости – в условиях роста рабочей силы. Со временем уровень капиталовооружённости стабилизируется, т. е. $k_t = k_{t-1} = k = const$:

$$k = \frac{3}{4}k + \frac{3}{8}\sqrt{k}$$

Решив уравнение, найдём капиталовооружённость в стационарном состоянии: $k^* = 2,25$. Вспомнив, что ВВП можно представить как $Y_t = \sqrt{k_t}L_t$, можно увидеть, что в стационарном состоянии (когда k_t не меняется) выпуск равен произведению константы на рабочую силу, растущую постоянным темпом. Это значит, что ВВП тоже будет расти постоянным темпом – таким же, как рабочая сила. Но потребление на душу населения $c_t = (1 - s)\sqrt{k_t}$ будет по-прежнему постоянным: для роста потребления на человека необходим технический прогресс в виде роста производительности, который в данной задаче отсутствует.

Критерии оценивания

2.1. Всего за пункт – 9 баллов:

- Выписано соотношение $K_t(K_{t-1})$ – 1 балл
- Выполнен переход к соотношению $k_t(k_{t-1})$ – 3 балла
- График – 5 баллов, в том числе:
 - Изображена вогнутая линия $k_t(k_{t-1})$ – 1 балл
 - Проведена прямая линия $k_t = k_{t-1}$ – 2 балла
 - Показана устойчивость равновесия (движение в направлении k^* -«ступеньки») – 2 балла

2.2. Всего за пункт – 6 баллов:

- Составлено уравнение относительно k^* – 1 балл
- Решено уравнение – найдено k^* – 1 балл
- Показано и как-либо обосновано, что $\frac{\Delta Y_t}{Y_t} = \frac{\Delta L_t}{L_t} = 0$, – 2 балла
- Отражена формула потребления на душу населения $c_t = (1 - s)\frac{Y}{L}$ – 1 балл
- Показано, что $\frac{\Delta c_t}{c_t} = 0$, – 1 балл

2.3. Всего за пункт – 10 баллов:

- Выписано соотношение $k_t(k_{t-1})$ – 4 балла
- Составлено уравнение относительно k^* – 1 балл
- Решено уравнение – найдено k^* – 1 балл
- Показано, что $\frac{\Delta Y_t}{Y_t} = \frac{\Delta L_t}{L_t} = 0,2$, – 1 балл
- Показано, что $\frac{\Delta c_t}{c_t}$, – 1 балл
- Комментарий о результатах пунктов (2) и (3) – 2 балла

Арифметическая ошибка приводит к потере 1 балла немедленно, а далее в зависимости от того, насколько сильно ошибка исказила решение и ответ.

Задание 3 (25 баллов). Госдолг

3.1. (7 баллов) Государство с помощью государственных закупок может в основном воздействовать на краткосрочную динамику выпуска. Поэтому основной целью деятельности может служить сглаживание экономических колебаний, в частности, уменьшение периодов и глубины спада в случае наступления кризиса. Заимствования могут выступать важным элементом стабилизационной экономической политики. Так, увеличение расходов бюджета и налоговые льготы помогают стимулировать спрос в

экономике, тем самым положительно влияя на экономическую активность и, как следствие, рост выпуска, помогая тем самым преодолеть кризис. Таким образом, во время спада правительство склонно иметь дефицитный бюджет, в силу того что налоговые сборы сокращаются, а трансферты и государственные закупки увеличиваются, сводится с дефицитом, и одним из способов его финансирования являются именно займы со стороны государства, что приводит к постепенному накоплению государственного долга.

Критерии оценивания

- За мысль о том, что государственная политика направлена на стимулирование выпуска (без дальнейших продвижений в нужную сторону) +2 балла
- Предыдущая идея плюс обоснованное суждение о том, что налоговых поступлений в силу каких-либо ограничений недостаточно, и мы не можем к ним прибегнуть для финансирования расходов +2 балла
- Если дополнительно говорится о том, что государственная политика направлена на стабилизацию экономики или выпуска в период кризиса (а не для достижения долгосрочного роста) +3 балла

Замечания:

Альтернативные объяснения (например, про стратегическое накопление долга, когда политик берет большой долг для каких-либо целей, понимая, что выплачивать этот долг придется уже другому) могут быть засчитаны при условии наличия полного и правильного аргумента.

Аргумент «госрасходы позволяют развивать экономику» без пояснений, что это значит, засчитывался в 1 балл, поскольку слишком много всего может подразумеваться под «развитием» (возможно, кто-то считает развитым государство, в котором ничего не производится и люди только отдыхают).

Аргументы, что инфляция обесценит госдолг, или что нам его могут простить, или что мы уже взяли долг и теперь надо платить, не засчитываются. Во всех перечисленных случаях долг либо берется просто ради того, чтобы взять. Но куда идут эти деньги, либо куда уже ушли в случае с уже накопленным долгом, не говорится. Помимо этого, никто не берет в долг для того, чтобы наладить политические взаимоотношения, мотивировать страну-кредитора заботиться о экономическом развитии заемщика.

Аргумент про внезапные расходы на войну не засчитываются, потому что война – это не экономическая причина возникновения и накопления долга, поскольку она навязана внешними факторами/другой страной. Это не внутреннее решение правительства, вызванное какими-либо экономическими процессами либо экономической выгодой.

3.2. (5 баллов) Ответ и критерии оценивания

- Государство заимствует деньги на финансовом рынке (+1 балл)
- При этом, выходя на рынок, оно увеличивает спрос на заемные средства (+1 балл)
- Рост спроса приводит к увеличению ставки процента (+1 балл)
- Чем выше ставка, тем меньше инвестиций соответствуют более высокой норме доходности (+1 балл)
- В результате инвестиции сокращаются при росте ставки процента (+1 балл)

Полный балл за пункт ставился за подробное и полное объяснение экономического механизма эффекта.

Замечание: Ответ, аналогичный «часть инвесторов переключится с инвестирования в частные проекты на инвестирование в государственные облигации, потому что они менее рискованные, из-за чего частные инвестиции снижаются» оценивается в 3 балла,

поскольку размер оттока денег будет зависеть от степени неприятия риска инвесторами, а также эффект на ставку и т.п. может влиять на общую сумму инвестиций и не очевидно, что суммарно инвестиции точно упадут.

3.3. (5 баллов) Рост займов государства увеличивает CF (денежный поток), поэтому счет текущих операций должен уменьшаться. Это означает сокращение чистого экспорта, которое происходит за счет укрепления курса национальной валюты из-за возросшего притока иностранных активов по счету движения капитала.

Критерии оценивания

- Государство может заимствовать деньги за рубежом, поэтому увеличивается приток капитала в экономику (CF растет) (+1 балл)
- Приток иностранных средств увеличивает спрос на отечественную валюту (+1 балл)
- Возросший спрос приводит к ее укреплению (+1 балл)
- Укрепление курса приводит удорожанию отечественных товаров на мировом рынке (+1 балл)
- Удорожание товаров приводит к снижению чистого экспорта и счета текущих операций (+1 балл)

Замечания. Если из неправильной логики неправильно получен какой-то из выводов, то баллы не ставятся (например, что выросло предложение валюты, поэтому национальная валюта укрепляется). Однако если после этого дальше верные цепочки, то балл за соответствующую часть ставим. Верные альтернативные объяснения также засчитывались (сказано, что увеличилось предложение иностранной валюты, а не спрос на национальную; либо цепочка начинается не с того, что государство заимствует за рубежом, а с того, что растет ставка процента внутри страны и поэтому увеличивается приток капитала; сделано предположение о фиксированном валютном курсе и идут рассуждения про, что ЦБ для его поддержания увеличивает ЗВР и т.д.).

3.4. (8 баллов)

1. Влияние роста на накопление долга. Когда в стране кризис и из-за этого наблюдаются низкие темпы роста, как было сказано выше, правительство пытается стимулировать экономику и вернуть ее ближе к потенциальному уровню выпуска, для чего увеличивает расходы при сниженных налоговых поступлениях.

2. Влияние долга на рост. Большой госдолг может приводить к возникновению долгового кризиса – это ситуация, в которой государство не может расплачиваться по своим текущим обязательствам. В этом случае инвесторы не захотят выдавать государству новый долг (поскольку государство уже не может его обслуживать), а построить государственный бюджет без дефицита для страны не представляется возможным (ограничение в виде кривой Лаффера для налоговых сборов, расходные обязательства бюджета и т.д.). Поэтому в государстве возникает необходимость проводить политику, связанную со структурными изменениями в формировании бюджета (это, в частности, подразумевает резкое сокращение расходов и увеличение собираемости налогов). Помимо непосредственного отрицательного воздействия от таких мер, возникает недоверие со стороны внешних и внутренних экономических агентов, падает внутренний спрос, что может провоцировать возникновение валютного (иностранцы выводят деньги, внутренние пользователи могут предпочесть хранить сбережения в валюте другой страны), банковского кризиса (государственные облигации являются важным активом для всех финансовых институтов, и поэтому дефолт может негативно сказаться на данной отрасли), сокращение внутреннего спроса и т.д. Все это ведет к падению темпов экономического роста в стране. Таким образом, большой уже накопленный долг может

приводить к долговым кризисам, которые провоцируют большую экономическую нестабильность и сокращают темпы роста выпуска.

Критерии оценивания

За каждую из связей 4 балла: полный балл за полную и верно описанную логическую цепочку, по 2 балла за каждую из идей в цепочке. Баллы могут быть снижены, если идея описана не полностью или с ошибками.

Задание 4 (25 баллов). Налоги и пошлины**Общее решение для всех пунктов.**

Во-первых, предложение отечественных производителей после введения внутреннего потоварного налога изменится: $q_s^{new} = q_s(p - y) = 2(p - y)$. Во-вторых, импортная пошлина фактически означает соответствующий рост равновесной цены в малой открытой экономике: если без пошлины цена в стране N была равна $p_w = 16$, то с ней цена повысится до $p_w + x = 16 + x$. Таким образом, количество, произведённое отечественными производителями, составит

$$q_h = q_s^{new}(p + x) = q_s^{new}(16 + x) = 2(16 + x - y)$$

Соответственно, объём импорта – это разница между величиной спроса по цене $p_w + x$ и величиной предложения со стороны отечественных производителей по этой же цене:

$$q_f = q_d(16 + x) - q_s^{new}(16 + x) = 72 - 16 - x - 2(16 + x - y) = 24 - 3x + 2y$$

Теперь можно записать налоговые поступления по каждому налогу:

$$T_x = q_f x = (24 - 3x + 2y)x \quad T_y = q_h y = 2(16 + x - y)y$$

Соответственно, федеральные и региональные власти максимизируют

$$F = T_y + \sigma T_x \quad R = (1 - \sigma)T_x$$

4.1. Чтобы узнать наилучший отклик федерального правительства на любое решение регионального, максимизируем F по y , считая x заданным:

$$\begin{aligned} F(y) &= 2(16 + x - y)y + \sigma(24 - 3x + 2y)x = \dots = \\ &= (32 + 2(1 + \sigma)x)y - 2y^2 + \sigma x(24 - 3x) \rightarrow \max_{y \geq 0} \end{aligned}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, решением является

$$y^*(x) = 8 + \frac{1 + \sigma}{2}x$$

Чтобы узнать наилучший отклик регионального правительства на любое решение федерального, максимизируем R по x , считая y заданным:

$$R(x) = (1 - \sigma)(24 - 3x + 2y)x \rightarrow \max_{x \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, решением является

$$x^*(y) = 4 + \frac{y}{3}$$

В равновесии оба полученных условия выполняются одновременно: федералы оптимальным образом реагируют на действия регионалов, а регионалы оптимальным образом реагируют на действия федералов (т. е. никому невыгодно отклоняться от своей стратегии). Значит, равновесие будет описываться следующей системой:

$$\begin{cases} y = 8 + \frac{1 + \sigma}{2}x \\ x = 4 + \frac{y}{3} \end{cases}$$

Решив линейную систему относительно налоговых ставок, считая σ параметром, получим

$$x^* = \frac{40}{5 - \sigma} \quad y^* = 12 \frac{5 + \sigma}{5 - \sigma}$$

4.2. Региональное правительство будет выбирать ставку своего налога, зная, как на этот выбор отреагирует федеральное правительство. Когда федералы будут принимать решение, им будет известно про выбор регионалов, т. е. чтобы узнать, как отвечает федеральная власть на выбор региональной, нужно максимизировать F по y , считая x заданным. Это уже было сделано в пункте (1):

$$y^*(x) = 8 + \frac{1 + \sigma}{2} x$$

Региональные власти это знают и будут максимизировать свою функцию с учётом этого:

$$\begin{aligned} R(x) &= (1 - \sigma)(24 - 3x + 2y)x = (1 - \sigma) \left(24 - 3x + 2 \left(8 + \frac{1 + \sigma}{2} x \right) \right) x = \dots = \\ &= (1 - \sigma)(40 - (2 - \sigma)x)x \rightarrow \max_{x \geq 0} \end{aligned}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, решением является

$$x^* = \frac{20}{2 - \sigma}$$

Значит, ставка федерального налога составит

$$y^* = 8 + \frac{1 + \sigma}{2} \frac{20}{2 - \sigma} = \dots = 2 \frac{13 + \sigma}{2 - \sigma}$$

4.3. Легко видеть, что в обоих пунктах обе ставки возрастают по σ : чем больше регионального налога отбирает федеральная власть, тем больше будут ставки налогов. В данном случае это так, потому что налогами облагаются «конкурирующие» виды деятельности – импорт и национальное производство. Очевидно, что при повышении ставки налога на внутреннее производство импорт становится относительно более выгодным. При $\sigma = 0$ федеральная власть максимизировала только свои сборы, без оглядки на сборы от обложения налогом импорта. Но при $\sigma > 0$ рост ставки налога на национальных производителей, как уже было сказано, автоматически увеличивает привлекательность импорта (и, соответственно, налоговые сборы с него), и федеральная власть, ранее игнорировавшая этот эффект, начинает принимать его во внимание и поднимает ставку своего налога. Высокая ставка налога на внутренних производителей «открывает дорогу» импорту и региональным властям, облагающим его налогом: увидев более высокую ставку федеральных властей и последующее переключение потребителей на импорт, региональные власти поднимут и ставку своего налога.

Критерии оценивания

Общая часть – всего 4 балла:

- Идея, что $q_s^{new} = q_s(p - y)$, – 1 балл
- Идея, что новая цена внутри страны составит $p_w + x = 16 + x$, – 1 балл
- Получена зависимость $q_h(x, y)$ – 1 балл
- Получена зависимость $q_f(x, y)$ – 1 балл

Примечание. Баллы за общую часть выставляются вне зависимости от того, в каком конкретно фрагменте решения присутствуют выкладки – в пункте **4.1.**, в пункте **4.2.** или над пунктами **4.1.** и **4.2.**, как выполнено в авторском решении.

4.1. Всего 8 баллов:

- Постановка задачи федеральной власти $F(y)$ – 1 балл
- Решение задачи федералов – нахождение их кривой реакции $y^*(x)$ – 2 балла
- Постановка задачи региональной власти $R(x)$ – 1 балл
- Решение задачи регионалов – нахождение их кривой реакции $x^*(y)$ – 2 балла
- Идея, что в равновесии оба полученных условия выполнены одновременно, – 1 балл
- Решение системы из кривых реакций – нахождение оптимальных $x^*(\sigma)$ и $y^*(\sigma)$ – 1 балл

4.2. Всего 8 баллов:

- Постановка задачи последователя – федеральной власти – 1 балл
- Решение задачи последователя – нахождение кривой реакции федералов – 2 балла

Примечание. Поскольку задача федеральной власти одинакова в пунктах **4.1.** и **4.2.**, 3 балла за постановку и решение задачи федералов в пункте **4.2.** выставляются так же и в случае, если участник просто ссылается на выкладки пункта **4.1.** и дублирует оттуда кривую реакции.

- Идея, что лидер инкорпорирует реакцию последователя в свою целевую функцию, – 1 балл
- Постановка задачи лидера – региональной власти – 1 балл
- Решение задачи лидера – нахождение оптимального $x^*(\sigma)$ – 2 балла
- Подстановка $x^*(\sigma)$ в кривую реакции федералов – нахождение оптимального $y^*(\sigma)$ – 1 балл

4.3. Всего 5 баллов:

- Указание на то, что обе ставки в обоих пунктах возрастают по σ , – 1 балл
- Комментарий, объясняющий возрастание ставок, – 4 балла

Примечание. Комментарий оценивается по схеме 0-2-4, т. е. 1 балл или 3 балла за эту часть решения не выставляются.

Штрафы:

- Отсутствие условия второго порядка – минус 1 балл, если проверка условия второго порядка отсутствует в решении (если есть хотя бы в одном случае, то баллы не снимаются).
- Арифметическая ошибка – минус 1 балл автоматически, а дальше в зависимости от того, насколько сильно она исказила решение и ответ.
- Если конкурсант решает другую модель (например, в пункте **4.1.** последовательное взаимодействие вместо одновременного либо в пункте **4.2.** перепутаны лидер и последователь) – 0 баллов за пункт.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2020–2021 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»**

8–9 классы**Задание 1 (25 баллов). Сговор**

1.1. Покажем, что при отсутствии сговора между фармацевтическими компаниями цена препарата могла вырасти в условиях совершенной конкуренции.

Наступление пандемии, как правило, вызывает у людей естественное желание обезопасить себя и повышает обеспокоенность собственными здоровьем. Кроме того, пандемия сама по себе означает рост числа больных по сравнению с обычной ситуацией. Эти обстоятельства могут приводить к росту спроса на препарат. В этом случае при неизменном предложении рост спроса приводит к увеличению равновесных цены и количества товара, если функция предложения возрастающая (см. равновесие E_1 на рисунке 1).

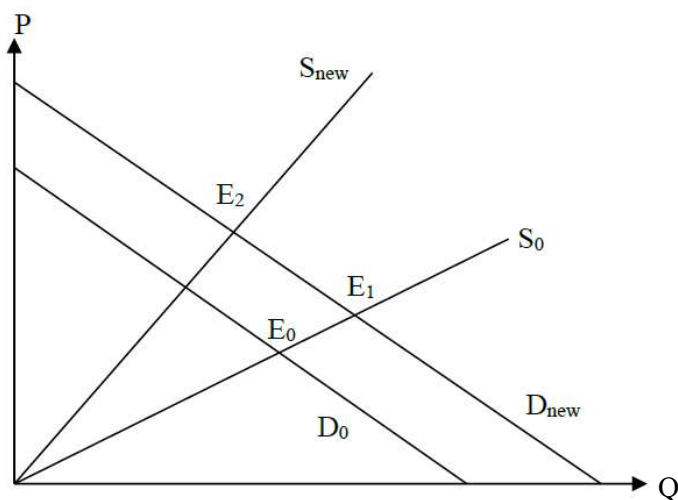


Рисунок 1

Помимо повышения спроса во время пандемии могла увеличиться стоимость компонентов, необходимых для производства препарата, что приводило бы к росту предельных издержек его производства, а значит, и к снижению предложения препарата. Рост спроса на препарат и снижение его предложения приводит к повышению цены этого товара (см. равновесие E_2 на рисунке 1).

1.2. При установлении потолка цены ниже равновесной в условиях совершенной конкуренции фармацевтические компании уменьшили бы объем продаж препарата. Рыночная цена снизилась бы и оказалась равной установленному потолку цены (см. т. E_3 на рисунке 2), поскольку все участники рынка воспринимают цены как заданные в условиях совершенной конкуренции.

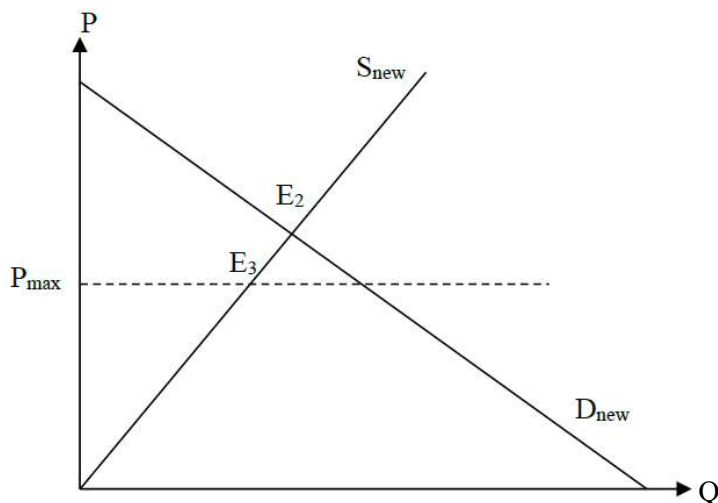


Рисунок 2

1.3. Предположим, что повышение цены было вызвано сговором между компаниями. В этом случае до введения потолка цены существовали какие-то механизмы, соглашения, которые позволяли компаниям, участвующим в ценовом сговоре, поддерживать высокую цену, не отклоняясь от нее в сторону понижения этой цены.

Установление потолка цены может привести к различным последствиям в зависимости от его уровня (хотя он в любом случае должен быть ниже цены предполагаемого сговора) и согласованности поведения компаний.

1) Рыночная цена установилась на уровне ценового потолка, на рынке нет дефицита, объем продаж увеличился.

Такое равновесие может возникать, когда установленный уровень потолка цены в точности соответствует равновесной конкурентной цене для этого рынка, или что сговор компаний по-прежнему действует, причем компании согласованно придерживаются наиболее высокой разрешенной цены.

2) Рыночная цена установилась ниже уровня ценового потолка, на рынке нет дефицита, объем продаж увеличился.

После введения ценового потолка, уровень которого ниже цены сговора, стимулы поддерживать цену на уровне этого потолка у компаний могли пропасть. В этом случае одна или несколько компаний могли решить, что им выгоднее отклониться и назначить цену препарата ниже, чем у конкурентов. Сговор разрушится, а равновесная цена препарата установится ниже ценового потолка.

3) Рыночная цена установилась на уровне ценового потолка, возник дефицит, объем продаж увеличился или уменьшился.

Такое состояние рынка может возникать, когда установленный уровень потолка оказался ниже конкурентной цены для этого рынка. Даже если сговор компаний и существовал ранее, то его соглашения уже не имеют силы.

Таким образом, если наблюдается снижение цены по сравнению с уровнем установленного государством ценового потолка, то резонно предположить, что до введения этой политики имел место ценовой сговор, и подозрения антимонопольной службы оправданы. Если же после введения регулирования цена установилась на уровне ценового потолка, то невозможно быть уверенным, что прежде имел место сговор компаний.

Критерии оценивания

1.1. Всего 10 баллов.

Приведены верные аргументы: рост спроса и снижение предложения. При этом изменения спроса и предложения могут рассматриваться по отдельности или как происходящие одновременно.	по 2 балла за каждый аргумент
Приведены корректные, т. е. соответствующие описанной в задаче ситуации, причины роста спроса и снижения предложения. Приведенные причины могут не совпадать с указанными в решении.	по 1 баллу за каждый аргумент
Верно и полно объяснены последствия роста спроса и снижения предложения (при прочих неизменных условиях), например: <ul style="list-style-type: none"> ● приведен(-ы) верный(-е) график(-и), показывающий(-ие) изменения равновесия, сделаны необходимые пояснения ● не использованы графики, но дано корректное словесное обоснование 	максимум 2 балла для каждого приведенного аргумента
Если оба приводимых аргумента корректны и полностью описаны, но	максимальный

оба относятся к спросу или оба - к предложению	балл: $5+1=6$ баллов
--	-------------------------

Штрафы:

- Приводимые графики содержат ошибки: потеря 1 балла.

1.2. Всего 8 баллов.

Указано и / или обосновано, что потолок цены устанавливается государством ниже уровня равновесной цены конкурентного рынка. Или рассмотрены несколько случаев потолка цены (выше, ниже, равного уровню конкурентной цены)	1 балл
Указано и / или обосновано, какая цена установится на рынке при каждом рассматриваемом уровне потолка цены	максимум 2 балла
Верно и полно определены последствия установления потолка цены (или установления фиксированной цены) ниже уровня равновесной цены. Например: <ul style="list-style-type: none"> ● приведен верный график, показывающий нарушение равновесия, сделаны необходимые пояснения; ● не использован график, но дано корректное словесное обоснование. 	максимум 4 балла
Сделан вывод о возможных последствиях дефицита для экономики. Например, о влиянии на благосостояние продавцов и покупателей, возникновении “черного рынка” и др.	1 балл

Штрафы:

- Приводимые графики содержат ошибки: потеря до 2 баллов.
- Допущены некорректные высказывания: потеря до 2 баллов.

1.3. Всего 7 баллов.

Рассмотрен один из возможных вариантов установления уровня потолка цен. Верно и полно рассмотрено влияние данного регулирования на установление равновесия, изменение цены и объема продаж.	max 4 балла
Рассмотрены один или несколько дополнительных вариантов установления уровня потолка цен. Верно и полно определено влияние данного регулирования на установление равновесия, изменение цены и объема продаж	max 2 балла
Проанализировано изменение общественного благосостояния и / или влияние сговора на рыночное равновесие и общественное благосостояние. Например: <ul style="list-style-type: none"> ● отмечено возможное повышение общественного благосостояния в результате регулирования; ● рассуждения проиллюстрированы графически; ● приведены верные рассуждения о влиянии ценового сговора на рыночное равновесие. 	1 балл

Штрафы:

- Не обосновано, почему при рассматриваемых уровнях потолка цены на рынке может сохраняться/нарушаться равновесие: потеря 1 балла
- Приводимые графики содержат ошибки: потеря до 2 баллов.

Задание 2. «Совместный бизнес» (25 баллов)

2.1. Вычислить заработную плату, которую предлагает работодатель Андрею и Борису, можно, учитывая, что 25% бухгалтерской прибыли равноценны для Андрея работе по найму.

Бухгалтерская прибыль совместного бизнеса вычисляется как разница между выручкой и затратами (переменными и постоянными (косвенными)):

$$(P_X - VC_X) \cdot Q_X + (P_Y - VC_Y) \cdot Q_Y + (P_Z - VC_Z) \cdot Q_Z - FC = \\ (5 - 2) \cdot 80 + (10 - 5) \cdot 100 + (20 - 12) \cdot 90 - 50 = 960.$$

При распределении долей по предложению Бориса Андрею все равно, что выбрать: бизнес или работу (с заработной платой m): $960 \cdot 0,25 - m = 0$. Откуда зарплата, предложенная работодателем: $m = 240$.

Экономическая прибыль отличается от бухгалтерской на величину альтернативных издержек. Альтернативные доходы друзей в случае отказа от собственного бизнеса:

- у Андрея – зарплата в размере $m = 240$;
- у Бориса – зарплата плюс доход от сдачи помещения в аренду: $m + 192$.

Потенциальную арендную плату можно определить путем сопоставления с экономией на косвенных расходах: $692 - 500 = 192$. Тогда альтернативный доход Бориса $m + 192 = 240 + 192 = 432$.

Пусть d_A, d_B – доли Андрея и Борис в бизнесе соответственно. Тогда экономическая прибыль каждого из друзей вычисляется следующим образом:

- у Андрея: $960 \cdot d_A - m$;
- у Бориса: $960 \cdot d_B - m - 192 = 960 \cdot (1 - d_A) - m - 192$.

Андрей предлагает распределение, при котором экономическая прибыль у друзей одинаковая: $960 \cdot d_A - 240 = 960 \cdot (1 - d_A) - 240 - 192$. Откуда $d_A = 0,4, d_B = 1 - d_A = 0,6$.

Андрей предложил следующие доли 40% – себе, 60% – Борису.

Критерии оценивания

2.1. За каждую арифметическую ошибку, которая не привела к искажению результатов, снимается 1 балл.

За нахождение бухгалтерской прибыли можно получить:

- 7 баллов, если вычисления верные и есть все пояснения к решению;
- Только 5 баллов, если вычисления должным образом не пояснены, но понятны;
- Только 4 балла, если рассчитана только прибыль в случае, когда не используется помещение Бориса;
- Только 2 балла, если не учитываются косвенные затраты.
- 0 баллов, если продемонстрирован концептуально неверный подход к вычислению прибыли.

За вычисление зарплаты Андрея, согласно предложению Бориса, можно получить:

- 5 баллов при корректном расчете и пояснении решения;
- Только 3 балла, если есть рассуждение о том, что 25% прибыли равно зарплате Андрея, но расчеты отсутствуют;
- Только 2 балла, если при расчете зарплаты использована не бухгалтерская прибыль или нет пояснения, почему зарплата равна 25% прибыли.

За вычисление экономической прибыли можно получить:

- 5 баллов при корректном вычислении экономической прибыли друзей или их альтернатив;

- Только 3 балла, если расчет экономической прибыли правильный, но нет пояснения, откуда взялись числа 240 и 192. Нет пояснения, что это выгода от альтернативного использования ресурсов. Или не сказано, что Борис может сдавать помещение в аренду и получать от этого доход.

За вычисление долей прибыли, предложенных Андреем, можно получить:

- 8 баллов при корректном расчете долей участников при наличии необходимых пояснений;

- Только 4 балла, если есть рассуждение о разнице в долях из-за возможности сдавать помещение в аренду и правильно вычислена «бонусная» доля Бориса – 20%, но ничего не сказано о разнице в экономической прибыли друзей.

- Только 2 балла, если есть рассуждение о разнице в долях из-за возможности сдавать помещение в аренду и неверно вычислена «бонусная» доля Бориса – 20%, или не вычислена эта доля. Кроме того, ничего не сказано о разнице в экономической прибыли друзей.

- 0 баллов – если участник, не проводя вычислений, говорит о разном вкладе друзей в бизнес или пишет, что Борис несёт издержки по аренде помещения самостоятельно (нет ни слова о неявном характере этих издержек или возможности сдавать помещение в аренду в случае работы по найму).

Задание 3 (25 баллов). Удаленка

3.1. Использование дистанционной (удаленной) работы может сопровождаться для компании как ростом выгод (снижением издержек), так и ростом издержек. Чтобы компания стала более масштабно использовать дистанционный формат работы сотрудников, необходимо, чтобы выгоды от такого решения превышали издержки. Компании могли считать, что переход на дистанционный формат работы сотрудников (части или всех) для них не будет выгоден в силу следующих причин.

1. Компании опасались, что сотрудники будут хуже работать без очного контроля за их деятельностью.

2. Компании опасались, что не смогут организовать эффективное взаимодействие сотрудников между собой и с клиентами (контрагентами).

3. Инвестиции в подобный вариант деятельности ранее были неэффективными, т. е. издержки перехода на дистанционный формат были выше получаемых выгод.

4. Ранее были недостаточно развиты технологии удаленной работы (видеоконференции, средства совместной работы, средства удаленной работы и т. п.), что не позволяло обеспечить необходимый уровень производительности.

5. Компании не были достаточно осведомлены о способах организации дистанционной работы сотрудников.

3.2. В условиях карантина многие компании были вынуждены перевести всех или часть своих сотрудников на дистанционный формат работы. После частичного или полного снятия ограничений некоторые компании приняли решение о сохранении (частичном или полном) дистанционного формата работы сотрудников по следующим причинам.

1. Во время карантина компании обнаружили, что при дистанционном формате им удается сохранить эффективность процесса работы сотрудников (взаимодействие между ними, с внешними агентами, и т. п.).

2. Во время карантина компании обнаружили, что при дистанционном формате им удается осуществлять эффективный контроль за производительностью и результатами работы сотрудников.

3. Компании могут сократить издержки на аренду и обслуживание своих офисов, транспорт для сотрудников (если он ранее предоставлялся).

4. Компании могут испытывать беспокойство о здоровье сотрудников (в том числе, об их работоспособности), т. к. эпидемия коронавируса пошла на убыль (возможно, временно), но все еще имеет место.

5. Ожидание «следующей волны» (и последующих волн) коронавируса может отодвинуть срок возвращения компаниями сотрудников в офисы, поэтому компаниям может быть выгоднее продолжать работу удаленно, а не вернуться в офис на небольшой срок и потом снова перейти на дистанционный формат.

6. Компании во время карантина при переходе на дистанционный формат работы были вынуждены совершить определенные расходы (покупать оборудование, компьютерные программы, менять организационные процессы в компании и т.п.). После снятия карантина компаниям может быть экономически выгодно оставить сотрудников на удаленной работе с учетом того, что подобные расходы компании уже понесли.

7. При работе в дистанционном формате компании могут привлекать сотрудников из более широкого множества потенциальных кандидатов на рабочие места, поэтому могут нанимать более квалифицированных сотрудников (например, из других регионов).

Для каждого из пунктов 3.1. и 3.2. возможны и другие верные варианты ответа, в которых дается объяснение с точки зрения экономики (выгод и издержек компании).

Критерии оценивания

В каждом из пунктов 3.1. и 3.2. оцениваются два лучших объяснения.

Пункт 3.1.: всего 11 баллов. Первое (лучшее) правильное объяснение оценивается в 6 баллов, второе правильное объяснение – в 5 баллов.

Пункт 3.2.: всего 14 баллов. Первое (лучшее) правильное объяснение оценивается в 8 баллов, второе правильное объяснение – в 6 баллов.

По каждому пункту:

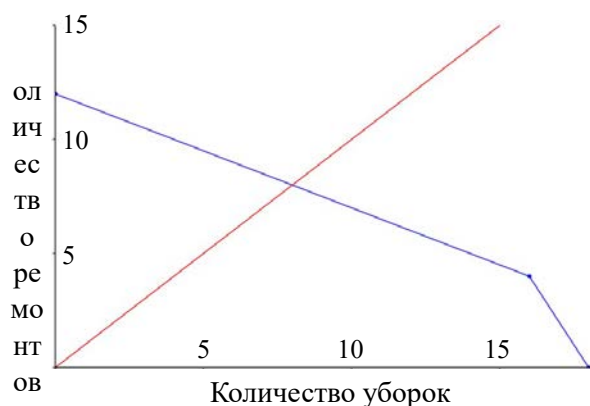
- оценка может быть снижена на 2 балла – за неполный ответ или несущественные ошибки в рассуждении;
- может быть выставлено только 2 балла – за правильно начатое, но не развернутое рассуждение.

Задание 4 (25 баллов). Услуги на дому

4.1. Пусть y – количество отремонтированных квартир, а x – количество квартир, в которых проводится генеральная уборка. Уравнение кривой производственных возможностей компании, состоящей из двух сегментов, тогда имеет вид:

$$y = \begin{cases} 12 - \frac{x}{2}, & \text{если } 0 \leq x \leq 16 \\ 36 - 2x, & \text{если } 16 \leq x \leq 18 \end{cases}$$

Точка полной специализации: $x = 16$, $y = 4$ (Альберт занимается только ремонтом, Бэлла – только уборкой).



При осуществлении комплексной услуги количество ремонтов будет равно количеству уборок: $y = x$, а для достижения максимальной выручки компания постарается использовать все возможные ресурсы. Прямая $y = x$ пересекает кривую производственных возможностей в первом сегменте, как это показано на рисунке. Тот же результат можно получить аналитически. Для этого необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x \\ y = \begin{cases} 12 - \frac{x}{2}, & \text{если } 0 \leq x \leq 16 \\ 36 - 2x, & \text{если } 16 \leq x \leq 18 \end{cases} \end{cases}$$

Откуда находим, что $y = x = 8$. Таким образом, Бэлла занимается и ремонтом, и уборкой, а Альберт только ремонтом. Выручка в этом случае: $TR = 8p_y + 8p_x = 64000 + 8p_x$, где $p_y = 8000$, p_x — цены за один ремонт и одну уборку соответственно.

Найдем выручку компании после отказа от предоставления комплексных услуг, учитывая, что $p_y = 8000$, компания предоставляет оба типа услуг и максимально эффективно использует свои ресурсы.

$$TR_{\text{отк}} = \begin{cases} p_x \cdot x + 8000y = p_x \cdot x + 8000 \left(12 - \frac{x}{2}\right) = x(p_x - 4000) + 96000, & 0 < x \leq 16 \\ p_x \cdot x + 8000y = p_x \cdot x + 8000(36 - 2x) = x(p_x - 16000) + 288000, & 16 \leq x < 18 \end{cases}$$

Заметим, что максимальная выручка при оказании обоих типов услуг могла бы быть достигнута только в следующих трех ситуациях.

1) Альберт и Бэлла стали специализироваться каждый на своем типе услуг, т. е. компания предоставляет такое количество услуг, при котором каждый выполняет то, в чем имеет сравнительное преимущество: $x = 16$, $y = 4$ (Альберт занимается только ремонтом, Бэлла — только уборкой). Это возможно при $4000 < p_x < 16000$. Поскольку известно, что выручка выросла на 9000 ден. ед., то $TR_{\text{отк}} = 16p_x + 4p_y = TR + 9000$.

Так как $p_y = 8000$, то, $TR_{\text{отк}} = 16p_x + 32000 = TR + 9000 = 8p_x + 64000$, откуда находим цену одной уборки $p_x = 5125$ ден. ед. и выручку после отказа от комплексных услуг: $TR_{\text{отк}} = TR + 9000 = 114000$ ден.ед.

2) Специализируется на ремонте только Альберт, поскольку имеет в этом сравнительное преимущество перед Бэллой, а Бэлла выполняет оба типа работ. Тогда максимальная выручка компании достижима только при $p_x = 4000$. (Иначе, при $p_x < 4000$, компания полностью отказалась бы от генеральной уборки квартир.) В этом случае максимальная выручка компании составила бы 96000, в то время как максимальная выручка при осуществлении комплекса услуг была бы равна $TR = 8p_y + 8p_x = 64000 + 8 \cdot 4000 = 96000$. Такой результат противоречил бы условию о возрастании максимальной выручки компании при отказе от комплексных услуг.

3) Специализируется на генеральной уборке только Бэлла, поскольку имеет в этом сравнительное преимущество перед Альбертом, а Альберт выполняет оба типа работ. Тогда максимальная выручка компании достижима только при $p_x = 16000$. (Иначе, при $p_x > 16000$, компания полностью отказалась бы от ремонта квартир.) В этом случае максимальная выручка компании составила бы 288000, в то время как максимальная выручка при осуществлении комплекса услуг была бы равна $TR = 8p_y + 8p_x = 64000 + 8 \cdot 16000 = 192000$. Такой результат противоречил бы условию о возрастании максимальной выручки компании на 9000 при отказе от комплексных услуг.

Итак, единственная возможность, при которой максимальная выручка возросла на 9000, когда Альберт специализируется на ремонте, а Бэлла — на генеральной уборке. При

этом цена одной уборки $p_x = 5125$ ден. ед., а выручка после отказа от комплексных услуг составит 114000 ден. ед.

Критерии оценивания

Критерий 1.

- Анализ кривой производственных возможностей (формальный или графический) – 8 баллов (3 балла за анализ для каждого из участников + 2 балла за совокупное множество производственных возможностей).
- Нет вывода уравнений границы КПВ или не обоснован вид КПВ – потеря 2 баллов за каждый сегмент.
- Не указаны ограничения на переменные, т. е. в каких пределах меняется количество уборок и ремонта на каждом сегменте (или нет ключевых точек на графике) – потеря 1 балла за одно ограничение (2 балла за сегмент).

Критерий 2.

- Определение точки комплекта ремонт + уборка – 3 балла. Определение точки комплекса услуг необоснованно – потеря 3 баллов.
- Неверная точка внутри границы КПВ с обоснованием – потеря 2 баллов.
- Неверная точка без обоснования или на другом сегменте, или вне КПВ – потеря 3 баллов

Критерий 3.

- Определение правильного набора услуг (4, 16), как точки перелома КПВ (или указание на правильную специализацию: Альберт – 4 ремонта, Бэлла – 16 уборок) – 4 балла.
- Выбор точки (4,16) недостаточно обоснован - потеря 2 баллов. Указан неправильный набор услуг – потеря 4 баллов.

Критерий 4.

- Верный расчет цены $p = 5125$ – 4 балла.
- Уравнение для расчета цены составлено неверно – потеря 4 баллов.
- Цена рассчитана неверно из-за неверного числа комплектов, но уравнение составлено верно – потеря 2 баллов.
- Цена рассчитана неверно из-за неверной формулы или оказывается неправдоподобной (меньше 4 или больше 16) – потеря 4 баллов.
- Не указана итоговая выручка (нет ответа) – потеря 2 баллов.

Критерий 5.

- Анализ невозможности получения максимальной выручки при цене $p_x \leq 4000$ (сегмент КПВ $2x + y = 24$: Альберт специализируется, Бэлла выполняет оба типа работ) – 3 балла.

Критерий 6.

- Анализ невозможности максимизации выручки при цене $p_x \geq 16000$ (сегмент КПВ $x + 2y = 36$: Бэлла специализируется, Альберт выполняет оба типа работ) – 3 балла.

10 класс**Задание 1 (25 баллов). Смешанные стратегии**

1.1. (8 баллов) Использование смешанных стратегий делает каждое конкретное действие игрока не предсказываемым для конкурента, а значит повышает его шансы на выигрыш.

Например, если бы какой-то игрок систематически выбирал действие Л, то оппонент очень быстро вычислил бы это и использовал в собственных интересах, снижая шансы игрока, который использует описанную в примере стратегию, на победу.

1.2. (9 баллов) Поскольку смешанная стратегия позволяют сделать действие игрока непредсказуемым, то для тестирования гипотезы Василию Семихатову нужно проверить, может ли действие, выбранное игроком сейчас, быть предсказано с помощью действия, которое он выбрал при предыдущем ударе. Иначе говоря, необходимо установить, есть ли какая-то систематическая последовательность действий, используемая тем или иным игроком (например, Л практически всегда после П, а Ц практически всегда после Л). Если таковая систематическая последовательность действий обнаружена, то стоит предполагать, что игрок отказался от использования смешанной стратегии в игре.

Чтобы применить такой подход, можно, например, записать последовательность действий, выбираемых каждым конкретным игроком в ходе игры, а также определить частоту использования этих действий. Затем проверить, есть ли какие-то статистически устойчивые закономерности действий игрока. Если такие закономерности не найдены, то можно предположить, что игрок использует смешанную стратегию.

1.3. (8 баллов) Приведем возможные причины.

1) В зависимости от того, на какой стадии находится игра (например, ближе к финалу), значимость выигранных очков, а следовательно, и стратегия игрока могут меняться.

2) Игроки могут обладать определенной информацией друг о друге (например, спортсмен знает, что его конкурент часто использует определенные комбинации действий). Поэтому, наблюдая начало такой комбинации у противника, игрок может предпринимать заранее заготовленные ответные действия или их комбинацию.

3) Игроки «нерациональны» и не понимают, что используемые ими стратегии, комбинации предпринимаемых ими действий в игре, недостаточны, чтобы сделать их действия непредсказуемыми для конкурента.

Критерии оценивания

1.1. Критерий 1. Объяснено, (возможно, на примере) какие преимущества дает смешанная стратегия игрокам — 4 балла.

Критерий 2. Объяснено, (возможно, на примере) почему при отказе от использования смешанной стратегии шансы на победу снижаются — 4 балла.

1.2. Критерий 1. Объяснено, (возможно, на примере) какие статистические данные необходимо собрать для такого исследования — 4 балла.

Критерий 2. Объяснено, (возможно, на примере) каким образом полученные статистические данные позволят судить о том, используется ли смешанная стратегия — 5 баллов.

1.3. Критерий 1. Приведена с пояснениями одна причина (возможно, на примере) — 4 балла.

Критерий 2. Приведена с пояснениями вторая причина (возможно, на примере) — 4 балла.

Задание 2 (30 баллов). Два завода

2.1. (10 баллов) Подставляя данные из задачи в функцию прибыли монополиста отдельно для каждого региона (так как каждый завод обеспечивает товарами свой регион) и максимизируя прибыль монополиста, получим объем выпуска и цену в каждом регионе.

В регионе А:

$$\Pi_A = P_A(q_A)q_A - TC_A(q_A) = (300 - q_A)q_A - \frac{q_A^2}{2} = 300q_A - q_A^2 - \frac{q_A^2}{2} = 300q_A - 1,5q_A^2.$$

Аналогично в регионе В:

$$\Pi_B = \left(500 - \frac{q_B}{2}\right)q_B - \left(100q_B + \frac{q_B^2}{2}\right) = 400q_B - q_B^2.$$

Замечаем, что для каждого из регионов график прибыли относительно объема выпускаемой продукции - парабола с ветвями вниз, то есть максимум достигается в вершине. Максимум прибыли достигается при объемах и ценах:

$$q_A = 100, P_A = 200, q_B = 200, P_B = 400.$$

В регионе А монополист продает 100 единиц товара по цене 200. В регионе В монополист продает 200 единиц товара по цене 400.

2.2. (20 баллов) Условие «Потребители теперь тоже могут перемещаться между регионами и покупать товар там, где он дешевле, если цены разные», означает, что монополист встречается с совокупным спросом на свою продукцию и товар в обоих регионах продается по одинаковой цене.

Найдем функцию спроса в этом случае. Обратим внимание, что в регионе А потребители согласны покупать товар при цене ниже 300, в регионе В – при цене ниже 500. Прямые функции спроса $q(P)$ в регионах имеют вид: $q_A(P_A) = 300 - P_A$, $q_B(P_B) = 1000 - 2P_B$

Совокупная функция спроса имеет вид: $Q(P) = 1000 - 2P$, если $500 \geq P \geq 300$, и $Q(P) = 1300 - 3P$, если $P < 300$, или обратная функция спроса $P(Q) = 500 - \frac{Q}{2}$, если $Q \leq 400$, и $P(Q) = \frac{1300-Q}{3}$, если $Q > 400$.

Так как монополист может теперь без дополнительных затрат перевозить товар из одного региона в другой, то он будет распределять производство товара между заводами наиболее выгодным образом: любой объем товара он будет стараться произвести с наименьшими издержками. Если всего ему нужно произвести Q единиц товара, то на заводе А он произведет количество q_A , а на заводе В – количество q_B . Тогда совокупные издержки монополиста можно записать в виде:

$$TC(q_A + q_B) = \frac{q_A^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2} = \frac{(Q - q_B)^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2}, \text{ где } q_A = Q - q_B.$$

Относительно переменной q_B график функции представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх, минимум функция достигает в вершине параболы в точке $q_B = \frac{Q}{2} - 50$. Поэтому, если на заводе В производится положительный объем продукции, что возможно только при $Q > 100$, то $q_B = \frac{Q}{2} - 50$, иначе, при $Q \leq 100$ весь объем продукции производится только на заводе А.

Действительно, если $Q = q_A + q_B \leq 100$ и $q_B > 0$, то $Q - q_B < 100$, тогда

$$TC(q_A + q_B) = \frac{q_A^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2} = \frac{(Q - q_B)^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2} = \frac{1}{2}[(Q - q_B)^2 + 2 \cdot 100q_B + q_B^2] > \frac{1}{2}[(Q - q_B)^2 + 2 \cdot (Q - q_B)q_B + q_B^2] = \frac{1}{2}[(Q - q_B) + q_B]^2 = \frac{Q^2}{2} = TC(q_A + 0).$$

То есть, издержки монополиста при $Q \leq 100$ будут меньше, если он откажется от производства на заводе в регионе В и весь объем произведет на заводе в регионе А.

Если же $Q > 100$, то на заводе в регионе А производится $q_A = \frac{Q}{2} + 50$, а остальной объем в размере $q_B = \frac{Q}{2} - 50$ будет произведен на заводе в регионе В.

Таким образом, функция издержек монополиста, который производит товар с минимальными затратами, будет иметь вид:

$$TC(Q) = \begin{cases} \frac{Q^2}{2}, & Q \leq 100 \\ \left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2 + 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) + \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2} = \frac{Q^2}{4} - 50Q - 2500, & Q > 100 \end{cases}$$

Альтернативный подход к поиску распределения объемов производства между заводами.

При любом совокупном объеме выпуска, если выпускают продукцию оба завода, то предельные издержки производства на каждом из заводов должны быть равны. Иначе стоило бы перебросить часть произведенной продукции на тот завод, где предельные издержки производства меньше, сократив при этом совокупные издержки. Поэтому, если $q_A > 0$ и $q_B > 0$, то $MC(q_A) = q_A = MC(q_B) = 100 + q_B$. Так как $q_A + q_B = Q$, то получим объем выпуска на каждом заводе: $q_A = \frac{Q}{2} + 50$ и $q_B = \frac{Q}{2} - 50$, что возможно только при $Q > 100$. Если же $Q \leq 100$, то выгоднее выпускать весь объем товара только на заводе А, поскольку предельные издержки производства на этом заводе будут не более 100, что меньше, чем на заводе В.

Теперь найдем, какое количество товара и его цена будет максимизировать прибыль монополиста, который продает товар по единой цене на двух рынках, распределяя выпуски между заводами. Запишем выражение для прибыли монополиста с учетом всех ограничений:

$$\Pi = \begin{cases} \left(500 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{Q^2}{2}, & Q \leq 100 \\ \left(500 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{\left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2}{2} - 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) - \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2}, & 100 < Q \leq 400 \\ \frac{1300 - Q}{3} \cdot Q - \frac{\left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2}{2} - 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) - \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2}, & Q > 400 \end{cases}$$

На каждом интервале по Q график функции прибыли представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, максимум достигается в вершине параболы.

Прибыль на первом интервале: $\Pi = \left(500 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{Q^2}{2}$, максимум при $Q = 250$, но найденная точка не принадлежит интервалу $Q \leq 100$.

Прибыль на третьем интервале: $\Pi = \frac{1300 - Q}{3} \cdot Q - \frac{\left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2}{2} - 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) - \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2}$, максимум при $Q = 153$, (3), но найденная точка не принадлежит интервалу $Q > 400$. Максимум прибыли достигается на интервале $100 < Q \leq 400$ при $Q = 300$, $P = 350$. Причем товар будет продаваться только в регионе В, но часть этого объема производится в регионе А, а именно, в каждом регионе будет произведено: $q_A = \frac{Q}{2} + 50 = 200$, $q_B = \frac{Q}{2} - 50 = 100$.

Посчитаем и сравним прибыль монополиста в случае наличия 2.2. и отсутствия 2.1. транспортного сообщения между регионами:

$$П_{2.2.} = 350 \cdot 300 - \frac{200^2}{2} - 100 \cdot 100 - \frac{100^2}{2} = 105000 - 20000 - 10000 - 5000 = 70000.$$

$$П_{2.1.} = П_A + П_B = \left(200 \cdot 100 - \frac{100^2}{2}\right) + \left(400 \cdot 200 - 100 \cdot 200 - \frac{200^2}{2}\right) = 15000 + 40000 = 55000.$$

Прибыль в случае наличия транспортного сообщения оказалась выше.

Заметим, что с одной стороны после открытия сообщения монополист лишается возможности продавать товар в каждом регионе по различной цене, то есть возможности проводить ценовую дискриминацию между регионами, что, как правило, снижает его прибыль. Например, в данном случае монополист лишается рынка региона А. С другой стороны, у монополиста появляется возможность эффективнее распределять производство товара между заводами, что приводит к снижению издержек производства при том же объеме выпускаемой продукции, тем самым повышая прибыль монополиста. Таким образом, разнонаправленно действуют два эффекта, результат которых заранее не может быть определен.

Критерии оценивания

2.1. Всего 10 баллов:

- Обоснование идеи максимизировать прибыль отдельно в каждом регионе – 1 балл.
- Правильно составленное выражение для прибыли монополиста в каждом регионе – по 1 баллу.
- За верные обоснованные расчёты объема и цен в каждом регионе – по 3 балла.
- Обоснование максимума прибыли (если хотя бы в одном регионе это было обосновано) – 1 балл.

2.2. Всего 20 баллов:

- Верно найден совокупный спрос – 3 балла.
- Верно найдена функция издержек – 6 баллов.
- Верно выписана функция прибыли с указанием всех интервалов – 3 балла.
- Верно вычислены все равновесные объемы и цены – 4 балла.
- Обоснование максимума – 1 балл.
- Верно вычислена прибыль и проведено сравнение прибыли – 3 балла.

На любом этапе решения за каждую арифметическую ошибку, которая не привела к искажению результатов по существу, снимается 1 балл.

Задание 3 (20 баллов). Расстояние между товарами

3.1. (8 баллов) Показатель изменяется от 0 до 1, чем ближе к 1 – тем ближе товары:

- В случае, когда товары совсем разные и нет стран, экспортирующих оба одновременно, числитель дроби в формуле будет равен 0 и показатель близости будет равен 0.
- В случае, когда товары очень похожи и все страны, производящие и экспортирующие один, производят и экспортируют и второй, число экспортирующих оба товара стран и число экспортирующих один из товаров стран просто совпадут. В случае, когда в формуле числитель и знаменатель совпадут, показатель близости будет равен 1.

3.2. (5 баллов) Очень сложно измерить близость технологического процесса (непонятно, в чём её измерять, не существует какого-то одного показателя, которым можно охарактеризовать технологический процесс). Поэтому авторы предполагают, что если технологические процессы близки, то страны в среднем будут производить оба товара. А если оба товара производятся – то оба и экспортируются

3.3. (7 баллов) Берём основные статьи экспорта. Берём наиболее близкие к ним продукты – и среди них выбираем те, которые не экспортируются (или экспортируются в недостаточном объёме). Если есть сравнительное преимущество в производстве товара, то, вероятно, есть и сравнительное преимущество в производстве близких к ним, т. к. требуются схожие ресурсы и технологии. Не придется совершать большие вложения для того, чтобы начать их выпускать на экспорт

Критерии оценивания

3.1. Всего 8 баллов.

Вопрос 1. Показатель принимает значения от 0 до 1.

- Правильный ответ: 2 балла
- Объяснение: 1 балл

Вопрос 2. Чем выше значения показателя, тем более близки друг другу товары.

- Правильный ответ: 2 балла
- Объяснение: 3 балла

Штрафы:

-1 балл: 0 или 1 не включены в диапазон

-1 балл: показатель «стремится» к какому-то значению

При отсутствии правильного ответа, 1 балл ставился за минимальное продвижение в обосновании ответа на вопрос 2.

3.2. Всего 5 баллов.

- Близость технологического процесса учитывается неявно. Если товары производятся из схожих ресурсов и по схожим технологиям, то страна, которая специализируется на первом товаре, обычно может специализироваться и на втором: ответ с объяснением – 3 балла.

- Предпосылка о специализации экономик во внешней торговле, экспорте товаров, производимых с меньшими альтернативными издержками: ответ с объяснением – 2 балла

Штрафы:

-1 балл: не объяснено, почему сложно учесть близость технологического процесса явно.

-2 балла: отсутствует идея о специализации во внешней торговле.

Дополнительные разумные соображения, которые были учтены, если участник не предложил полный корректный ответ на вопросы задания:

+2 балла: близость сигнализирует о схожести ресурсов.

+1 балл: сказано, что схожесть технологического процесса вычислить сложно, но не объяснено, почему помогает формула близости.

+1 балл: если товары близки, то сравнительные преимущества совпадают (без обоснования).

+1 балл: предпосылка об эффективности производства/экспорта, о рациональности.

+1 балл: технологический процесс производства исследуемых товаров практически одинаков в исследуемых странах.

3.3. Всего 7 баллов.

Специализация на товарах, которые близки к тем, что уже экспортируются.

- Идея: 2 балла

- Объяснение: 5 баллов

Штрафы:

-3 балла: не указано, что можно начать экспортировать близкие товары, которые еще не экспортируются.

-3 балла: нет идеи о специализации во внешней торговле.

-2 балла: рассуждение о спросе на товары без обоснования.

-3 балла: не объяснено, почему выгодно специализироваться сразу на нескольких близких товарах.

Дополнительные разумные соображения, которые были учтены, если участник не предложил полный корректный ответ на вопросы задания:

+3 балла: можно торговать со странами, которые производят далекие товары.

+3 балла: если страна производит далекие друг от друга товары, ей нужно усилить специализацию.

+2 балла: идея использовать сравнительные преимущества.

+1 балл: близость свидетельствует о диверсификации экспорта.

+1 балл: совмещать близкие товары в производстве.

+1 балл: по близости можно косвенно узнать об изменениях спроса на товары.

Задание 4 (25 баллов). Джини

4.1. Обозначим за x долю бедных в населении страны, а за y – их долю в доходе страны. Тогда коэффициент Джини равен $G = x - y = 0,5$.

Пусть I – доход страны, а P – ее население. Тогда среднедушевой доход бедных равен $Y_1 = \frac{yI}{xP}$, а среднедушевой доход богатых – $Y_2 = \frac{(1-y)I}{(1-x)P}$. Отношение среднедушевых доходов равно

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{(1-y)I}{(1-x)P} : \frac{yI}{xP} = \frac{(1-y)}{(1-x)} \cdot \frac{x}{y}.$$

Поскольку $x - y = 0,5$, $y = x - 0,5$. Подставляя, получаем

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{1-x+0,5}{1-x} \cdot \frac{x}{x-0,5} = \frac{(3-2x)x}{(2x-1)(1-x)}.$$

Нам нужно найти минимальное значение этого выражения при $x \in (0,5; 1)$, $x > 0,5$, (так как $x = y + 0,5 > 0,5$). Дальше можно решать несколькими способами.

Способ 1.

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{(3-2x)x}{(2x-1)(1-x)} = \frac{-2x^2+3x}{-2x^2+3x-1} = \frac{-2x^2+3x-1+1}{-2x^2+3x-1} = 1 + \frac{1}{-2x^2+3x-1}.$$

Значение $\frac{Y_2}{Y_1}$ минимально, когда значение $-2x^2+3x-1$ максимально. Последнее выражение является квадратичной функцией, ветви параболы направлены вниз. Значит, это выражение максимально в вершине, $x^* = -\frac{3}{2 \cdot (-2)} = 0,75$. Подставляя, получаем, что максимальное значение $-2x^2+3x-1$ равно $\frac{1}{8}$, и значит, минимальное значение $\frac{Y_2}{Y_1}$ равно $1 + \frac{1}{1/8} = 9$.

Способ 2.

Минимальное значение $\frac{(3-2x)x}{(2x-1)(1-x)}$ – это минимальное значение параметра a , при котором уравнение $\frac{(3-2x)x}{(2x-1)(1-x)} = a$ имеет решение. Преобразуя, получаем уравнение:

$$2(a-1)x^2 - 3x + a = 0$$

Поскольку при $G > 0$ среднедушевой доход богатых больше среднедушевого дохода бедных, $a > 1$. Значит, коэффициент при x^2 не равен нулю, и это уравнение – квадратное. Оно имеет решение только тогда, когда дискриминант неотрицателен. Рассчитаем его:

$$D = 9(a-1)^2 - 8a(a-1) = (a-1)(a-9) \geq 0.$$

Таким образом, уравнение имеет решения при $a \leq 1$ и $a \geq 9$. Поскольку $a > 1$, подходит только $a \geq 9$; минимальное значение a равно 9. Подставляя, получаем, что $x = 0,75 \in (0,5; 1)$, и значит, отношение доходов, равное 9, действительно возможно. Следовательно, 9 и будет ответом.

Способ 3.

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{(3-2x)x}{(2x-1)(1-x)}$ на интервале $(\frac{1}{2}; 1)$. Рассчитаем $f'(x)$. После преобразований получаем, что $f'(x) = \frac{4x-3}{(2x-1)^2(1-x)^2}$.

Приравнявая производную к нулю, находим $x^* = 0,75 \in (0,5; 1)$. Поскольку производная меняет знак с минуса на плюс, это точка минимума.

Значит, минимальное значение $f(x)$ есть $f(0,75) = 9$. Таким образом, доходы богатых и бедных отличаются минимум в 9 раз.

Критерии оценивания

Критерий 1:

- Представление формулы для коэффициента Джини или вывод коэффициента Джини в общем виде – 5 баллов.
- Арифметическая ошибка при выводе формулы, не повлекшая серьезных изменений (Джини не верен, но правдоподобен) – потеря 1 балла.
- Арифметическая ошибка, которая привела к концептуально неверному коэффициенту Джини (например, значение получилось отрицательным или больше 1) – потеря 3 баллов.
- Кардинально неверный подход (например, если участник перепутал, что из чего вычитать – доход из доли или долю из дохода; или участник использовал неверную формулу вычисления площадей) – потеря 5 баллов.

Критерий 2:

- Вывод формулы для отношения среднедушевых доходов, как функции одной переменной – 8 баллов.
- Не грубая арифметическая ошибка – потеря 1 балла.
- Грубая арифметическая ошибка (потеря множителя, неверный знак и т. п.) – потеря 3 баллов.
- Неверный процесс поиска формулы, но с верным направлением размышлений в начале решения – потеря 5 баллов.
- В принципе неверный подход или отсутствие решения – потеря 8 баллов.

Критерий 3:

- Поиск минимума функции $f(x) = \frac{(3-2x)x}{(2x-1)(1-x)}$ любым корректным способом – 12 баллов.
- Отсутствие проверки того, что достигнут именно минимум – потеря 1 балла.
- Отсутствие проверки, что решение правдоподобно (доход богатых выше и т. п.), если это не очевидно – потеря 1 балла.
- Негрубая арифметическая ошибка – потеря 1 балла.
- Грубая арифметическая ошибка (потеря множителя, неверный знак и т. п.) с правдоподобным результатом – потеря 3 баллов.
- Грубая арифметическая ошибка с неправдоподобным результатом – потеря 5 баллов.
- Не доведение до конца исследования функции при верном подходе и довольно глубоком продвижении (участник не справился с полноценным анализом) – потеря 5 баллов.
- Не доведение до конца исследования функции при верном подходе и незначительном продвижении (например, указано, что надо сделать и каким образом, но сами шаги не сделаны) – потеря 7 баллов.
- В принципе неверный подход или отсутствие решения – потеря 12 баллов.

11 класс

Задание 1 (25 баллов). Альфа и Бета

Решения и критерии оценивания

1.1. (6 баллов) Когда решение о выпуске принимает Бета, она уже знает, какое решение о выпуске приняла компания Альфа, и старается выбрать тот объем продукции из доступных, который давал бы ей наибольшую прибыль. Найдем, сколько продукции нужно выпустить фирме Бета, если Альфа выпустит 13 или 17 единиц.

Если $q_\alpha = 13$, то Бета получит прибыль $P_\beta = (40 - 13 - 5) \cdot 5 - 2 \cdot 5 = 100$, если выпустит 5 единиц продукции, или прибыль $P_\beta = (40 - 13 - 9) \cdot 9 - 2 \cdot 9 = 144$, если выпустит 9 единиц продукции. Таким образом, если фирма Альфа выпустит 13 единиц продукции, то фирме Бета стоит выпустить 9 единиц, чтобы добиться наибольшей прибыли. (2 балла)

Если $q_\alpha = 17$, то Бета получит прибыль $P_\beta = (40 - 17 - 5) \cdot 5 - 2 \cdot 5 = 80$, если выпустит 5 единиц продукции, или прибыль $P_\beta = (40 - 17 - 9) \cdot 9 - 2 \cdot 9 = 108$, если выпустит 9 единиц продукции. Таким образом, если фирма Альфа выпустит 17 единиц продукции, то фирме Бета стоит выпустить 9 единиц, чтобы добиться наибольшей прибыли. (2 балла)

Таким образом, фирма Альфа понимает, что Бета в любом случае будет выпускать 9 единиц продукции, и Альфе остается только принять решение о том, выпустить ли ей 13 или 17 единиц. Если она выпустит 13 единиц продукции, то получит прибыль $P_\alpha = (40 - 13 - 9) \cdot 13 - 4 \cdot 13 = 182$. Если она выпустит 17 единиц продукции, то получит прибыль $P_\alpha = (40 - 17 - 9) \cdot 17 - 4 \cdot 17 = 170$. Таким образом, фирме Альфа стоит выпустить 13 единиц продукции, что даст ей наибольшую прибыль. (1 балл)

Тогда на рынке будет продано $13+9=22$ единиц продукции по цене $40-22=18$. (1 балл)

1.2. (8 баллов) Вместе компании смогут выпустить $13+5=18$, или $13+9=22$, или $17+5=22$, или $17+9=26$ единиц продукции. Можно заметить, что наибольшую совокупную выручку отрасль получала бы при продаже 20 единиц продукции. Увеличение объема продаж снижало бы выручку и увеличивало бы издержки отрасли, а снижение объема продаж уменьшало бы выручку, но снижало бы и совокупные издержки. Поэтому достаточно найти прибыль отрасли только в первых трех случаях. Найдем прибыль отрасли в каждом случае. (4 балла)

$$P_{\text{совок}}(18) = (40 - 18) \cdot 18 - 4 \cdot 13 - 2 \cdot 5 = 334$$

$$P_{\text{совок}}(22) = (40 - 22) \cdot 22 - 4 \cdot 13 - 2 \cdot 9 = 326$$

$$P_{\text{совок}}(26) = (40 - 26) \cdot 26 - 4 \cdot 17 - 2 \cdot 9 = 278$$

Таким образом, совместно принимая решение о выпуске, фирмы получат максимальную совокупную прибыль 344. В пункте **1.1.** Альфа получала прибыль 182, а фирма Бета – 144. Бета согласилась бы на сделку, только если бы ее доля совокупной прибыли от сделки давала бы ей не меньшую выгоду, чем в пункте **1.1.** Эта доля должна быть не меньше, чем $\frac{144}{334} = 0,4311 = 43,11\%$ (4 балла)

1.3. (11 баллов) Используем ту же логику поиска оптимальных значений выпуска, что и в пункте **1.1.** Если компания Бета перейдет к новому технологическому процессу,

то она сможет выпустить тот объем выпуска, который даст ей максимальную прибыль $P_\beta = (40 - q_\alpha - q_\beta) \cdot q_\beta - 2 \cdot q_\beta - X$, при $q_\alpha = 13$ или $q_\alpha = 17$. (3 балла)

Максимум функции P_β , график которой от переменной q_β представляет собой параболу с ветвями вниз, достигается при $q_\beta = 12,5$, если $q_\alpha = 13$ и при $q_\beta = 10,5$, если $q_\alpha = 17$. (2 балла)

В первом случае Бета получит прибыль $(40 - 13 - 12,5) \cdot 12,5 - 2 \cdot 12,5 - X = 156,25 - X$, а во втором случае $(40 - 17 - 10,5) \cdot 10,5 - 2 \cdot 10,5 - X = 110,25 - X$.

Зная, сколько будет выпускать фирма Бета в ответ на объявление о выпуске Альфы, Альфа выберет тот вариант выпуска, который даст ей наибольшую прибыль.

$$P_\alpha = (40 - 13 - 12,5) \cdot 13 - 4 \cdot 13 = 136,5$$

$$P_\alpha = (40 - 17 - 10,5) \cdot 17 - 4 \cdot 17 = 144,5$$

Таким образом, если Бета перейдет к новому технологическому процессу, то фирма Альфа будет выпускать 17 единиц продукции, фирма Бета 10,5 единиц. (3 балла)

Заметим сразу, что фирме Альфа не выгоден переход фирмы Бета к новому технологическому процессу, поскольку ее прибыль снизится со 182 до 144,5. (1 балл)

Фирме Бета стоит переходить к новому технологическому процессу, только если прибыль ее не уменьшится по сравнению с пунктом 1.1.: $110,25 - X \geq 144$, т. е. не существует $X > 0$, при котором технологические изменения были бы целесообразны (2 балла)

Штрафы:

- Каждая арифметическая ошибка штрафуются 1 баллом. Но не более 1 раза, т. е. дополнительно не штрафуются последующие за ошибкой искажения вычислений, если они не привели к неправильным выводам. Если искажения вычислений привели к неправильным выводам, снимаются баллы в соответствующих пунктах.

- Если функция прибыли рассматривается без учета расходов на технологические изменения (величина X в решении) и / или влияние величины X на выбор оптимального выпуска не обосновано любым другим способом, то снимается 1 балл.

Задание 2 (25 баллов). Два завода

2.1. (10 баллов) Подставляя данные из задачи в функцию прибыли монополиста отдельно для каждого региона (так как каждый завод обеспечивает товарами свой регион) и максимизируя прибыль монополиста, получим объем выпуска и цену в каждом регионе.

В регионе А:

$$P_A = P_A(q_A)q_A - TC_A(q_A) = (300 - q_A)q_A - \frac{q_A^2}{2} = 300q_A - q_A^2 - \frac{q_A^2}{2} = 300q_A - 1,5q_A^2$$

Аналогично в регионе В:

$$P_B = \left(500 - \frac{q_B}{2}\right)q_B - \left(100q_B + \frac{q_B^2}{2}\right) = 400q_B - q_B^2.$$

Замечаем, что для каждого из регионов график прибыли относительно объема выпускаемой продукции - парабола с ветвями вниз, то есть максимум достигается в вершине. Максимум прибыли достигается при объемах и ценах:

$$q_A = 100, \quad P_A = 200, \quad q_B = 200, \quad P_B = 400.$$

В регионе А монополист продает 100 единиц товара по цене 200. В регионе В монополист продает 200 единиц товара по цене 400.

2.2. (20 баллов) Условие «Потребители теперь тоже могут перемещаться между регионами и покупать товар там, где он дешевле, если цены разные», означает, что монополист встречается с совокупным спросом на свою продукцию и товар в обоих регионах продается по одинаковой цене.

Найдем функцию спроса в этом случае. Обратим внимание, что в регионе А потребители согласны покупать товар при цене ниже 300, в регионе В – при цене ниже 500. Прямые функции спроса $q(P)$ в регионах имеют вид: $q_A(P_A) = 300 - P_A$, $q_B(P_B) = 1000 - 2P_B$

Совокупная функция спроса имеет вид: $Q(P) = 1000 - 2P$, если $500 \geq P \geq 300$, и $Q(P) = 1300 - 3P$, если $P < 300$, или обратная функция спроса $P(Q) = 500 - \frac{Q}{2}$, если $Q \leq 400$, и $P(Q) = \frac{1300}{3}$, если $Q > 400$.

Так как монополист может теперь без дополнительных затрат перевозить товар из одного региона в другой, то он будет распределять производство товара между заводами наиболее выгодным образом: любой объем товара он будет стараться произвести с наименьшими издержками. Если всего ему нужно произвести Q единиц товара, то на заводе А он произведет количество q_A , а на заводе В – количество q_B . Тогда совокупные издержки монополиста можно записать в виде:

$$TC(q_A + q_B) = \frac{q_A^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2} = \frac{(Q - q_B)^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2}, \text{ где } q_A = Q - q_B.$$

Относительно переменной q_B график функции представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх, минимум функция достигает в вершине параболы в точке $q_B = \frac{Q}{2} - 50$. Поэтому, если на заводе В производится положительный объем продукции, что возможно только при $Q > 100$, то $q_B = \frac{Q}{2} - 50$, иначе, при $Q \leq 100$ весь объем продукции производится только на заводе А.

Действительно, если $Q = q_A + q_B \leq 100$ и $q_B > 0$, то $Q - q_B < 100$, тогда

$$TC(q_A + q_B) = \frac{q_A^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2} = \frac{(Q - q_B)^2}{2} + 100q_B + \frac{q_B^2}{2} = \frac{1}{2} [(Q - q_B)^2 + 2 \cdot 100q_B + q_B^2] > \frac{1}{2} [(Q - q_B)^2 + 2 \cdot (Q - q_B)q_B + q_B^2] = \frac{1}{2} [(Q - q_B) + q_B]^2 = \frac{Q^2}{2} = TC(q_A + 0).$$

То есть, издержки монополиста при $Q \leq 100$ будут меньше, если он откажется от производства на заводе в регионе В и весь объем произведет на заводе в регионе А.

Если же $Q > 100$, то на заводе в регионе А производится $q_A = \frac{Q}{2} + 50$, а остальной объем в размере $q_B = \frac{Q}{2} - 50$ будет произведен на заводе в регионе В.

Таким образом, функция издержек монополиста, который производит товар с минимальными затратами, будет иметь вид:

$$TC(Q) = \begin{cases} \frac{Q^2}{2}, & Q \leq 100 \\ \left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2 + 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) + \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2} = \frac{Q^2}{4} - 50Q - 2500, & Q > 100 \end{cases}$$

Альтернативный подход к поиску распределения объемов производства между заводами.

При любом совокупном объеме выпуска, если выпускают продукцию оба завода, то предельные издержки производства на каждом из заводов должны быть равны. Иначе

стоило бы перебросить часть произведенной продукции на тот завод, где предельные издержки производства меньше, сократив при этом совокупные издержки. Поэтому, если $q_A > 0$ и $q_B > 0$, то $MC(q_A) = q_A = MC(q_B) = 100 + q_B$. Так как $q_A + q_B = Q$, то получим объем выпуска на каждом заводе: $q_A = \frac{Q}{2} + 50$ и $q_B = \frac{Q}{2} - 50$, что возможно только при $Q > 100$. Если же $Q \leq 100$, то выгоднее выпускать весь объем товара только на заводе А, поскольку предельные издержки производства на этом заводе будут не более 100, что меньше, чем на заводе В.

Теперь найдем, какое количество товара и его цена будет максимизировать прибыль монополиста, который продает товар по единой цене на двух рынках, распределяя выпуски между заводами. Запишем выражение для прибыли монополиста с учетом всех ограничений:

$$P = \begin{cases} \left(500 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{Q^2}{2}, & Q \leq 100 \\ \left(500 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{\left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2}{2} - 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) - \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2}, & 100 < Q \leq 400 \\ \frac{1300 - Q}{3} \cdot Q - \frac{\left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2}{2} - 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) - \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2}, & Q > 400 \end{cases}$$

На каждом интервале по Q график функции прибыли представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, максимум достигается в вершине параболы.

Прибыль на первом интервале: $\Pi = \left(500 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{Q^2}{2}$, максимум при $Q = 250$, но найденная точка не принадлежит интервалу $Q \leq 100$.

Прибыль на третьем интервале: $\Pi = \frac{1300 - Q}{3} \cdot Q - \frac{\left(\frac{Q}{2} + 50\right)^2}{2} - 100\left(\frac{Q}{2} - 50\right) - \frac{\left(\frac{Q}{2} - 50\right)^2}{2}$, максимум при $Q = 153$, (3), но найденная точка не принадлежит интервалу $Q > 400$. Максимум прибыли достигается на интервале $100 < Q \leq 400$ при $Q = 300$, $P = 350$. Причем товар будет продаваться только в регионе В, но часть этого объема производится в регионе А, а именно, в каждом регионе будет произведено: $q_A = \frac{Q}{2} + 50 = 200$, $q_B = \frac{Q}{2} - 50 = 100$.

Посчитаем и сравним прибыль монополиста в случае наличия 2.2. и отсутствия 2.1. транспортного сообщения между регионами:

$$\Pi_{2.2.} = 350 \cdot 300 - \frac{200^2}{2} - 100 \cdot 100 - \frac{100^2}{2} = 105000 - 20000 - 10000 - 5000 = 70000.$$

$$\Pi_{2.1.} = \Pi_A + \Pi_B = \left(200 \cdot 100 - \frac{100^2}{2}\right) + \left(400 \cdot 200 - 100 \cdot 200 - \frac{200^2}{2}\right) = 15000 + 40000 = 55000$$

Прибыль в случае наличия транспортного сообщения оказалась выше.

Заметим, что с одной стороны после открытия сообщения монополист лишается возможности продавать товар в каждом регионе по различной цене, то есть возможности проводить ценовую дискриминацию между регионами, что, как правило, снижает его прибыль. Например, в данном случае монополист лишается рынка региона А. С другой стороны, у монополиста появляется возможность эффективнее распределять производство товара между заводами, что приводит к снижению издержек производства при том же объеме выпускаемой продукции, тем самым повышая прибыль монополиста. Таким образом, разнонаправленно действуют два эффекта, результат которых заранее не может быть определен.

Критерии оценивания

2.1. Всего 6 баллов:

- Обоснование идеи максимизировать прибыль отдельно в каждом регионе – 1 балл.
- За верные обоснованные расчёты объема и цен в каждом регионе – по 2 балла.
- За обоснование максимума прибыли (если хотя бы в одном регионе это было обосновано) – 1 балл.

2.2. Всего 19 баллов:

- Верно найден совокупный спрос – 2 балла.
- Верно найдена функция издержек – 6 баллов.
- Верно выписана функция прибыли с указанием всех интервалов – 3 балла.
- Верно вычислены все равновесные объемы и цены – 4 балла.
- Обоснование максимума – 1 балл.
- Верно вычислена прибыль и проведено сравнение прибыли – 3 балла.

На любом этапе решения за каждую арифметическую ошибку, которая не привела к искажению результатов по существу, снимается 1 балл.

Задание 3 (25 баллов). Кто должен строить дорогу?

3.1. (6 баллов) При качестве дороги q аккордный налог на каждого жителя составит $\frac{q^2}{100}$, что уменьшит его расходы на остальные товары и услуги. При этом полезность каждого жителя составит $0,1q + \left(1 - \frac{q^2}{100}\right)$.

Суммарная полезность жителей будет равна $100 \left(0,1q + 1 - \frac{q^2}{100}\right) = 10q + 100 - q^2$.

График функции представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз. Максимум достигается в вершине параболы при $q = 5$.

Суммарная полезность будет равна $10 \cdot 5 + 100 - 5^2 = 125$.

3.2. (6 баллов) Пусть плата за проезд равна p . Каждый житель согласится оплачивать проезд тогда и только тогда, когда $0,1q + 1 - p \geq 0,1 \cdot 0 + 1$, то есть $p \leq 0,1q$.

Фирма будет максимизировать прибыль $\pi = 100p - q^2$ при условии $p \leq 0,1q$.

Из максимизации прибыли следует, что в оптимуме $p = 0,1q$. (Иначе можно увеличить p или уменьшить q , и прибыль увеличится.) Значит $\pi = 10q - q^2$. Максимизируя эту величину, фирма выберет $q = 5, p = 0,5$.

Индивидуальная полезность равна 1 – каждый житель безразличен между старой и новой дорогой.

Суммарная полезность жителей равна 100.

3.3. (7 баллов) Теперь фирма будет максимизировать прибыль $\pi = 100p - q^2$ при следующих условиях $p \leq 0,1q, p \leq 0,1 \cdot 1 = 0,1$. Из максимизации прибыли по-прежнему следует, что в оптимуме $p = 0,1q$ (иначе можно уменьшить q). Поскольку $p \leq 0,1, 0,1q \leq 0,1$, то $q \leq 1$. Таким образом, фирма максимизирует $\pi = 10q - q^2$ при ограничении $q \leq 1$.

Так как целевая функция возрастает на отрезке $[0; 1]$ (вершина параболы с ветвями вниз находится в точке $q = 5$), оптимальным значением является $q = 1$.

Суммарная полезность не увеличится: она, как и раньше, равна 100 – каждый житель по-прежнему безразличен между старой и новой дорогой.

Следовательно, благосостояние жителей не повысится.

3.4. (6 баллов) Заметим, что прибыль фирмы в пункте **1.2.** равна $100p - q^2 = 50 - 25 = 25$, то есть как раз разнице между полезностью потребителей в пунктах **1.1.** и **1.2.** (Это опять-таки не случайно.) Поэтому восстановить полезность из **1.1.**, оставляя строительство фирме, можно изъяв эту прибыль и передав ее потребителям. А именно, можно

- отдать фирме право на постройку дороги не бесплатно (продать за величину, равную ее прибыли в **1.2.**, или чуть меньше), и полученную от фирмы плату раздать в виде аккордных трансфертов потребителям;
- фирма согласится (если ее прибыль с учетом оплаты права на постройку дороги будет, по крайней мере, неотрицательна);
- фирма выберет качество и цену как в **1.2.** (поскольку вычитание из прибыли величины, не зависящей от q , не изменит оптимальные значения качества и цены).

Критерии оценивания

3.1. Всего 6 баллов:

- Нахождение выражения для аккордного налога – 1 балл.
- Составление функции полезности с учетом налога – 2 балла.
- Решение оптимизационной задачи (нахождение q с обоснованием максимума функции полезности) – 2 балла.
- Нахождение суммарной полезности – 1 балл.

Штрафы:

- В этом и последующих пунктах: за отсутствие обоснования максимума функции полезности снимается 1 балл.
- Можно максимизировать полезность одного жителя вместо суммарной полезности, явно упоминая равенство функций полезности всех жителей. Если в решении нигде нет перехода к общей полезности, то снимается 1 балл за пункт «Составление функции полезности с учетом налога».
- В этом и последующих пунктах: арифметическая ошибка приводит к потере 1 балла немедленно, а далее – в зависимости от того, насколько сильно ошибка исказила решение и ответ.

3.2. Всего 6 баллов:

- Ограничение, при котором житель будет пользоваться дорогой (в виде неравенства) – 1 балл.
- Функция прибыли $\pi(q)$ – 2 балла. (Из этого 1 балл - обоснование того, что $p = 0,1q$)
- Решение оптимизационной задачи (нахождение q и p с обоснованием максимума функции прибыли) – 2 балла.
- Нахождение суммарной полезности – 1 балл.

Примечание: качество дороги получилось таким же, что в пункте **1.1.**, неслучайно. Покажите, что так будет при любой функции полезности жителя $U = v(q) + M$ и функции затрат на качество $c(q)$ и подумайте, почему это так на качественном уровне.

3.3. Всего 7 баллов:

- Запись условия $p \leq 0,1$ – 1 балл.
- Функция прибыли $\pi(q)$ (из пункта б), но с ограничением $q \leq 1$ – 2 балла.
- Нахождение оптимального качества – 3 балла. (Из этого 2 балла – четкое обоснование того, что максимум функции прибыли достигается именно при $q = 1$)

- Нахождение суммарной полезности и вывод о неизменности благосостояния – 1 балл.

Примечание: полезность жителей не выросла, несмотря на снижение цены, так как фирма уменьшила качество дороги, не имея возможности окупить прежнее качество. В этой задаче смоделирована одна из причин, по которым политика потолка цены может не привести к повышению благосостояния потребителей.

3.4. Всего 6 баллов:

- Идея о продаже права строительства и перераспределении дохода в виде трансфертов – 2 балла.
- Обоснование (i) – неизменности решения фирмы относительно качества и цены – 2 балла.
- Обоснование (ii) – согласия фирмы выйти на рынок – 2 балла.
- Если вместо обоснования (i) или (ii) содержится только упоминание требуемого условия – за соответствующую часть ставится 1 балл вместо 2 баллов.

Иные решения, предполагающие перераспределение дохода, рассматривались с учетом всех необходимых описанных выше ограничений. При их нарушении баллы снимались аналогично тому, как указано выше для авторского решения.

Решения, которые предполагали выделение субсидии не из средств, собранных с рассматриваемой фирмы, оценивались в 0 баллов вне зависимости от получателя субсидии и механизма субсидирования. В задаче не было сказано о наличии у государства средств для выдачи субсидий, следовательно, необходимо было найти источник средств, наличие которых является необходимой предпосылкой для выделения субсидий из бюджета.

Задание 4 (25 баллов). Взаимосвязь между кризисами

Банковский кризис влияет на долговой. Когда возникает банковский кризис, он может затронуть крупные банки, либо большую долю банковской системы. Это ведет к наложению на государственный бюджет обязательств по помощи финансовой системе (иначе недоверие экономических агентов к финансовым посредникам и финансовых компаний друг другу парализует деятельность всего финансового рынка, могут случиться набеги вкладчиков и т. п.; проблема too big to fail). Соответственно, государство должно тратить деньги из бюджета на эти цели, что ведет к увеличению бюджетного дефицита, а значит и к ухудшению ситуации с государственным долгом (особенно если с ним уже были проблемы).

Долговой кризис влияет на банковский. Банки довольно часто держат долю своих средств в государственных облигациях (это связано с тем, что госдолг признается одной из самых безрисковых и ликвидных бумаг, может использоваться в качестве обеспечения в различных сделках, зачастую это позволяет банкам выполнять регуляторные требования по рискованности капитала и т. п.). Если у банков доля вложений в суверенные облигации довольно большая, то при возникновении риска дефолта банк начинает испытывать трудности (кредиторы этого банка могут требовать досрочного погашения обязательств из-за его возможной неплатежеспособности и т. д.). Эти трудности могут привести к банкротству самого банка и распространить недоверие по всей финансовой системе, создавая угрозу банкротства многих финансовых компаний, что и говорит об усилении банковского кризиса.

Банковский кризис влияет на рост. При возникновении проблем в банковской системе у финансовых посредников возникает дефицит ликвидности, соответственно, большую часть свободных средств они тратят на то, чтобы расплатиться с кредиторами, требующими возврата средств. Поэтому денег на выдачу новых кредитов недостаточно.

Это ведет к снижению кредитования компаний, а значит к падению инвестиций, а также возможно к возникновению проблем с текущей деятельностью у некоторых фирм (например, когда у фирмы много оборотных средств, которые обычно покупались за счет сделок факторинга). В связи с этим производство сокращается, издержки фирм увеличиваются, что ведет к замедлению экономического роста.

Рост влияет на банковский кризис. Замедление экономического роста и проблемы у компаний из реального сектора могут вести к тому, что фирмы задерживают выплаты по кредитам, либо эти долги признаются безвозвратными, что отрицательно влияет на баланс банка. Если же речь идет о кредитах с залогом, то проблемы в определенном секторе могут вызывать накопление большого объема залогового имущества у банков, которые пытаются его продать, что ведет к сокращению его стоимости (срочные продажи или fire sales), и тем самым банки также несут потери. Ухудшение баланса банка (сокращение его активов в силу падения стоимости выданных кредитов или залога) ведет к возникновению сомнений у кредиторов относительно платежеспособности банка, что ведет к оттоку средств и возможным банкротствам, а в последствии и к банковскому кризису.

Рост влияет на долговой кризис. В случае замедления экономического роста выпуск растет не так быстро, как это необходимо государству для поддержания определенного уровня налоговых сборов (выпуск меньше, чем планировался, значит сборов меньше, значит в долг надо брать больше). Более того, в случае кризисов государство должно наращивать объем расходов (пособия по безработице, различные стимулирующие меры фискальной политики, как налоговые льготы, трансферты, дополнительные госзакупки и т. п.) создают дополнительное отрицательное давление на дефицит бюджета, усугубляя ситуацию с долгом, что создает большую обеспокоенность возникновением дефолта.

Долговой кризис влияет на рост. Если у государства возникает угроза долгового кризиса (как было в Греции, Италии или Испании), начинает вставать вопрос о необходимости урезания расходов и увеличении доходов путем наращивания налоговых сборов. Это является отрицательным шоком спроса для экономики, который ведет к сокращению выпуска, а значит и к снижению темпов экономического роста.

Критерии оценивания

Банковский кризис влияет на долговой.

- +1 балл за то, что государство пытается спасти банки,
- +1 балл за то, почему государство хочет это делать,
- +1 балл за увеличение дефицита и долга,
- +1 балл за переход к ухудшению долгового кризиса.

Долговой кризис влияет на банковский.

- +1 балл за бонды на балансе,
- +1 балл за то, что риски госдолга создают риски потерь активов банков,
- +1 балл за то, что банк из-за этого сам может допустить дефолт,
- +1 балл за то, что эти риски распространяются на всю систему и ведут к банковскому кризису.

Банковский кризис влияет на рост.

- +1 балл за дефицит ликвидности,
- +1 балл за снижение кредитования,
- +1 балл за снижение инвестиций,
- +1 балл за снижение выпуска и замедление роста

Комментарий: можно объяснять взаимосвязь не через дефицит ликвидности уже сформированный, а через создание больших резервов.

Рост влияет на банковский кризис.

- +1 балл за возникновение проблем с возвратом,
- +1 балл за ухудшение баланса банков,
- +1 балл за возникновение недоверия к банковской системе,
- +1 балл за банкротства и кризис.

Рост влияет на долговой кризис.

- +1 балл за снижение сбора налогов,
- +1 балл за необходимость увеличения трат,
- +1 балл за рост дефицита,
- +1 балл за проблемы с долгом

Долговой кризис влияет на рост.

- +1 балл за урезание расходов,
- +1 балл за увеличение налоговых сборов,
- +1 балл за отрицательное влияние на совокупный спрос,
- +1 балл за падение выпуска и снижение темпов роста.

Комментарий. Допускается ответ, схожий с механизмом эффекта вытеснения. Однако в нем надо подробно описать, каким образом рост доходности по государственным облигациям сказывается на росте доходностей по заемным средствам на инвестиции, т. к. в стандартной модели эти ставки совпадают, потому что риски одинаковые (либо вообще отсутствует).

Дополнительные комментарии к критериям оценивания:

1) За верное направление воздействия при концептуально неверном объяснении ставилось 0 баллов.

2) Кризисы должны влиять друг на друга прямо, а не опосредованно. Например, ответ “Из-за банковского кризиса выдается меньше кредитов, поэтому меньше инвестиций, поэтому меньше выпуск, поэтому меньше налогов, поэтому больше дефицит, значит усугубляется долговой кризис” не засчитывался.

3) +1 балл ставится за первую полностью правильно расписанную связь.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2021–2022 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»**

8–9 классы**Задание 1 (25 баллов). Аренда квартиры****Решение и критерии**

1.1. (10 баллов) Рассчитаем ежемесячные затраты на проезд до второй квартиры = $75 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 = 3000$ руб. Если не учитывать альтернативные издержки на дорогу, то вторая квартира обходится Петру в 18 000 руб. (стоимость аренды + затраты на проезд).

3 балла (2 балла за расчет затрат на проезд + 1 балл за их суммирование со стоимостью аренды квартиры, который может быть поставлен здесь или позднее в ходе получения итогового вывода). Если при вычислении используется неверное число рабочих дней в месяце, отличное от $5 \cdot 4 = 20$, то снимается 1 балл при первом использовании неверного числа. В дальнейшем баллы за это не снимаются.

Однако необходимо учесть, что на дорогу Петр тратит своё время, и в качестве **альтернативной стоимости проезда** можно учесть час его переработки, за который он мог бы заработать 250 рублей. Дорога в обе стороны занимает 2 часа, то есть ежедневно он недополучает 500 рублей или $500 \cdot 5 \cdot 4 = 10\,000$ руб. в месяц. Тогда с учетом альтернативных издержек вторая квартира обойдется Петру в $15\,000 + 3\,000 + 10\,000 = 28\,000$ руб.

4 балла (3 балла за расчет альтернативных затрат проезда + 1 балл за их суммирование со стоимостью аренды квартиры, который может быть поставлен здесь или позднее в ходе получения итогового вывода). Участник мог учесть разницу в оплате переработки за 2 часа проезда не как альтернативные издержки проезда при аренде второй квартиры, а как дополнительный доход в случае аренды первой (или снижение стоимости ее аренды). Любой обоснованный учет альтернативных издержек, не содержащий фактических или арифметических ошибок, оценивается в 4 балла. Если альтернативные издержки учтены, но при их вычислении допущены ошибки, в зависимости от ошибки за вычисление ставится 1 или 2 балла вместо 3-х.

Так как стоимость аренды первой квартиры (25 тыс. руб.) ниже, чем стоимость второй квартиры с учетом стоимости проезда до места работы и альтернативных издержек (28 тыс. руб.), то **Петр не прав, и экономически эффективнее снимать первую квартиру.**

3 балла за обоснованный и правильный вывод. Аналогичный вывод можно получить иначе, что при полном обосновании оценивается в 3 балла. Если вывод делается без учета альтернативных затрат, то предпочтительнее оказывается вторая квартира (25 тыс. руб. > 18 тыс. руб.), т. е. получается, что Петр прав. За такой неверный вывод ставится 1 балл, т. е. в этом случае п 1) оценивается максимум в 4 балла (3 за правильный расчет затрат на проезд и их суммирование с арендной платой + 1 балл за неверный вывод о предпочтении второй квартиры). Если аналогичный неверный вывод сделан только на основе сравнения стоимости аренды квартир (или разницы между заработной платой Петра 50 тыс. руб. и стоимостью аренды), весь пункт оценивается в 1 балл, поскольку никакие дополнительные издержки не учтены.

1.2. (9 баллов) За расчет заработной платы девушки отдельные баллы не ставятся, т.к. для получения вывода заработная плата не требуется (достаточно сравнения затрат).

Посчитаем, как наличие девушки меняет совокупные затраты на аренду квартир. Издержки девушки не оказывают влияния на стоимость второй квартиры, так как девушка работает рядом с ней, но повышают стоимость первой квартиры на 450 рублей в день ($150 + 2 \cdot 150$) или $450 \cdot 4 \cdot 5 = 9$ тысяч в месяц.

Расчет издержек девушки на проезд в случае аренды первой квартиры $150р \cdot 20 = 3$ тыс. руб. в месяц.

2 балла (1 балл за расчет затрат на проезд + 1 балл за их суммирование со стоимостью аренды квартиры, который может быть поставлен здесь ИЛИ позднее в ходе получения итогового вывода). Решение данного пункта возможно и без расчета затрат девушки на проезд, поскольку ее затраты на проезд при аренде первой квартиры такие же, как затраты на проезд Петра при аренде второй. Если в работе участника есть явные указания на понимание того, что затраты пары в случае аренды любой из квартир одинаковы, то баллы за отсутствие расчета затрат девушки не снимаются. Если никаких указаний на это нет, снимается 2 балла.

Расчет альтернативных издержек девушки в случае аренды первой квартиры $2 \cdot 150 \cdot 20 = 6$ тыс. руб. в месяц. Тогда с учетом альтернативных издержек первая квартира обойдется паре в $25\,000 + 9\,000 = 34\,000$ руб.

4 балла (3 балла за расчет альтернативных затрат проезда девушки + 1 балл за их суммирование со стоимостью аренды квартиры, который может быть поставлен здесь или позднее в ходе получения итогового вывода).

Таким образом, полная стоимость аренды первой квартиры равна 34 тысячи в месяц, а второй – 28 тысяч в месяц. В данном случае паре **выгоднее снять вторую квартиру**, которая ближе к месту работы девушки, а не Петра.

3 балла за обоснованный и правильный вывод. Аналогичный вывод можно получить иначе, что при полном обосновании также оценивается в 3 балла. Если аналогичный вывод сделан только на основе сравнения стоимости аренды квартир (или разницы между суммарной заработной платой Петра и девушки и стоимостью аренды), весь пункт оценивается в 1 балл, поскольку никакие дополнительные издержки не учтены. Если в п. 1.1.) был сделан ошибочный вывод о том, что для Петра предпочтительнее вторая квартира, тогда в п. 1.2.) автоматически оказывается предпочтительнее она же (т. к. девушка в случае аренды второй квартиры не несет дополнительных прямых или альтернативных издержек), что существенно упрощает задачу. В этом случае за такой вывод, а значит и за весь пункт 1.2.), ставится 1 балл.

1.3. (6 баллов) Возможные причины:

– Район, в котором находится квартира, больше нравится человеку. Например: в районе много скверов, не шумно, есть все необходимые магазины, район менее криминогенный, более подходящий контингент живущих там жителей и др.

– В районе, где расположена квартира, живут родители, родственники или друзья человека, с которыми он общается, поэтому ему удобно там жить.

– В районе, где расположена квартира, или по дороге на работу/с работы находятся организации, где часто бывает человек. Например, человек может часть посещать поликлинику, ходить на какие-то занятия (фитнес, танцы, плавание, и др.), учиться на каких-то курсах и т. д. И если эти организации находятся близко к текущему жилью или по пути к нему, это удобно человеку.

– Больше устраивают хозяева квартиры, условия/способы оплаты или соседи.

– Дорога сама по себе может приносить пользу или удовольствие человеку. Например: ходить пешком полезно для здоровья, человеку может нравиться ехать на транспорте и читать или слушать музыку, он может получать удовольствие от окружающего вида или от вождения автомобиля, во время поездки можно завести новые знакомства, получить новые впечатления и т. д.

– Квартира может находиться ближе к работе, но при этом путь до работы становится неудобным: много пересадок на транспорте, редко ходит транспорт, частые

пробки, тяжело попасть в транспорт в час пик, неудобно идти пешком и т.д. В этом случае человек может предпочесть квартиру, из которой добираться более удобно, хотя она расположена дальше от работы.

– Переезд как таковой означает для человека издержки – как материальные (расходы на перевозку вещей, возможный упущенный заработок за время переезда и др.), так и моральные (человеку может быть неприятно собирать и разбирать вещи, менять обстановку и др.), из-за чего он может не захотеть переезжать.

3 балла за каждую полностью раскрытую причину. Если приведено больше двух причин, оцениваются две лучших. Также возможны и другие причины, не перечисленные выше. Если механизм действия причины не раскрыт полностью, выставляется неполный балл (1 или 2 в зависимости от степени раскрытия причины).

Задание 2 (30 баллов). Голосование

Решение и критерии

2.1. (5 баллов) Если ребята голосуют честно, то каждый проголосует за вариант, который принесет им наибольший выигрыш. Так, Аня и Боря проголосуют за работу в книжном магазине, Вася за работу в детском лагере, а Даша за IT компанию. Это значит, что победившей альтернативой является книжный магазин, и все четверо устроятся на работу туда.

2.2. (6 баллов) Предположим, все четверо проголосовали честно. Осталось понять, кому из ребят выгодно изменить свой выбор (проголосовать за другую альтернативу). Это точно не Аня и Боря – они проголосовали за наилучший для себя вариант, который одержал победу. В случае, если Вася решит изменить своё решение, то исход голосования не изменится. Однако если Даша решит проголосовать за детский лагерь (второй по привлекательности вариант), ситуация будет выглядеть иначе. Книжный магазин приносит друзьям суммарный выигрыш в размере

$$8 + 4 + 5 + 2 = 19,$$

тогда как детский лагерь приносит друзьям суммарный выигрыш в размере

$$6 + 3 + 6 + 7 = 22 > 19.$$

Это значит, что, если Даша решит обмануть своих друзей и проголосовать за работу в детском лагере, эта альтернатива победит, поскольку приносит больший суммарный выигрыш друзьям. Значит, Даша обманет (она получит $7 > 2$ при работе в книжном магазине), и победит альтернатива «детский лагерь».

2.3. (7 баллов) *Важное примечание.* При проверке стоит учитывать двойственность интерпретации вопроса. Подразумевалось, что ни у кого не должно возникнуть стимулов обманывать, но школьникам разрешается предполагать, что у всех должны быть стимулы обманывать. В этом случае решение тривиально и ответом будет отсутствие такого человека, удаление из голосования которого создаст всем стимулы обманывать.

Рассмотрим по отдельности удаление из голосования каждого из друзей.

- **Аня.** Если Аня не будет принимать участие в голосовании, победит детский лагерь, поскольку за каждую из альтернатив будет отдано по одному голосу при честном голосовании, а детский лагерь приносит друзьям наибольший суммарный выигрыш. Никто из друзей не сможет обмануть так, что ему станет лучше, чем при честном голосовании. Значит, удаление Ани создаст стимулы не обманывать для всех.

- **Боря.** В случае удаления Бори ситуация аналогична удалению Ани – вновь победит детский лагерь и никто не сможет обмануть и выиграть от этого.

- **Вася.** В случае, если Вася будет исключён из голосования, победит книжный магазин, поскольку больше всего голосов будет отдано за него. Даша не сможет обмануть и изменить исход голосования. Вновь никто не захочет обманывать (Аня и Боря голосуют за наилучший вариант для себя и он побеждает).

- **Даша.** Случае удаления Даша ситуация аналогичная удалению Васи – вновь победит книжный магазин и никто не захочет обманывать.

Это наталкивает нас на простой вывод: кого бы ни отстранили от голосования, удаление одного из участников всегда закончится ситуацией, в которой каждый голосует честно.

2.4. (8 баллов) Как мы выяснили в пункте **2.2.**, Аня и Боря довольны положением, которое складывается в результате честного голосования. Значит, нам стоит проверить, есть ли возможность у Васи и / или Даша «поделиться» с кем-то из друзей, чтобы повлиять на исход выборов.

Рассмотрим Васю. Вася может передать одному из друзей максимум 1 денежную единицу, поскольку, отдав больше 1 денежной единицы, он сделает для себя альтернативу «детский лагерь» менее привлекательной, чем книжный магазин, который побеждает при честном голосовании. Если он подарит 1 денежную единицу Ане или Боре, он не сможет переубедить их голосовать за альтернативу, которая не является для них наилучшей (Аня и Боря при голосовании за детский лагерь получают 7 или 4 соответственно), равно как и Дашу (которая в детском лагере заработает 8, что меньше 11). Значит, Вася не может поделиться деньгами так, что кто-то из друзей изменит своё решение.

Рассмотрим Дашу. Даша готова «подарить» друзьям не более $11 - 2 = 9$ денежных единиц. В противном случае, книжный магазин, который побеждает при честном голосовании, станет наиболее привлекательным. Аня согласится проголосовать за IT компанию, если Даша подарит ей строго больше 3 денежных единиц; Боря – если Даша подарит ему строго больше 3 денежных единиц; Вася – если Даша подарит ему строго больше 2 денежных единиц. Наиболее выгодным вариантом выглядит поделиться с Васей. Осталось лишь проверить, что IT компания приносит больший суммарный выигрыш, чем книжный магазин (поскольку голоса поделятся поровну, надо определить, какая альтернатива одержит победу в этом случае). При победе IT компании друзья получают в сумме

$$5 + 1 + 4 + 11 = 21 > 19.$$

Значит, друзья выберут работу в IT компании, а Даша подарит Васе немного больше 2 д. е.

Почему «немного больше»? 2 д. е. не убедят Васю – нужно, чтобы вариант приносил строго больший выигрыш. Но и сильно много отдавать Васе невыгодно для Даша – она может увеличить свой выигрыш, сократив подарок Васи, при условии, что он строго больше 2.

2.5. (4 балла) Общий доход друзей был максимальным в пункте **2.2.** Выигрыши друзей в каждом из пунктов можно показать в таблице:

Вариант	Пункт	Аня	Боря	Вася	Даша	Все вместе
<i>I</i>	2.1.	8	4	5	2	19
<i>II</i>	2.2.	6	3	6	7	22
<i>III</i>	2.3. Книжный магазин	8	4	5	2	19
<i>IV</i>	2.3. Детский лагерь	6	3	6	7	22
<i>V</i>	2.4.	5	1	$6+a$	$9-a$	21

где a – очень маленькая положительная величина.

Аня и Боря проголосуют за варианты *I* и *III*, Вася и Даша проголосуют за *V*. Меньше всего голосов (ноль) получили бы варианты *II* и *IV*.

Критерии проверки

2.1. Всего 5 баллов:

- Какое решение будет принято каждым из друзей – по 1 баллу за каждого друга
- Итоговый ответ (книжный магазин) – 1 балл

Штрафы: за отсутствие обоснования хотя бы для одного друга при верном ответе и фразе вроде «книжный магазин получит 2 голоса, остальные варианты по 1» 2 балла; если сказано только что «Аня и Боря отдадут голоса за книжный магазин, поэтому победит книжный магазин» 4 балла (то есть итоговый балл за пункт равен $\max\{\text{штраф, баллов набрано}\}$).

2.2. Всего 6 баллов:

- Идея о том, что надо отталкиваться от «честного» случая (кто-то из друзей может отклониться) – 1 балла
- Рассмотрено отклонение каждого из друзей (обосновано отсутствие оптимального): по 1 баллу за каждого друга
- Какая альтернатива в итоге победит – 1 балл

Штрафы: отсутствует обоснование того, почему Даша захочет отклониться – 2 балла; не сказано, почему победит детский лагерь при отклонении Даши – 1 балл (то есть итоговый балл за пункт равен $\max\{\text{штраф, баллов набрано}\}$).

2.3. Всего 7 баллов:

- Рассмотрен запрет голосовать каждому из друзей – по 1 баллу за каждого друга
- Сделан вывод о том, что никому не выгодно не обманывать, кого бы не исключали из голосования – 1 балл
- Показано, что суммарный доход ребят не уменьшится, если исключить из голосования Аню или Борю (или что суммарный доход сократится, если исключить Васю или Дашу) – 2 балл

Штрафы: если участник сказал только про удаление Ани (или только про удаление Бори) – 1 балл.

2.4. Всего 8 баллов:

- Обоснование, что ни Аня, ни Боря не захотят делиться – по 1 баллу (в сумме 2)
- Сказано, сколько может «подарить» Вася или Даша и обосновано, почему – по 1 баллу (в сумме 2)
- Сделан вывод о том, что Вася тоже не станет делиться – 1 балл
- Показано, что Даша может поделиться с каждым так, что ситуация улучшится для нее – 1 балл
- Сделан вывод о том, что делиться Даша будет только с Васей – 1 балл
- Дан итоговый ответ (IT компания) – 1 балл

Штрафы: не сказано, почему победит IT компания при подарке от Даши – 1 балл; сказано, что Даша подарит Васе 2 рубля, а не «немного больше двух рублей» (строго говоря, это не совсем верно) – 3 балла (то есть итоговый балл за пункт равен $\max\{\text{штраф, баллов набрано}\}$).

Примечание. Если участник писал, например, что Даша даст Васе 2 рубля и 1 копейку (предполагаю, что такое будет), или 3 рубля как ближайшее целое число, стоит засчитывать такой ответ как абсолютно верный и не штрафовать на 3 балла.

2.5. Всего 4 балла:

- Указан случай, в котором выигрыш друзей был максимальный: 1 балл
- Указаны выигрыши друзей в каждой из ситуаций: 1 балл
- Сказано, за какой вариант проголосовал бы каждый из друзей: 1 балл
- Сделан вывод о том, что меньше всего голосов получила бы ситуация, в которой выигрывает IT компания: 1 балл

Штрафы: ранее в одном из пунктов были рассмотрены не все случаи – 2 балла; ранее в более, чем одном пункте, были рассмотрены не все случаи – 4 балла (то есть итоговый балл за пункт равен $\max\{\text{штраф, баллов набрано}\}$).

Задание 3 (20 баллов). Покупка автомобиля

3.1. (2 балла) Посчитаем изменение в процентах

$$\Delta I = \frac{I_{2022} - I_{2012}}{I_{2012}} \times 100\% = \frac{90000 - 30000}{30000} \times 100\% = 200\%.$$

Критерии

- 1 балл – запись корректной формулы
- 1 балл – получение верного численного ответа в процентах

Штрафы: ответ без вычислений – 0 баллов за весь пункт.

3.2. (15 баллов) Возможные аргументы:

– Аркадий мог сменить место работы, должность, сферу работы, количество рабочих часов, поэтому необходимо оценивать зарплату на должности эквивалентной той, что была у Аркадия в 2012. Также, зарплата после налога могла поменяться из-за изменений подоходного налога.

– Новая модель Джеты Икс может сильно отличаться от той, что производилась в 2012 году. Например, компания стала использовать более дорогие комплектующие или добавлять в базовую комплектацию бортовой компьютер или другие опции. При этом, допустим, компания начала выпускать более дешевый вариант машины, которая в базовой комплектации очень похожа на Джету Икс 2012 года. Тогда корректнее учитывать стоимость этого нового автомобиля. Также, мог произойти шок издержек (возможно, машина стала качественнее и издержки выросли).

– Выборка Аркадия по зарплатам и товарам очень маленькая, по ней нельзя делать вывод о снижении/повышении цен и зарплат в целом. Например, рост спроса и последующее повышение стоимости автомобиля может сопровождаться снижением спроса в экономике.

Примечание: существуют также другие возможные рассуждения, которые участники могли привести в своих работах, которые оцениваются баллами.

Критерии

Основные идеи (пояснение):

- произошло изменение зарплаты Аркадия, не связанное со стоимостью автомобиля и уровнем цен (при котором благосостояние Аркадия меняется и нельзя сравнивать чистую зарплату в 2012 и 2022)

- произошло изменение цены автомобиля, не связанное с зарплатой Аркадия и уровнем цен (при котором Джета Икс 2012 и 2022 года являются фактически разными товарами, стоимость которых нельзя сравнивать)
- выборка по ценам и зарплатам является частным случаем (изменение цен двух благ может быть не репрезентативным для уровня цен всей экономики, т. е. в других отраслях цены и зарплаты могли меняться по-разному)

- 1 балл – существенные ошибки в решении
- 3 балла – за неполный ответ или несущественные ошибки в рассуждении (указана одна из основных идей)
- 5 баллов – за полностью правильное рассуждение (указана одна из основных идей и дано пояснение, как работает механизм, описанный в основной идее)

При этом, за каждую из основных идей можно получить максимум 5 баллов.

Штрафы:

- Если в работе сформулировано утверждение, которое не выводится логически из рассуждений и не прописано в явном виде в задаче – минус 1 балл.
- Если во втором пункте приведено больше трёх аргументов, то вычисляется доля верных аргументов от общего количества аргументов, верные аргументы оцениваются в 1 балл, частично верные аргумента оцениваются в 0.6 баллов, в основном неверные в 0,2 балла. Например, если есть 5 аргументов, 2 верные, 1 частично, 2 неверные то получаем долю $\frac{2*1 + 1*0.6 + 2*0}{5} = \frac{2,6}{5}$, затем домножаем суммарное число баллов (в примере $\frac{(5+5+3)*2.6}{5} = [6.78] = 7$) по правилам математического округления и выставляется полученный балл за пункт.

3.3. (3 балла) Аркадий пытается оценить инфляцию. Процесс, когда уровень цен растет, называется инфляцией.

Критерии

- 1 балл – название явления (инфляции)
- 2 балла – верное определение инфляции

Штрафы: несущественные ошибки – минус 1 балл.

Задание 4 (25 баллов). Производство игрушек

Решение и критерии

4.1. (9 баллов) Запишем прибыль Иванова без издержек на доставку пластика.

$$P_1 = 6q - 3q - 35 - 45 = 3q - 80$$

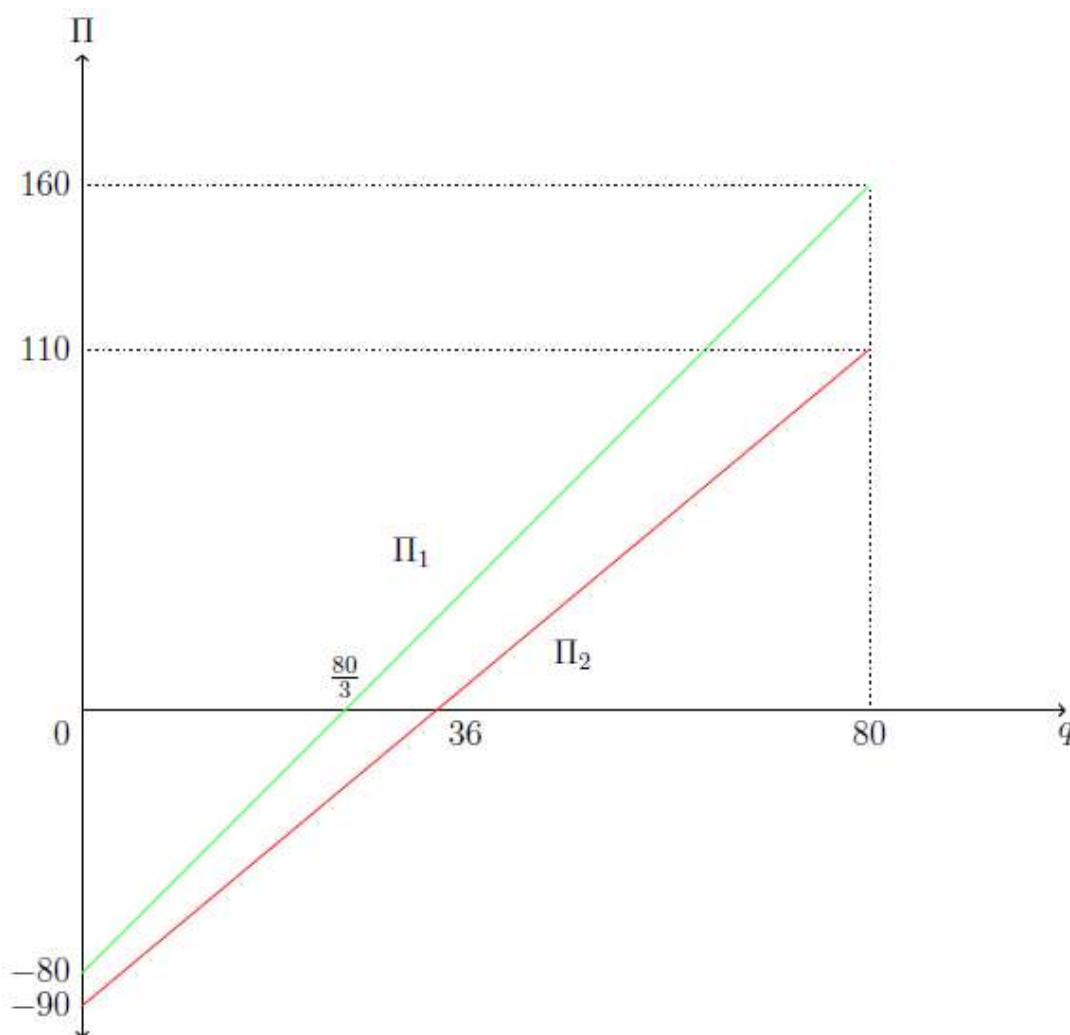
Прибыль с издержками на доставку. Обратите внимание, что прибыль мы записываем в зависимости от количества произведенных игрушек, тогда как издержки на доставку нам даны в доставленных тоннах пластика. Тогда издержки на доставку равны $TC_{delivery} = 10 + 5X = 10 + 0,5$.

$$P_2 = 6q - 3q - 35 - 45 - 10 - 0,5q = 2,5q - 90$$

В первом случае точка безубыточности достигается при $q = \frac{80}{3}$, а во втором $q = 36$. Во втором случае игрушек на $\frac{28}{3}$ должно быть больше.

Примечание. Эту задачу можно решать, исходя из предпосылки, что игрушки бывают только целыми, это не является ошибкой.

Обратите внимание, что на графике должны быть отмечены все необходимые точки.



Критерии и штрафы

- Верно определена функция прибыли - 2 балла в каждом случае (штраф 1–2 балла при наличии ошибок в 1–2 функциях).
- Верно определен выпуск в точке безубыточности – 1 балл в каждом случае (в случае целочисленного решения, штраф 1 балл при неверном округлении выпуска, округление должно быть в большую сторону, иначе прибыль отрицательна).
- Дан верный ответ на вопрос «Насколько больше...?» – 1 балл
- Приведен верный график, отмечены необходимые точки – 2 балла (штраф 1 балл, если отсутствуют отрицательные участки функций прибыли и / или отсутствует ограничение на объем производства и / или не отмечено большинство необходимых точек).

4.2. (10 баллов) Рассмотрим прибыль в варианте 1.

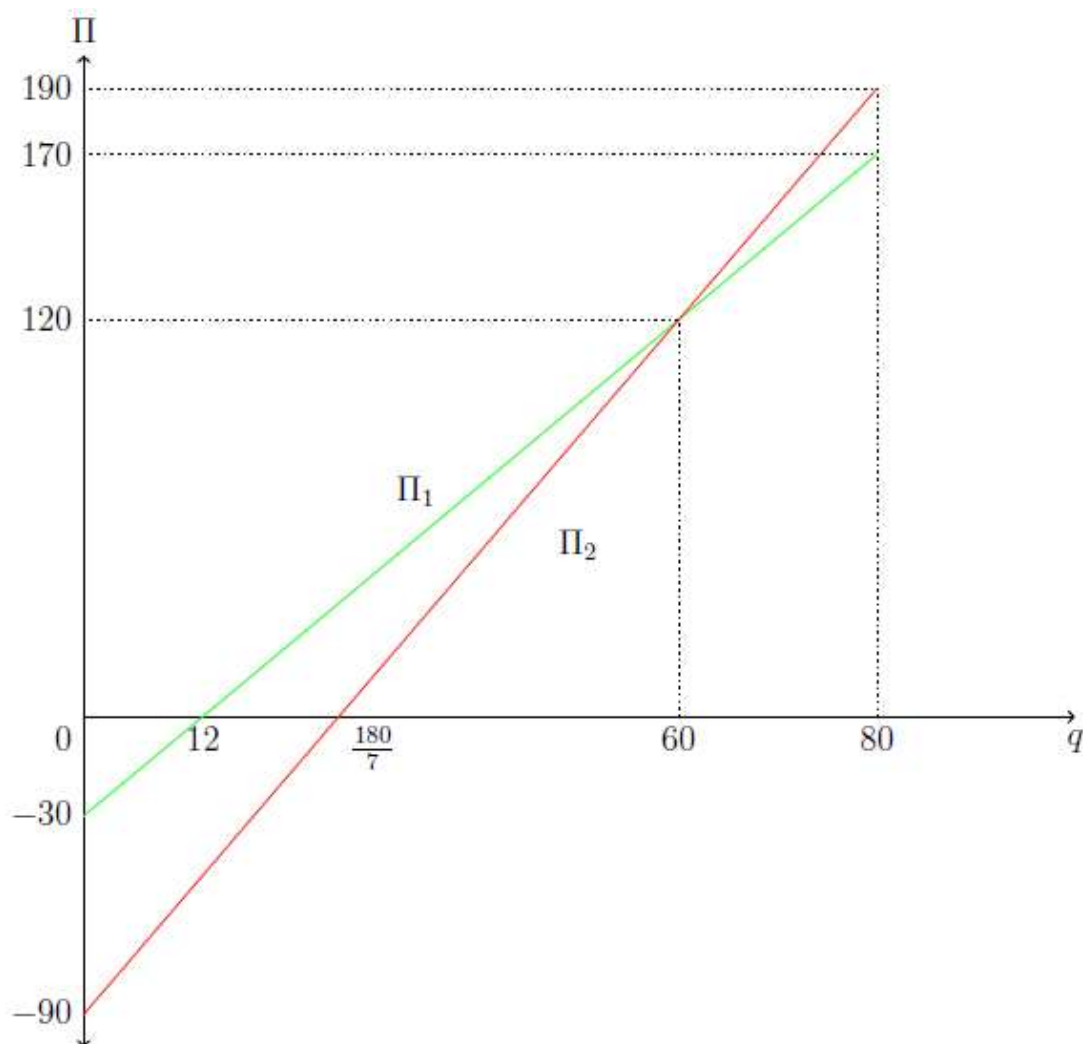
$$P_1 = 6q - 3q - 35 - 45 - 10 - 0.5q + 60 = 2.5q - 90 + 60 = 2.5q - 30$$

Рассмотрим прибыль в варианте 2. Заметим, что, перерабатывая тонну пластика в игрушки, Иванов получает 10 игрушек. Получается, за одну игрушку в качестве субсидии Иванов получает 1 денежную единицу.

$$P_2 = 6q - 3q - 35 - 45 - 10 - 0.5q + 1q = 3.5q - 90$$

Примечание. Этот пункт можно решать, исходя из предпосылки, что производитель не несет расходов на транспортировку пластика. Тогда ответ и графики будут другими, но это не является ошибкой.

Изобразим прибыли на графике.



Как видно из графика выплата лучше при $q < 60$, субсидия при $q > 60$. При $q = 60$ прибыль будет одинаковой. При любом варианте поддержке Иванову выгоднее производить $q = 80$, так как прибыль там максимальна.

Другой способ ответа на вопрос Какой из вариантов лучше? - сравнить доходы, получаемые Ивановым от государственной поддержки. Выплата (вариант 1) лучше, чем субсидия на покупку сырья (вариант 2), если выполняется: $60 > 10X$. Выражая условие через выпуск $q = 10X$, получим $60 > 10 \times 0,1q$ или $q < 60$. Аналогично, субсидия лучше при $q > 60$ и при $q = 60$ варианты равноценны. Графическая иллюстрация для этого способа – сравнение суммы выплаты ($Y = 60$) и суммы субсидии ($Y = q$), где Y – доход от государственной поддержки.

Критерии и штрафы

- Верно определена функция прибыли – 2 балла в каждом случае (штраф 1–2 балла при наличии ошибок в 1–2 функциях).
- Дан верный и обоснованный ответ на вопрос «Какой из вариантов лучше при каждом количестве произведенной продукции?» – 2 балла (штраф 1 балл, если не выделено условие равноценности вариантов).
- Приведен верный график, отмечены необходимые точки – 2 балла (штраф 1 балл, если отсутствуют отрицательные участки функций прибыли и / или отсутствует ограничение на объем производства и / или не отмечено большинство необходимых точек).

– Верно определен выпуск, максимизирующий прибыль – 1 балл в каждом случае (выпуск, соответствующий точке безубыточности, не является правильным ответом).

4.3. (4 балла) Иванов возьмет кредит и сразу заплатит за гараж. Найдем за какой срок Иванов погасит кредит. Рассмотрим прибыль Иванова в месяц без арендной платы, так как он купил гараж.

$$P_2 = 6q - 3q - 45 - 10 - 0.5q = 2.5q - 55$$

Максимум прибыли достигается при $q = 80$. Тогда прибыль равна 145. Значит в месяц Иванов может платить по кредиту 145 денежных единиц. За первые 12 месяцев он выплатит 1740 денежных единиц. На начало марта долг составит 60 денежных единиц. В начале марта будут начислены проценты, но Иванов в любом случае сможет погасить остаток. И с марта второго года начнет получать положительную прибыль.

Примечание 1. Можно рассмотреть ситуацию, когда Иванов продолжает платить за аренду, при этом покупает гараж, как отдельное помещение, например, для хранения материалов. Тогда ответ будет другой, но это не является ошибкой.

Примечание 2. Можно рассмотреть ситуацию, считая, что Иванов продолжает получать государственную поддержку, описанную в **4.2.**). Это также не является ошибкой.

Критерии и штрафы

– В соответствии с принятыми предпосылками верно определена функция и / или сумма прибыли – 2 балла (штраф 1 балл, если выпуск отличается от максимизирующего прибыль).

– Верно определена сумма процентов для рассматриваемой суммы прибыли – 1 балл.

– Верно определен месяц, в котором будет сделан последний взнос и / или дан ответ на вопрос «За какой минимальный срок Иванов сможет рассчитаться с Петровым?» – 1 балл.

4.4. (2 балла) Возможные варианты:

• Конъюнктура рынка может измениться таким образом, что Иванову будет невыгодно вести бизнес. Тогда, если он арендует помещение, то ему будет проще закрыть бизнес, при это не придется нести издержки по продаже купленного помещения.

• Для покупки помещения необходимо одновременно затратить большую сумму денег, которую необходимо либо занять, либо "выдернуть" из бизнеса, что приведет к дополнительным издержкам, связанным с процентами по займу или уменьшением оборота.

Критерии

– Неаргументированные ответы не оцениваются.

– Приведен 1 верный аргумент – 1 балл.

– Приведено 2 или более верных аргумента – 2 балла.

10 класс

Задание 1 (25 баллов). Экстерналии

1.1. (5 баллов) Рассмотрим прибыль фирмы до вмешательства государства.

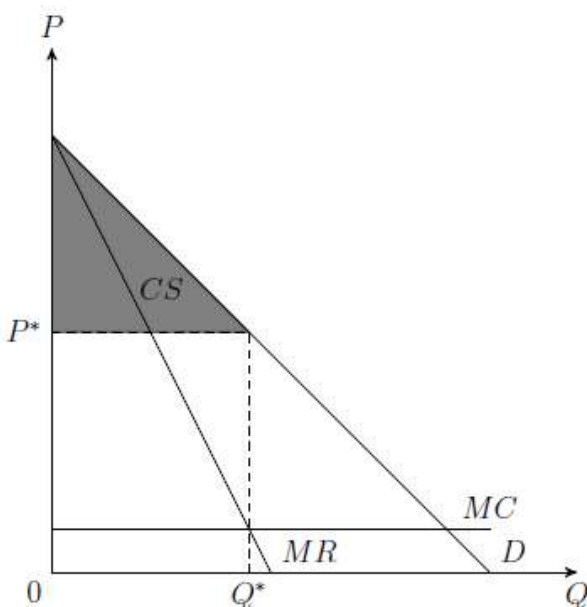
$$\Pi = PQ - 10Q = (100 - Q)Q - 10Q = (90 - Q)Q$$

Так как фирма является монополистом, то она может выбирать цену, поэтому можно подставить спрос в прибыль. Максимум прибыли достигается при $Q = 45$ в вершине параболы ветвями вниз. Тогда прибыль фирмы в оптимуме равна 45^2 . На рынке установится цена 55.

Благосостояние состоит из излишка потребителей, прибыли фирмы, изменения государственных доходов/расходов, а также ущерба от выбросов.

$$SW = CS + \Pi + \Delta G + L$$

Посчитаем излишек потребителей.



Откуда $CS = \frac{45^2}{2}$. Изменение государственных расходов/доходов равны 0. Потери от выбросов $-1,5 \times 45^2$. Получим, что $SW = \frac{45^2}{2} + 45^2 + 0 - 1,5 \times 45^2 = 0$.

Схема оценивания

- 1 балл за нахождение цены товара
- 1 балл за нахождение прибыли
- 2 балла за нахождение излишка потребителя
- 1 балл за нахождение благосостояния
- -1 балл за ошибку в вычислениях

1.2. (14 баллов) *Случай 1.* Рассмотрим последствия введения налога t . Прибыль фирмы будет равна $\Pi = PQ - 10Q - tQ = (100 - Q)Q - 10Q - tQ = (90 - t - Q)Q$.

Максимум прибыли достигается при $Q = \frac{90-t}{2}$ в вершине параболы ветвями вниз. Тогда прибыль фирмы в оптимуме равна:

$$\pi = \frac{(90 - t)^2}{4}$$

На рынке установится цена $P = \frac{110+t}{2}$. Потребительский излишек:

$$CS = \frac{1}{2} \times \frac{90-t}{2} \times \left(100 - \frac{110+t}{2}\right) = \frac{(90-t)^2}{8}$$

Доходы государства от налогообложения:

$$\Delta G = \frac{90t - t^2}{2}$$

Потери, вызванные выбросами:

$$L = -1.5 \times \frac{(90-t)^2}{4}$$

Получаем благосостояние:

$$SW = \frac{(90-t)^2}{8} + \frac{(90-t)^2}{4} + \frac{90t - t^2}{2} + -1.5 \times \frac{(90-t)^2}{4} = \frac{90t - t^2}{2}$$

Заметим, что благосостояние зависит только от налоговых сборов. Однако будет ошибкой изначально считать, что государство максимизирует налоговые сборы. Максимум достигается в вершине параболы ветвями вниз при $t^* = 45$. Тогда благосостояние будет равно $SW = 45^2$.

Случай 2. Рассмотрим установку сооружений. Сооружения приобретает государство и тратит на это $|\Delta G| = |-60X|$.

Заметим, что если государство обяжет фирму платить за данные сооружения, то благосостояние никак не поменяется. Таким образом, неважно, кто в итоге тратит деньги на сооружения.

Решение фирмы будет таким же, как и в пункте а, соответственно, прибыль и излишек потребителей не изменятся. Сооружения поглощают выбросы, а значит потери от выбросов уменьшатся и составят $L = -1,5 \times (45 - 4X)^2$. Запишем благосостояние.

$$SW = \frac{45^2}{2} + 45^2 - 60X - 1,5 \times (45 - 4X)^2 = -24X^2 + 480X = 24(20X - X^2)$$

Максимум благосостояния достигается при $X^* = 10$ в вершине параболы ветвями вниз. Получаем, что максимальное благосостояние в этом случае равно 2400.

Во втором случае благосостояние больше $2400 > 45^2$. Государство выберет второй вариант.

Схема оценивания

Стратегия введения налога:

- 1 балл за прибыль, выраженную через t и Q
- 1 балл за прибыль, выраженную через t
- 1 балл за потери от выбросов, выраженные через t
- 2 балла за доходы государства, выраженные через t
- 2 балла за излишек потребителя, выраженный через t
- 1 балл за верно найденное благосостояние
- -1 балл за ошибку в вычислениях или при упрощении выражения

Стратегия постройки очистительных сооружений:

- 1 балл за нахождение прибыли
- 1 балл за нахождение излишка потребителя
- 1 балл за потери от выбросов, выраженные через количество сооружений

- 1 балл за расходы государства, выраженные через количество сооружений
- 2 балла за нахождение благосостояние
- –1 балл за ошибку в вычислениях или при упрощении выражения. (Если ошибка была при вычислении благосостояния, то за соответствующий пункт ставилось 0 баллов)

1.3. (6 баллов) Возможные варианты ответа.

- Введение максимально возможного уровня производства угля ниже 45. Данная мера приведет к уменьшению выбросов, при этом никак не повлияв на доходы/расходы государства.
- Введение потолка цен ниже 55, приведет к снижению объемов производства, что в свою очередь приведет к уменьшению выбросов. При этом расходы/доходы государства не изменятся.
- Государство может передать права на контроль за выбросами частной организации, которая следит за экологией. И уже эта организация может продавать квоты на количество выбросов или обязать фирму платить за каждую произведенную тонну угля, а потом тратить эти деньги на улучшение экологии.

Схема оценивания:

- 3 балла ставилось за меру, которая является полностью верной
- 2 балла ставилось за меру, которая требовала небольших доработок или каких-либо пояснений о том, как она влияет на выбросы
- 1 балл ставился за меру, которая имела хорошую идею, но неверную или никакой реализации
- 0 баллов ставилось за меру, которая не имеет ни идеи, ни реализации

Задание 2 (30 баллов).Поставки оливок

2.1. (10 баллов) Мы знаем, что фирма О выбирает свой выпуск, наблюдая цену за литр воды, которую перед этим назначила фирма В. Значит, сначала нам нужно понять, сколько литров воды готова закупить фирма О (назовем эту величину r) при каждой цене за литр этой воды (назовем эту величину w).

Для начала нам стоит понять, сколько килограммов законсервированных оливок фирма может произвести из r литров воды и s килограммов оливок. Заметим, что из 1 кг оливок и 1 кг воды можно изготовить только 1 кг законсервированных оливок. Это значит, что для оптимального использования ресурсов нам нужно $r = s$, то есть объем воды в литрах должен быть равен весу оливок в килограммах. Предположим, что это не так, и мы используем в производстве 1 кг оливок и 1.5 кг воды. Это значит, что мы производим 1 кг законсервированных оливок, и можем сократить объем закупаемой воды для производства, что сократит издержки, но оставит неизменным объем итогового продукта и величину выручки. Как следствие, мы производим $q = r = s$ килограммов законсервированных оливок.

Перейдем к постановке оптимизационной задачи фирмы О. Её прибыль имеет вид:

$$\pi_o = (200 - q)q - 40q - wq = (160 - w)q - q^2.$$

Функция прибыли является параболой с ветвями вниз относительно q . Значит, максимум прибыли достигается в вершине, где:

$$q^* = \frac{-b}{2a} = \frac{-(160 - w)}{-2} = \frac{160 - w}{2}.$$

Так, мы получили спрос фирмы О на воду от фирмы В.

Следующим шагом будет понять, в каком объеме понадобятся чистая вода, уксус и специи для изготовления литра воды-консерванта. Из условия мы знаем, что для 1 литра воды требуется 1 литр чистой воды, 10 грамм уксуса и 10 грамм специй. Значит, издержки фирмы В имеют вид:

$$TC = 5 \cdot \text{литров чистой воды} + 2 \cdot 10 \cdot \text{граммов уксуса} + 3 \cdot 10 \cdot \text{граммов специй}.$$

Выражая все через v – объем изготовленной воды – получаем:

$$TC(v) = 5v + 2v + 3v = 10v.$$

Осталось записать прибыль фирмы В, которая сама выбирает цену за литр воды:

$$\pi_V = (160 - 2v)v - 10v = 150v - 2v^2,$$

где $160 - 2v$ – обратная функция спроса на воду-консервант. Видим, что прибыль имеет вид квадратичной параболы с ветвями вниз, значит, максимум в вершине:

$$v^* = \frac{-b}{2a} = \frac{-150}{-2 \cdot 2} = \frac{75}{2}, w = 85, q^* = \frac{75}{2}.$$

Значит, цена килограмма консервированных оливок равна $p = \frac{325}{2} = 162,5$.

Схема оценивания

- 1 балл за производственную функцию (понимание, что $q = r = s$), 1 балл за доказательство этого факта;
- 1 балл запись прибыли фирмы О;
- 2 балла за нахождение выпуска фирмы О;
- 1 балл за издержки производства фирмы В (средние или общие, главное, чтобы было 10 за единицу);
- 1 балл прибыль фирмы В;
- 1 балл за нахождение объема воды-консерванта из максимизации фирмы В ($q^* = v^*$);
- 2 балла за цену оливок – ответ;
- –1 балл, если где-то не доказан максимум прибыли (любым способом: ЭПВН или вторая производная, или графиком);
- –1 балл за арифметическую ошибку в любом месте, если далее не ломается логика задачи, а ответы просто получаются с другими числами.

2.2. (5 баллов) Мы знаем спрос на рынке воды-консерванта – он равен $v = 80 - 0,5w$. Нам осталось понять, какая цена на неё установится в результате функционирования двух фирм, принимающих решение одновременно. Рассмотрим фирму В, которая продаёт 1 литр воды, тогда как фирма К продает 2 литра воды:

$$\pi_V = (160 - 2v_1 - 2v_2)v_1 - 10v_1 = (150 - 2v_2)v_1 - 2v_1^2.$$

Это квадратичная парабола с ветвями вниз относительно v_1 , значит, максимум в вершине:

$$v_1 = \frac{-150 + 2v_2}{-2 \cdot 2} = \frac{75 - v_2}{2}.$$

Аналогично решаем задачу для фирмы К, которая ничем не отличается от фирмы В, и получаем оптимальное v_2 в зависимости от v_1 :

$$v_2 = \frac{75 - v_1}{2}.$$

Поскольку фирмы принимают решение одновременно, для нахождения равновесных значений v_1, v_2 , нам необходимо решить следующую систему:

Значит, фирма О произведет $q = v_1^* + v_2^* = 50$ законсервированных оливок и продаст их по цене 150 рублей за килограмм.

Схема оценивания

- 1 балл за запись прибыли фирмы В или К;
- 1 балл за нахождение объема консерванта первой фирмы в зависимости от объема консерванта второй фирмы;
 - 1 балл за понимание, что у второй фирмы зависимость будет аналогичная (0, если нет объяснения, что вторая фирма ничем не отличается);
 - 1 балл решение системы и нахождение объема консерванта у двух фирм;
 - 1 балл цена оливок (ответ);
 - –1 балл, если где-то не доказан максимум прибыли (любым способом: ЭПВН или вторая производная, или графиком). Не снимается, если в предыдущем пункте уже снижен балл за это;
 - –1 балл за арифметическую ошибку в любом месте, если далее не ломается логика задачи, а ответы просто получаются с другими числами. Логика ломается, если цена в пункте 2.2. получилась выше, чем в пункте 2.1. Если логика сломалась, то снимается 2 балла, но в минус по этому пункту не уходим (то есть например если за пункт 1 балл + логическая ошибка за которую нужно снять 2 балла, то за пункт будет 0 баллов, а не –1).

2.3. (10 баллов) Запишем максимизационную задачу фирмы О, сказав, что фирма О производит q_1 килограммов законсервированных оливок, а фирма Б – q_2 :

$$\pi_O = (200 - q_1 - q_2)q_1 - 40q_1 - wq_1 = (160 - q_2 - w)q_1 - q_1^2 \rightarrow \max_{q_1 \geq 0}$$

Это квадратичная парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$q_1 = \frac{160 - q_2 - w}{2}.$$

Аналогично решаем максимизационную задачу фирмы Б, которая ничем не отличается от фирмы О, и получаем:

$$q_2 = \frac{160 - q_1 - w}{2}.$$

Поскольку фирмы принимают решение одновременно, для нахождения решения нужно решить систему:

$$\begin{cases} q_1 = \frac{160 - q_2 - w}{2} \\ q_2 = \frac{160 - q_1 - w}{2} \end{cases} \Rightarrow q_1 = q_2 = \frac{160 - w}{3}.$$

Значит, спрос на воду-консервант равен:

$$q = q_1 + q_2 = \frac{2 \cdot (160 - w)}{3}$$

Выражая отсюда w , получаем:

$$w = 160 - \frac{3}{2}q = 160 - \frac{3}{2}v.$$

Осталось решить задачу фирмы В:

$$\pi_V = \left(160 - \frac{3}{2}v\right)v - 10v = 150v - \frac{3}{2}v^2 \rightarrow \max_{v \geq 0}$$

Это квадратичная парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$v^* = \frac{150}{3} = 50 \Rightarrow q^* = q_1^* + q_2^* = 50.$$

Значит, фирмы О и Б произведут по 25 законсервированных оливок и продадут их по цене 150 рублей за килограмм.

Схема оценивания

- 2 балла за прибыль фирмы О или Б;
- 1 балл за выпуск первой фирмы в зависимости от выпуска второй;
- 1 балл за выпуск второй фирмы в зависимости от выпуска первой с объяснением, что она ничем не отличается по характеристикам. Если в предыдущем пункте вы уже стоит 0 за отсутствие объяснения, то здесь балл не снимается;
 - 1 за нахождение спроса на консервант;
 - 2 балла за прибыль фирмы В;
 - 1 балл за нахождение оптимального объема консерванта и оливок;
 - 2 балла за цену оливок (ответ);
 - –1 балл, если где-то не доказан максимум прибыли (любым способом: ЭПВН или вторая производная, или графиком). Не снимается, если в предыдущих пунктах уже снижен балл за это;
 - –1 балл за арифметическую ошибку в любом месте, если далее не ломается логика задачи, а ответы просто получаются с другими числами. Логика ломается, если цена в пункте 2.3. получилась выше, чем в пункте 2.1. Если логика сломалась, то снимаем 2 балла, но в минус по этому пункту не уходим (то есть, например если за пункт стоит 1 балл + логическая ошибка, за которую нужно снять 2 балла, то за пункт будет 0 баллов, а не -1).

2.4. (5 баллов) Поскольку в пунктах 2.2. и 2.3. не отличается цена на рынке законсервированных оливок, нетрудно сделать вывод, что и излишек потребителей не будет отличаться, поскольку для каждого q он равен q^2 . Дополнительно можно убедиться, что и сумма прибылей фирм не отличается. Рассмотрим пункт 2.2.:

$$\begin{aligned} \pi_O + \pi_V + \pi_K &= (160 - w)q - q^2 + (150 - 2v_2)v_1 - 2v_1^2 + (150 - 2v_1)v_2 - 2v_2^2 = \\ &= 100 \cdot 50 - 50^2 + (150 - 2 \cdot 25) \cdot 25 - 2 \cdot 25^2 + (150 - 2 \cdot 25) \cdot 25 - 2 \cdot 25^2 = \\ &= 5000. \end{aligned}$$

Рассмотрим пункт 2.3.:

$$\begin{aligned} \pi_O + \pi_V + \pi_B &= (160 - q_2 - w)q_1 - q_1^2 + (160 - q_1 - w)q_2 - q_2^2 + 150v - \frac{3}{2}v^2 = \\ &= (160 - 25 - 85) \cdot 25 - 25^2 + (160 - 25 - 85) \cdot 25 - 25^2 + 150 \cdot 50 - \frac{3}{2} \cdot 50^2 = \\ &= 5000. \end{aligned}$$

Действительно, в обоих случаях сумма прибылей фирм равна 5000. Это наталкивает на вывод о том, что в случае пункта 2.2. фирма О, будучи монополистом, выиграла от олигополии на рынке ресурса (консервированной воды), а также воспользовалась своей монопольной властью на рынке конечного товара, и первое нивелировало эффект монополии на потребителей. В случае пункта 2.3. произошла обратная ситуация. Фирма В могла воспользоваться рыночной властью на рынке ресурса (воды), тогда как на рынке конечного товара имела место олигополистическая конкуренция. Так, эффект от последнего нивелировал эффект монополиста на рынке ресурсов на потребителей. Различия в уровнях благосостояния не наблюдаются, потому что в каждом из случаев один из рынков (будь то рынок ресурса или конечного товара) делился пополам между идентичными фирмами. Ситуация могла быть иной, если бы

фирмы, находящиеся на «одном уровне» (фирмы О и Б или фирмы В и К), отличались по каким-либо характеристикам, которые значимо влияли на отношения «между уровнями».

Схема оценивания

- 1 балл расчёт и равенство CS (можно просто объяснение);
- 1 балл расчёт и равенство PS ;
- 1 балл вывод, что SW одинаковые (3 балла, если сразу считали SW , и пришли к выводу о равенстве);
- 2 балла объяснение (мысль про снижение влияния монополии на потребителей из-за конкуренции в олигополии + мысль что рынок делится пополам между идентичными фирмами в обоих случаях).

Задание 3 (25 баллов). Производство загадочных икс и игрек

3.1. (5 баллов) Для начала запишем ограничения нашего производства. Ограничение по земле:

$$\frac{X}{A} + \frac{Y}{C} \leq Z,$$

где Z – площадь чернозема в кв.м в стране К. Ограничение по воде:

$$BX + Y \leq W,$$

где W – объем воды в литрах в кв.м в стране К.

Оба ограничения должны выполняться одновременно. Это значит, что КПВ должна быть либо **нижней огибающей** из двух прямых (рисунок 1) или просто прямой, если одно ограничение лежит строго выше другого (рисунок 2).

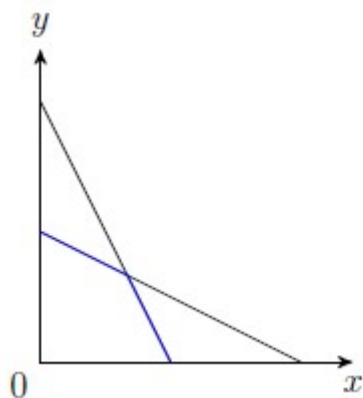


Рис. 1: Вариант 1:
ограничения пересекаются

Однако мы легко можем убедиться, что три данных в условии точки должны принадлежать вогнутой кривой (центральная точка лежит под прямой соединяющей крайние, см. график справа), что противоречит нашим умозаключениям, а значит в отчете есть ошибка.

Схема оценивания

- Если через случаи КПВ:
- 1 балл ограничение по земле;
- 1 балл ограничение по воде;
- по 1 баллу за каждый из двух случаев возможной КПВ;

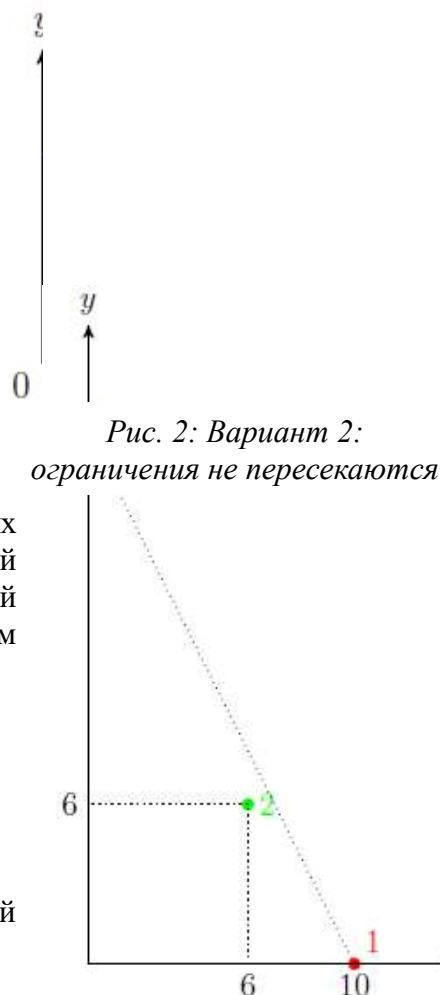


Рис. 2: Вариант 2:
ограничения не пересекаются

- 1 балл итоговый вывод.

Если решение представлено рассуждением-расчетом:

- 1 балл за сколько воды должно быть(не менее 20 или 10В л воды);
- 1 балл за сколько чернозема должно быть(не менее 20 или 10 кв.м);
 - по 1 баллу за проверку, что каждый ресурс используется не полностью в точке (6,6):
если $W \geq 20, W \geq 10B$, то $W > 0,9W = 0,6W + 0,3W \geq 6B + 6$
если $W \geq \frac{20}{C}, Z \geq \frac{10}{A}$, то $Z > 0,9Z = 0,6Z + 0,3Z \geq \frac{6}{A} + \frac{6}{C}$;
- 1 балл итоговый вывод.

За арифметику не снимаем, если не нарушена логика. Итого: 5 баллов за верный обоснованный ответ

Если рассмотрены ограничения как равенства изначально (одно или два) + найдена ошибка – всего 2 балла за пункт.

3.2. (15 баллов) Теперь все три точки лежат на одной прямой, а значит возможна лишь ситуация, показанная в пункте 3.1. на рисунке 2.

Рассмотрим возможные случаи, зная, что $Z = W$, а уравнение КПВ страны К равно $Y = 20 - 2X$.

1) Ограничение по Z лежит нестрого выше ограничения по W : это эквивалентно тому, что максимальные значения КПВ по игреку и иксу у ограничения на Z были не меньше:

$$Y_{max}^Z = CZ \geq Y_{max}^W = W = Z \Rightarrow C \geq 1$$

$$X_{max}^Z = AZ \geq X_{max}^W = \frac{W}{B} = \frac{Z}{B} \Rightarrow A \geq \frac{1}{B}$$

Более того мы знаем, что $BX + Y = W$ эквивалентно $Y = 20 - 2X$, отсюда делаем вывод, что $B=2$, а используя результат полученный выше, понимаем, что все возможные значения параметров в этом случае описываются как $B = 2, A \geq 0,5, C \geq 1$.

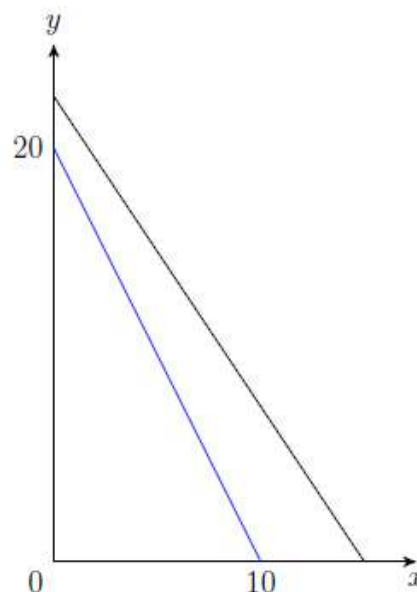
2) Ограничение по W лежит нестрого выше ограничения по Z : это эквивалентно тому, что максимальные значения КПВ по игреку и иксу у ограничения на W были не меньше:

$$Y_{max}^Z = CZ \leq Y_{max}^W = W = Z \Rightarrow C \leq 1$$

$$X_{max}^Z = AZ \leq X_{max}^W = \frac{W}{B} = \frac{Z}{B} \Rightarrow A \leq \frac{1}{B}$$

Более того мы знаем, что $\frac{X}{A} + \frac{Y}{C} = Z$ эквивалентно $Y = 20 - 2X$, отсюда делаем вывод, что $C = 2A$ (больше сказать нельзя, мы не знаем значения Z), а используя результат полученный выше и подставляя в него это соотношение, понимаем, что все возможные значения параметров в этом случае описываются как $A \leq \min\left(\frac{1}{B}, 0,5\right), C = 2A$.

Объединяем ответы, чтобы получить следующую систему:



$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} B = 2 \\ A \geq 0,5 \\ C \geq 1 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} A \leq \min\left(\frac{1}{B}, 0,5\right) \\ C = 2A \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Схема оценивания

- 1 балл за объяснение, что все точки лежат на одной прямой, а значит рассматриваем случай ограничений, когда они не пересекаются (могут коснуться друг друга на границе);
- 1 балл за уравнение КПВ;
- Случай земля не ниже воды – по 2 балла за неравенства, 1 балл за $B = 2$, 1 балл ответ этого случая;
- Случай вода не ниже земли – по 2 балла за неравенства, 1 балл за $C = 2A$, 1 балл ответ этого случая;
- 1 балл итоговый ответ (чтобы было "или");
- –1 балл за арифметическую ошибку, если она не ломает логику решения, а просто получаются другие числа;
- –1 балл, если неравенства строгие.

3.3. (5 баллов) Заметим, что случай 1 из предыдущего пункта нам не подходит, так как в нем

$$Y_{max}^W = W = 1000 > 20,$$

поэтому рассмотрим сразу второй случай.

Теперь мы знаем, что $\frac{X}{A} + \frac{Y}{C} = 1000$ эквивалентно $Y = 20 - 2X$. Поделим первое уравнение на 50:

$$\frac{X}{50A} + \frac{Y}{50C} = 20,$$

приравнивая коэффициенты, получим, что $A = 0,01, C = 0,02$. Заметим, что в данном случае ограничение $A \leq 0,5$ выполняется, а про значение B нам ничего не дано, значит никаких противоречий нет и мы все нашли.

Схема оценивания

- 5 баллов за верный обоснованный ответ, ставятся 2 балла, если рассмотрен только один из двух случаев. За не проверку $A \leq 0,5$ баллы не снимаются.
- –1 балл за арифметическую ошибку в этом пункте, если логика задачи не нарушена, а только числа в ответах другие (не путать с ситуацией, когда в предыдущем пункте уже есть арифметическая ошибка).

Задание 4 (20 баллов). Раскрытие информации**4.1.** (5 баллов) Возможные аргументы :

1. Изначально фирмы не знают, какая из них более производительная, поэтому при раскрытии этой информации более производительная фирма может вытеснить менее производительную с рынка экспресс-доставки, из-за чего прибыль менее производительной фирмы снизится.

2. В случае раскрытия информации более производительная фирма может занять доминирующее положение на рынке экспресс-доставки (рынок станет более

монополизированным), поэтому снизится потребительский излишек и у действующих на рынке фирм снизятся стимулы к улучшению качества доставки впоследствии.

3. Если при раскрытии информации окажется, что производительности двух фирм примерно одинаковые, это может привести к более интенсивной конкуренции между двумя фирмами, из-за чего их прибыли снизятся (например, в случае конкуренции по ценам после раскрытия информации фирмы будут устанавливать цены ближе к уровню своих предельных издержек).

4. Если при раскрытии информации окажется, что производительности двух фирм примерно одинаковые, фирмы могут сговориться между собой и работать как монополия, из-за чего снизится излишек потребителей.

4.2. (5 баллов) Возможные аргументы:

1. Работники могут иметь равный уровень компетенции, находиться на одной позиции, но иметь разные зарплаты (по тем или иным причинам). Если коллеги, занимающие одну позицию, узнают, что кто-то из них получает большую зарплату, это испортит отношения в коллективе, что негативно повлияет на его работоспособность, а значит и на прибыль фирмы.

2. Если работник узнает, что его коллега с примерно той же компетенцией получает большую зарплату, это создаст для него стимулы для поиска работы на аналогичной должности в других компаниях (с зарплатой на уровне коллеги), из-за чего фирма или потеряет этого работника, или предложит ему повышение зарплаты; в обоих случаях её прибыль снизится.

3. При раскрытии зарплат работники могут узнать, что зарплаты на более высоких должностях меньше, чем им хотелось бы получать на них в будущем, поэтому будут искать работу в более перспективных компаниях, поэтому компания может потерять таких работников, а значит и прибыль.

4. Если один руководитель назначил разные зарплаты сотрудникам схожей компетенции на одной позиции и это становится известно, у них могут пропасть стимулы качественно выполнять работу для этого работодателя, следовательно, падает качество работы и ухудшаются финансовые результаты работы компании.

4.3. (5 баллов) Возможные аргументы:

1. Раскрытие информации о сумме претензий может служить сигналом для общества (и, в частности, для инвесторов) о том, что фирма, выплатившая компенсацию, предоставляет некачественные услуги / имеет высокий процент брака товара и т. д., поэтому участники соглашения могут понести репутационные потери.

2. Некоторые агенты могут воспользоваться раскрытой информацией и попробовать получить больше денег от компании в качестве компенсации, опираясь на прошлый опыт разрешения споров, поэтому компания может потерять на последующих выплатах дополнительные средства.

3. Раскрытие суммы сделки позволяет оценить издержки / другие характеристики участников разбирательства, поэтому конкуренты могут более точно находить свой наилучший ответ на действия этих участников, что приведёт к сокращению их прибылей.

4.4. (5 баллов) Возможные аргументы:

1. Если рецепт будет раскрыт, то кафе потеряет часть прибыли за счет использования данного рецепта другими фирмами (конкурентами), так как перестанет быть монопольным производителем блюда. Снижение прибыли может привести к снижению возможностей кафе для развития бизнеса, в том числе поиска новых оригинальных рецептов.

2. В случае раскрытия рецепта его можно будет повторить, в том числе в домашних условиях, поэтому оно станет менее редким и ценным благом, поэтому спрос на это блюдо снизится, поэтому прибыль кафе от приготовления этого блюда снизится.

3. При раскрытии рецепта часть потребителей может счесть его вредным для здоровья / неприемлемым из-за используемых ингредиентов, из-за чего снизится спрос на это блюдо, поэтому снизится прибыль кафе.

4. Если потребовать от кафе раскрытия всех рецептов, в том числе и новых, то фирме будет невыгодно искать какой-то уникальный рецепт (вкус) для привлечения покупателей, так как издержки этого высоки, а увеличение прибыли от нового рецепта будет не очень высоким, поэтому кафе будет упускать инвестиционные возможности, которые были бы прибыльными в условиях отсутствия раскрытия информации.

Схема оценивания

Оценивание каждого приведённого аргумента:

1. Аргумент соответствует объяснению негативного влияния раскрытия информации, иначе данный аргумент оценивается в 0 баллов

- Аргументы, объясняющие положительное влияние раскрытия информации или только выгоды от нераскрытия информации, оцениваются в 0 баллов

2. Аргумент имеет отношение к экономике (рассматривается поведение экономических агентов), иначе данный аргумент оценивается в 0 баллов

3. Содержание аргумента отличается от содержания ранее приведённых в работе аргументов (указан иной механизм влияния), иначе данный аргумент оценивается в 0 баллов

4. Приведённое объяснение / цепочка рассуждений не содержит логических ошибок и ошибок в использовании экономической теории; при необходимости сформулированы все сделанные специальные предположения – 1 балл

5. Аргумент является полным (присутствует объяснение / цепочка рассуждений) и из него ясно следует, кто (какой экономический агент / какие экономические агенты) пострадает от раскрытия информации – 1 балл

Оценивание всех аргументов в одном пункте задачи:

6. Не менее двух аргументов в одном пункте задачи являются полными и корректными (такие аргументы оценены в 2 балла каждый), и указанное в них негативное влияние раскрытия информации охарактеризовано в экономических терминах (таких как прибыль, излишек потребителя, общественное благосостояние, упущенные возможности) – 1 балл

За каждый пункт задачи выставляется не более 5 баллов.

11 класс

Задание 1 (20 баллов). Патенты

1.1. (10 баллов) Аргумент "За": монопольная власть позволяет получать прибыль, которая является платой за время и ресурсы, потраченные на изобретение новой технологии. Без этого заниматься разработками было бы невыгодно. Таким образом, патенты стимулируют рост НТП, а значит и долгосрочный экономический рост.

Аргумент "против": невозможность использовать технологию для дальнейшего её улучшения (например, в результате действия блокирующих патентов) может привести к замедлению развития технологии. Это происходит в силу того, что фирма, владеющая патентом, будет иметь меньше стимулов в условиях отсутствия потенциальных конкурентов, для её развития.

1.2. (10 баллов) Вертикальных инноваций становится меньше, горизонтальных больше. (2 балла) Вертикальные в большей степени ограничены одной технологией производства для одного товара, и патент запрещает улучшать текущую технологию другим компаниям. А значит у фирмы-производителя меньше угрозы появления на рынке конкурента, из-за чего стимулы осуществлять инновации сокращаются. (4 балла) Другие же товары часто можно производить по иным технологиям, поэтому на них ужесточение практически не влияет напрямую, но создает стимулы переключиться с улучшения текущей технологии на создание новых продуктов. (4 балла)

Критерии проверки

1.1. (10 баллов) Выставлялось по 5 баллов за каждый верный и полностью обоснованный аргумент. Если участники писали в аргументе "за что патенты позволяют контролировать выпуск и обеспечивать военную тайну, экологическую безопасность и т. п., выставлялся 1 балл (потому что это не цель патентов, хотя и такие действия действительно делать чуть проще, но для них существуют другие механизмы). 1 балл также выставлялся, если участник писал про улучшение технологического прогресса, но без какого-либо обоснования. Ответ не обязательно должен ссылаться на долгосрочный экономический рост, однако необходимо было делать отсылки к тому, что новые технологии позволяют производить важные для общества товары и соответственно увеличивать общественное благосостояние (за отсутствие этой части механизма снималось 2 балла).

Также отдельно заметим, что аргумент "против" заключающийся в том, что монополия — это плохо из-за возникновения DWL, ставилось 0 баллов (это написано в условии, а значит надо было говорить о других вещах; а вообще, потому что без патентов и монополизации рынка никаких инноваций бы не создавалось, а значит все благосостояние было бы ниже). Сюда же относятся комментарии про то, что цены будут высокие и это плохо, товаров будет мало, люди не будут получать лекарства и т. п.

Помимо этого, в условии просили привести по одному аргументу, и жюри могло не выбирать из всех аргументов один верный, а также могло штрафовать за ошибки в рассуждениях по нерелевантному второму аргументу, хотя первый мог быть верным.

1.2. (10 баллов) Выставлялось 2 балла за верно указанные направления изменения, и по 4 балла за обоснование для вертикальных и горизонтальных инноваций. Важно заметить, что если у монополиста при вертикальных инновациях нет конкурентов, то это не говорит о том, что стимулов к инновациям нет (это неверное утверждение, потому что есть стимул в виде снижения издержек и проста прибыли). Если в работе была мысль, что блокирующий патент не дает появляться конкурентам, и поэтому стимулов нет, ставилось 2 балла из 4. Также штрафовалось наличие общих ошибок в аргументации (например, фраза

про неограниченно высокие цены монополиста). Размер штрафа зависит от грубости совершаемой ошибки.

Задание 2 (25 баллов). Морковное производство

Введём два обозначения, которые будут использоваться в решении: s – вес сока в тоннах, p – вес пюре в тоннах. M_1 – тонн моркови отправлено в первый регион, M_2 – тонн моркови отправлено во второй регион, α – сколько тонн моркови отправил первый регион на второй завод, β – сколько тонн моркови отправил второй регион на второй завод. Под вторым заводом подразумевается завод, на который морковь не была доставлена Морковкиным.

2.1. (7 баллов) КПВ каждого из заводов в первом регионе будет представлено уравнениями:

- Первый завод: $s + 2p = M_1 - \alpha$
- Второй завод: $2s + p = 0,5\alpha$,

где α – количество тонн моркови, отправленных на второй завод. Это значит, что максимум в первом регионе может быть произведено $0,5M_1$ тонн пюре или $M_1 - 0,75\alpha$ тонн сока. В случае второго региона ситуация симметрична: КПВ каждого из заводов во втором регионе будет представлено уравнениями:

- Первый завод: $2s + p = M_2 - \beta$
- Второй завод: $s + 2p = 0,5\beta$,

Каждая из КПВ выглядит так:

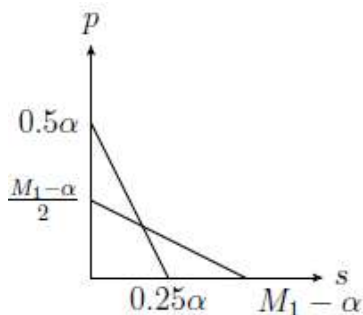


Рис. 1: Первый регион

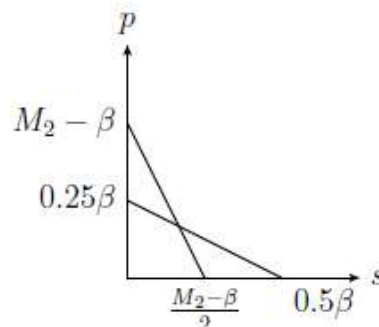


Рис. 2: Второй регион

«Складывая» КПВ, опираясь на альтернативные издержки на каждом из заводов, можно заметить, что суммарная КПВ (если $\alpha, \beta > 0$) лежит под КПВ завода, на который доставляется морковь, а на одном из участков, который соответствует заводу, на который привозят морковь, совпадают.

Суммарные КПВ регионов имеют вид:

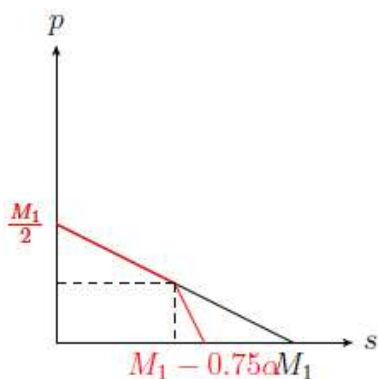


Рис. 3: Первый регион

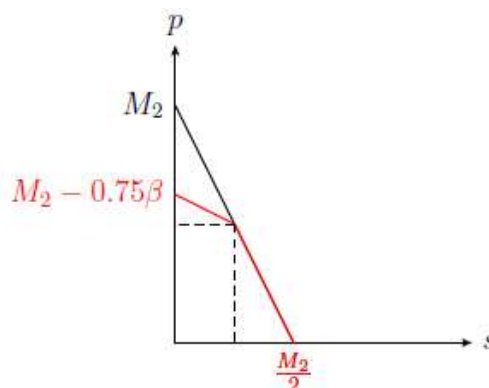


Рис. 4: Второй регион

Это значит, что КПВ каждого из регионов совпадает с КПВ завода, на который доставляется морковь. Тогда КПВ Морковки аналитически имеет вид:

$$p = \begin{cases} \frac{M_1}{2} + M_2 - 0,5s, s \in [0; M_1] \\ 2M_1 + M_2 - 2s, s \in \left(M_1, M_1 + \frac{M_2}{2}\right], \end{cases}$$

а графически:

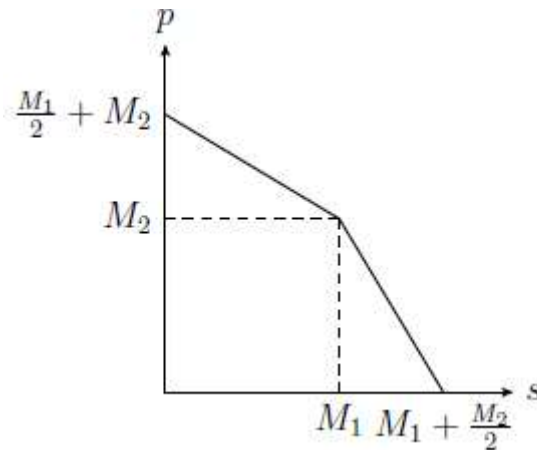


Рис. 5: КПВ Морковки (2.1.)

2.2. (4 балла) Если бы Морковкин мог приказывать, сколько продуктов можно произвести на каждом из заводов, то он бы приказал первому региону производить *только сок*, а второму региону – *только пюре*. Во-первых, можно показать, что при любых α, β Морковкину выгоднее приказывать производить все на том заводе, на который он доставляет морковь – это так потому, что каждая из КПВ региона при задействовании второго завода лежит *не выше* КПВ первого завода. Значит, Морковкину нужно выбирать, сколько сока и моркови производить на первом заводе в первом регионе и на первом заводе во втором регионе.

Во-вторых, поскольку альтернативные издержки производства сока ниже в первом регионе, а альтернативные издержки производства пюре ниже во втором регионе, Морковкину выгодно приказать производить в первом регионе только сок, а во втором регионе только пюре. Значит, в стране будет:

$$p = M_2 \text{ тонн пюре и } s = M_1 \text{ тонн сока.}$$

Значит, чтобы максимизировать количество наборов, морковкину нужно учесть, что количество сока и пюре должно соотноситься как $2 =$, что максимизирует и количество потребленных наборов. Значит:

$$2p = s = M_1 = 2M_2 = 100 - M_2 \Rightarrow M_2 = \frac{100}{3}, M_1 = \frac{200}{3}.$$

Получается, в стране будет потреблено $p = \frac{100}{3}$ тонн пюре и $\frac{200}{3}$ тонн сока.

2.3. (5 баллов) Теперь Морковкин не может приказывать, сколько тонн моркови отправить на каждый из заводов, а регионы сами максимизируют потребление сока и пюре. Тогда сока и пюре потребляется в соответствии с указанной в условии пропорцией, то есть $s = 2p$.

Тогда в первом регионе производят:

$$s_1 = 2p_1 = M_1 - 2p_1 \Rightarrow s_1 = \frac{M_1}{2}, p_1 = \frac{M_1}{4}.$$

Во втором регионе производят:

$$s_2 = 2p_2 = \frac{M_2}{2} - \frac{p_2}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{M_2}{5}, s_2 = \frac{2M_2}{5}.$$

Суммарно произведет наборов:

$$\frac{M_1}{4} + \frac{M_2}{5} = \frac{100 - M_2}{4} + \frac{M_2}{5} = 25 - 0,25M_2 + 0,2M_2 = 25 - 0,05M_2 \rightarrow \max_{M_2}$$

Суммарное количество наборов убывает по M_2 , значит, максимум наборов будет при $M_2 = 0$. Тогда:

$$M_1 = 100, p_1 + p_2 = \frac{M_1}{4} = 25, s_1 + s_2 = \frac{M_1}{2} = 50.$$

Изобразим на графиках потребление в каждом из регионов, если количество сока $s = 2p$:

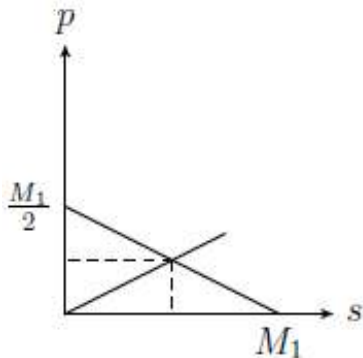


Рис. 6: Первый регион

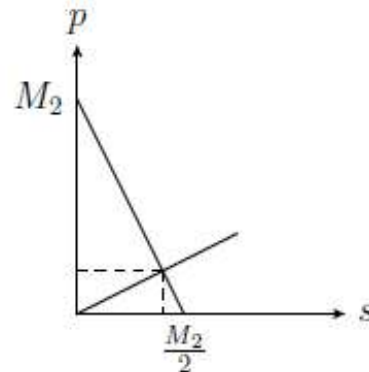


Рис. 7: Второй регион

2.4. (9 баллов) У нас есть вариант получить третий регион, в котором мы из M_3 тонн нашей моркови мы можем произвести тонн сока или тонн пюре (то есть отправить M_3 на захват и получить M_3 моркови). Рассмотрим два случая: Морковкин может приказать, сколько произвести на каждом из заводов и не может.

• **Морковкин может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов.** В таком случае у Морковкина есть 3 региона, КПВ в которых выглядят как:

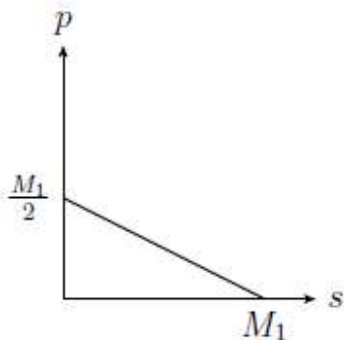


Рис. 8: Первый регион

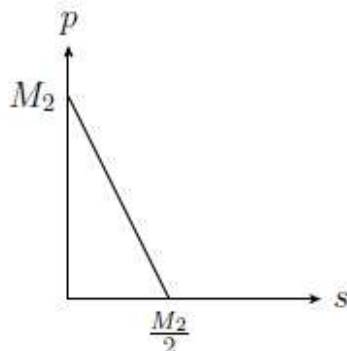


Рис. 9: Второй регион

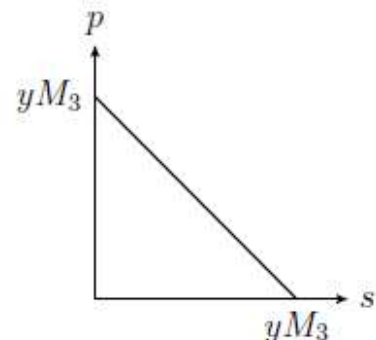


Рис. 10: Новый регион

Вспомним, что имея 2 региона, Морковкин весь сок производил только в первом регионе, а всё пюре только во втором регионе. В третьем (новом) регионе можно произвести или yM_3 сока или yM_3 пюре.

Во-первых, заметим, что если $y < 1$, нам невыгодно задействовать новый регион в производстве и, значит, захватывать его – мы можем получить больше наборов если воспользуемся двумя старыми регионами. Если $y = 1$, нам безразлично.

Осталось рассмотреть случай, когда $y > 1$. У нас есть 3 варианта: используем первый и третий регионы (в котором теперь можно произвести больше пюре и сока), второй и третий регионы, или только третий.

- **Используем первый и третий регионы.** Тогда Морковкину выгодно производить весь сок в первом регионе, а пюре – в третьем, потому что при

том же количестве затраченной моркови в первом регионе M_1 мы получим меньшее количество сока. Тогда:

$$s = 2p = M_1 = 2yM_3 \Rightarrow M_3 = \frac{100}{2y+1} \Rightarrow p = \frac{100y}{2y+1},$$

то есть мы потребуем $\frac{100y}{2y+1}$ наборов.

- **Используем второй и третий регионы.** Тогда Морковкину выгодно производить весь сок в третьем регионе, а пюре – во втором, потому что при том же количестве затраченной моркови во втором регионе M_2 мы получим меньшее количество сока. Тогда:

$$s = 2p = M_2 = yM_3 \Rightarrow M_2 = \frac{100y}{2+y} \Rightarrow p = \frac{100y}{2+y},$$

то есть мы потребуем $\frac{100y}{2+y}$ наборов, что больше, чем $\frac{100}{2y+1}$:

$$\frac{100y}{2+y} > \frac{100y}{2y+1} \Rightarrow 2y+1 > 2+y \Rightarrow y > 1.$$

А $\frac{100y}{2+y}$ больше $\frac{100}{3}$ – количество наборов при использовании первого и второго региона:

$$\frac{100y}{2+y} > \frac{100}{3} \Rightarrow 3y > 2+y \Rightarrow y > 1.$$

- **Используем только третий регион.** Тогда $M_3 = 100, M_1 = M_2 = 0$. Учитывая, что КПВ в третьем регионе равно $p = yM_3 - s$, получаем:

$$s = 2p = yM_3 - p \Rightarrow p = \frac{yM_3}{3} = \frac{100y}{3},$$

то есть мы потребуем $\frac{100y}{3}$, что, в силу $y > 1$, больше, чем мы потребляли изначально. Осталось сравнить это с использованием второго и третьего региона:

$$\frac{100y}{3} > \frac{100y}{2+y} \Rightarrow 2+y > 3 \Rightarrow y > 1.$$

Значит, действительно, выгоднее всего захватывать третий регион только если $y > 1$ и задействовать его в производстве и сока, и пюре.

- **Морковкин не может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов.** Тогда в первом регионе будет потреблено:

$$s = 2p = M_1 - 2p \Rightarrow p = \frac{M_1}{4} \quad \text{– количество наборов из первого региона.}$$

Во втором регионе будет потреблено:

$$s = 2p = \frac{M_2}{2} - \frac{p}{2} \Rightarrow p = \frac{M_2}{5} \quad \text{– количество наборов из второго региона.}$$

В третьем регионе будет потреблено:

$$s = 2p = yM_3 - p \Rightarrow p = \frac{yM_3}{3} \quad \text{– количество наборов из третьего региона.}$$

Тогда суммарно будет потреблено наборов:

$$\frac{M_1}{4} + \frac{M_2}{5} + \frac{yM_3}{3} = \frac{100 - M_2 - M_3}{4} + \frac{M_2}{5} + \frac{yM_3}{3} = 25 - 0.05M_2 + M_3 \cdot \frac{4y-3}{12}$$

Во-первых, суммарное количество наборов всегда убывает по M_2 , значит, $M_2 = 0$. Во-вторых, если $y < \frac{3}{4}$, то суммарное количество наборов убывает по M_3 , значит, $M_3 = 0$, а $M_1 = 100$. Если $y = \frac{3}{4}$, суммарное количество наборов не зависит от M_3 , а если $y > \frac{3}{4}$, то суммарное количество наборов возрастает по M_3 , и тогда $M_3 = 100$.

Значит, Морковкин захватит новый регион, не имея возможности приказывать регионам, сколько и на каком заводе производить, если $y > \frac{3}{4}$.

Изобразим на графиках потребление в каждом из регионов, если количество сока $s = 2p$:

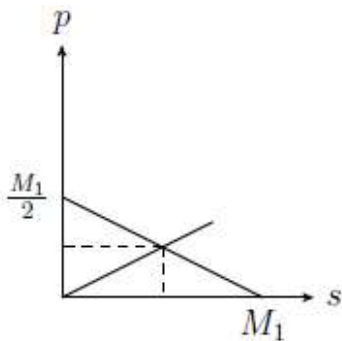


Рис. 11: Первый регион

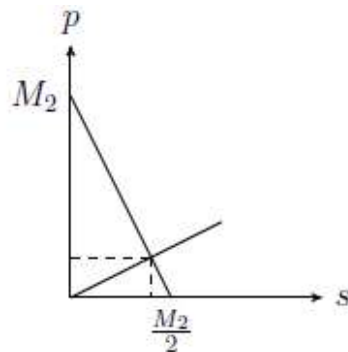


Рис. 12: Второй регион

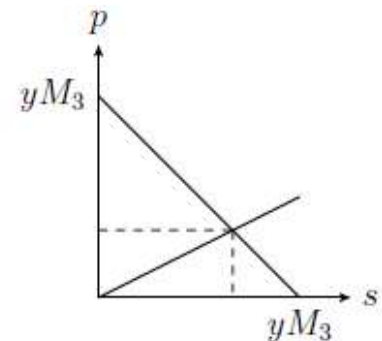


Рис. 13: Новый регион

Критерии проверки

2.1. (7 баллов)

- КПВ заводов первого региона – по 1 баллу за каждый завод
- КПВ заводов второго региона – по 1 баллу за каждый завод
- Объяснение, что не будем перевозить ни в первом регионе, ни во втором – 1 балл
- Аналитическая запись КПВ страны – 1 балл
- Графическая КПВ – 1 балл

Штрафы:

- за арифметическую ошибку 1 балл;
- не объяснено, что за обозначения ввёл, у участника нет аналитической записи КПВ заводов, но есть графики с верными числами – 1 балл;
- за отсутствие описания связи между количествами моркови на заводах в одном регионе – 1 балл;
- если участник предполагал, что в каждом регионе по 100 тонн моркови – 3 балла.

2.2. (4 балла)

- Верная запись для соотношения потребляемого пюре и моркови – 1 балл
- Обоснованная идея о том, какой завод в каждом регионе выгодно использовать (засчитывается как объяснение своего ответа) – 1 балл
- Обоснованная идея о том, что в первом регионе производим только сок, а во втором только пюре – 1 балл
- Итоговый ответ (и сколько пюре, и сколько сока) – 1 балл

2.3. (5 баллов)

- Сколько производят в первом регионе (при наличии валидного обоснования, почему так) – 1 балл

- Сколько производят во втором регионе (при наличии валидного обоснования, почему так) – 1 балл
- Количество наборов как зависимость от количества моркови, отправленной в один из регионов – 1 балл
- Сколько моркови отправится в каждый из регионов – 1 балл
- Сколько пюре и сколько сока будет потреблено – 1 балл

2.4. (9 баллов)

- КПВ третьего региона – 1 балл
- Рассмотрен случай, когда Морковкин может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов – 4 балла, из них:
 - Идея о том, что все три региона задействовать не будем – 1 балл
 - Верно рассмотрен случай использования первого и третьего региона – 1 балл
 - Верно рассмотрен случай использования второго и третьего региона – 1 балл
 - Сделан вывод, что захватывать будем при $y > 1$ (можно и $y \geq 1$) – 1 балл
- Рассмотрен случай, когда Морковкин не может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов – 3 балла, из них:
 - Сколько будет произведено в третьем регионе – 1 балл
 - Сколько всего наборов произведено (как зависимость от моркови, отправленной в каждый из регионов) – 1 балл
 - Сделан вывод о том, когда в третьем регионе что-то производим, а когда – нет, или получено $y > \frac{3}{4}$ (можно и $y \geq \frac{3}{4}$) – 1 балл
- Валидное интуитивное объяснение – 1 балл

Штрафы:

- за арифметическую ошибку – 1 балл;
- если участник не указывает, что есть разница между ситуацией, когда Морковкин может приказывать, сколько морковки производить и не может – 1 балл;
- если участник предполагал, что в каждом регионе по 100 тонн моркови – 4 балла.

Задание 3 (30 баллов). Межрегиональная торговля

Общие критерии: Незначительная арифметическая ошибка или отсутствие условий 2 порядка оценивается в –1 балл в каждом пункте, если эта ошибка не была перенесена из пунктов ранее. Арифметическая ошибка приведшая к существенному искажению результата оценивается в зависимости от веса пункта и степени искажения результата (самые типичные такие ошибки будут указаны в примечаниях к пунктам)

Если модель задачи неверная (монополия или СК вместо олигополии), это почти всегда должно оцениваться в 0 баллов. Баллы за сравнение ставятся только если оба числа были получены из логически верных соображений. Незначительная арифметическая ошибка допускается, однако при сильном искажении результатов баллы не ставятся.

В силу симметрии задачи можно было в каждом из пунктов проводить половину вычислений, но явно ссылаясь на аналогичность и/или симметричность и сопоставление нужных объектов. У таких вычислительных пунктов написано (x2) в конце критериев.

3.1. (4 балла) Рассмотрим прибыль фирмы из региона Альфа, если перевозка варенья не разрешена. Будем называть её фирма 1.

$$\Pi_1 = P_\alpha q_1 - 20q_1$$

Фирма является монополистом на рынке в своем регионе, поэтому подставим в прибыль $P_\alpha = 140 - Q_\alpha$. Так как фирма одна $Q_\alpha = q_1$.

$$\Pi_1 = (140 - q_1)q_1 - 20q_1 = (120 - q_1)q_1$$

График прибыли – парабола ветвями вниз относительно q_1 . Максимум прибыли достигается при $q_1^* = 60$ и равен $(120 - 60) \cdot 60 = 3600$.

Аналогичные рассуждения верны для фирмы из региона Бета, будем называть её фирма 2.

$$\Pi_2 = P_\alpha q_2 - 20q_2 = (140 - q_2)q_2 - 20q_2 = (120 - q_2)q_2$$

График прибыли – парабола ветвями вниз относительно q_2 . Максимум прибыли достигается при $q_2^* = 60$ и равен 3600.

3.2. (13 баллов) Так как сначала главы регионов выбирают налог, то обозначим введенную ставку налога в регионах t_α и t_β соответственно и найдем то, как зависит выбор фирм от этих ставок, то есть решим задачу по индукции. Рассмотрим прибыль фирмы 1.

$$\Pi_1 = P_\alpha q_{1,\alpha} - 20q_{1,\alpha} + P_\beta q_{1,\beta} - 20q_{1,\beta} - t_\beta q_{1,\beta},$$

где количество $q_{1,\alpha}$ фирма 1 продает в регионе Альфа, а количество $q_{1,\beta}$ в регионе Бета. Цены в регионах определяются следующим образом $P_\alpha = 140 - q_{1,\alpha} - q_{2,\alpha}$ и $P_\beta = 140 - q_{1,\beta} - q_{2,\beta}$. Подставим цены в прибыль и заметим, что мы можем разложить общую прибыль фирмы 1 на прибыль в регионе Альфа и прибыль в регионе Бета.

$$\Pi_1 = \Pi_{1,\alpha} + \Pi_{1,\beta}$$

$$\Pi_{1,\alpha} = (120 - q_{1,\alpha} - q_{2,\alpha})q_{1,\alpha}$$

$$\Pi_{1,\beta} = (120 - t_\beta - q_{1,\beta} - q_{2,\beta})q_{1,\beta}$$

Прибыль в регионе Альфа достигает максимума при $q_{1,\alpha} = \frac{120 - q_{2,\alpha}}{2}$, а прибыль в регионе Бета – при $q_{1,\beta} = \frac{120 - q_{2,\beta} - t_\beta}{2}$, так как обе функции – параболы ветвями вниз.

Применим аналогичные рассуждения к максимизации прибыли второй фирмы и получим $q_{2,\alpha} = \frac{120 - q_{1,\alpha} - t_\alpha}{2}$ и $q_{2,\beta} = \frac{120 - q_{1,\beta}}{2}$.

Фирмы принимают решения о выборе продаваемого количества одновременно и независимо. Найдем равновесные значения.

$$\begin{cases} q_{1,\alpha} = \frac{120 - q_{2,\alpha}}{2} \\ q_{2,\alpha} = \frac{120 - q_{1,\alpha} - t_\alpha}{2} \\ q_{1,\beta} = \frac{120 - q_{2,\beta} - t_\beta}{2} \\ q_{2,\beta} = \frac{120 - q_{1,\beta}}{2} \end{cases}$$

Решив системы получим, что $q_{1,\alpha} = 40 + \frac{t_\alpha}{3}$, $q_{2,\alpha} = 40 - \frac{2t_\alpha}{3}$, $q_{2,\beta} = 40 + \frac{t_\beta}{3}$, $q_{1,\beta} = 40 - \frac{2t_\beta}{3}$.

Как можно заметить, с увеличением налога на ввоз товара в регион Бета фирма 1 снижает объем поставок товара в этот регион, потому что ее издержки растут (заметьте что при этом ее выпуск в другом регионе не меняется и решения по регионам не связаны друг с другом так как издержки постоянны), при этом фирма 2 увеличивает производство в

домашнем регионе, так как она может захватить освободившуюся часть рынка. Аналогичные рассуждения верны для региона Альфа.

3.3. (1 балл) Рассмотрим фирму 2. Количество, которое она продает в регион Альфа зависит от ставки налога следующим образом $q_{2,\alpha} = 40 - \frac{2t_\alpha}{3}$. При ставке налога $t_\alpha < 60$ она продает ненулевое количество. Значит, если ставка налога будет $t_\alpha \geq 60$, то фирма откажется от поставок варенья в чужой регион. Аналогичные заключения можно сделать для фирмы 1.

Примечание: можно заметить, что система из пункта **3.2.** решена нами только для случая, когда $t_\alpha, t_\beta \leq 60$, потому что в случае когда налог превышает указанный выше порог $q_{1,\alpha} = 60, q_{2,\alpha} = 0$ и / или $q_{2,\beta} = 60, q_{1,\beta} = 0$. Далее этот случай мы детально рассматривать не будем, потому что он частично эквивалентен пункту а, и более того не соответствует целям глав регионов по максимизации сборов (см пункт **3.5.**).

3.4. (4 балла) Сумма налоговых сборов в каждом регионе равна сумме, которую уплатит каждая соответствующая фирма $Tx_\alpha = Tx_2 = 40t_\alpha - \frac{2t_\alpha^2}{3}$ и $Tx_\beta = Tx_1 = 40t_\beta - \frac{2t_\beta^2}{3}$.

Рассмотрим прибыли фирм до 2022 года и после. Заметим, что фирмы симметричны, так что сравним прибыли только для фирмы 1. Результат будет аналогичным для фирмы 2. Прибыль до 2022 года $\Pi_1^m = 3600$. Прибыль в 2022 году $\Pi_1^o = \left(40 + \frac{t_\alpha}{3}\right)^2 + \left(40 - \frac{2t_\beta}{3}\right)^2$. Заметим, что положение фирмы один могло улучшиться, если например $t_\alpha = 15$, а $t_\beta = 0$. Или ухудшиться, если $t_\alpha = 0$, а $t_\beta = 15$. В случае $t_\alpha = t_\beta = t, \Pi_1^o = 3200 - \frac{80t}{3} + \frac{5t^2}{9} \leq 3600$ на $[0, 60]$, положение фирмы действительно не улучшается.

Если налог на ввоз продукции в другой регион ниже 60, то фирмам выгодно торговать в обоих регионах, так как в таком случае прибыль, получаемая в чужом регионе положительная.

3.5. (8 баллов) После объединения регионов спрос на варенье в объединенном регионе будет равен $Q = Q_\alpha + Q_\beta = 280 - 2P$, а обратный спрос $P = 140 - \frac{Q}{2} = 140 - \frac{q_1 + q_2}{2}$. Запишем прибыль любой из фирм.

$$\Pi_1 = Pq_1 - 20q_1 - tq_1 = (120 - t - 0.5q_1 - 0.5q_2)q_1 \quad (*)$$

Максимум достигается в вершине параболы $q_1 = 120 - t - 0.5q_2$. Аналогично для второй фирмы $q_2 = 120 - t - 0.5q_1$. Фирмы принимают решения одновременно, поэтому, решая систему из двух вышеуказанных уравнений, в равновесии получим $q_1 = q_2 = 80 - \frac{2t}{3}$.

Главы регионов максимизируют величину налоговых сборов.

$$Tx = (q_1 + q_2)t = 160t - \frac{4t^2}{3}$$

Максимум налоговых сборов достигается в вершине параболы $t^* = 60$, тогда общая сумма налоговых сборов 4800, а каждая фирма заплатит 2400. Тогда прибыль каждой фирмы будет равна 800.

До объединения величина налоговых сборов в регионе Альфа была равна $Tx_\alpha = Tx_2 = 40t_\alpha - \frac{2t_\alpha^2}{3}$. Максимум налоговых сборов достигается в вершине $t_\alpha^* = 30$, тогда сборы будут равны 600. Аналогично для региона Бета. Тогда прибыли фирм будут равны $\Pi_1^o = \Pi_2^o = 2900$ (в худшем случае для произвольных ставок они равны $1600 > 800$). Получается, после объединения фирмам станет хуже, а главам регионов лучше, так как в сумме они будут получать больше налогов, особенно если ставки в пункте **3.4.** были неоптимальными.

Критерии проверки**3.1.** Всего 4 балла:

- 1 балл за функцию прибыли одной фирмы ($\times 2$)
- 1 балл за правильно найденное количество для одной фирмы ($\times 2$)

3.2. Всего 13 баллов:

- 1 балл за запись прибыли одной фирмы ($\times 2$)
- 3 балла за оптимизацию прибыли одной фирмы и нахождение уравнений для выпусков ($\times 2$)
- 2 балла за решение общей системы из 4 выпусков
- 1 балл за нахождение знака зависимости
- 2 балла за объяснение зависимости

Типичные ошибки. В интуиции часто пишут, что выпуск фирмы положительно зависит от налога, потому что мы перераспределяем выпуск в пользу того региона, где издержки меньше, но для постоянных издержек это неверно: выпуск в одном регионе не зависит от выпуска / издержек в другом. Такие мысли оценивались в 0 баллов.

Если человек пишет, что выпуск растет по налогу, потому что конкурент снижает выпуск, и не объясняет почему(или объясняет неверно), это оценивалось в 1 балл из 2.

3.3. Всего 1 балл:

- 1 балл за верно подсчитанный ответ.

3.4. Всего 4 балла:

- 1 балл за обе функции налоговых сборов
- 1 балл за обе прибыли фирм
- 1 балл за вывод о том, что торговать в двух регионах выгодно(это не сравнение прибылей, это тот факт, что $q_1, q_2 > 0$)
- 1 балл за сравнение прибылей фирм с пунктом **3.1.**

Если в работе присутствовали верные суждения, что фирмы здесь, как в дилемме заключенных(выгодно было бы отказаться от торговли обоим, но в отдельности каждой выгодно отклониться), 2 балла за последние два критерия при наличии расчетов.

Примечание. Если вы уже в этом пункте предполагали, что главы регионов максимизируют сборы, то вы также получаете за него полный балл, и 2 балла за пункт **3.5.**, если правильно промаксимизировали сборы и посчитали их и прибыли фирм.

3.5. Всего 8 баллов:

- 1 балл за оптимизацию сборов из **3.4.**
- 1 балл за подсчет прибыли фирм из **3.4.**
- 1 балл за оптимизацию фирм и запись системы для новых выпусков
- 1 балл за поиск выпусков и запись новой функции налоговых сборов
- 1 балл за оптимизацию новых сборов
- 1 балл за подсчет новой прибыли фирм
- 1 балл за сравнение налоговых сборов
- 1 балл за сравнение прибылей фирм

Типичные ошибки: –3 балла, если общий спрос двух фирм остался $P = 140 - Q$ или стал $P = 280 - Q$ или $P = 280 - 2Q$, это логическая ошибка при сложении спросов.

Задание 4 (25 баллов). Планета какао

4.1. (10 баллов) Для начала запишем уравнение совокупного спроса на этой планете:

$$MV = PY \Rightarrow AD: Y = \frac{MV}{P} = \frac{2500 \cdot 2}{P} = \frac{5000}{P}.$$

(+1 балл за AD)

Далее запишем, сколько всего какао (Y), производят на этой планете:

$$y = 100\alpha y_h + 100(1 - \alpha)y_l.$$

Объем производства имеет такой вид, поскольку 100α работников обладают высокой производительностью, а оставшиеся $100(1 - \alpha)$ – низкой.

Зная, сколько какао производят на этой планете, нетрудно выписать прибыль, которую получает планета от продаж:

$$\pi = P \cdot y - 100\alpha h w_h - 100(1 - \alpha)l w_l,$$

поскольку на оплату труда одного высокопроизводительного работника будет затрачено $h w_h$, а на оплату труда одного низкопроизводительного работника – $l w_l$. Перепишем прибыль, подставив выражение для y и учитывая стоимость труда высокопроизводительных и низкопроизводительных работников:

$$\begin{aligned} \pi &= P \cdot (100\alpha y_h + 100(1 - \alpha)y_l) - 100\alpha h w_h - 100(1 - \alpha)l w_l = \\ &= (P \cdot 100\alpha \cdot y_h - 100\alpha h w_h) + (P \cdot 100(1 - \alpha)y_l - 100(1 - \alpha)l w_l) = \\ &= 100\alpha [P \cdot y_h - h w_h] + 100(1 - \alpha) [P \cdot y_l - l w_l] \end{aligned}$$

(+1 за прибыль)

Если мы посмотрим на общую прибыль, мы можем заметить, что внутри квадратных скобок стоит выражение, которое мы бы получили, если бы предположили, что каждый работник владеет своей фирмой и индивидуально максимизирует свою прибыль. Таким образом, максимизация общей прибыли распадается на две независимые друг от друга задачи максимизации прибыли: высокопроизводительные работники решают задачу максимизации прибыли своей компании, а низкопроизводительные – своей. Поскольку на каждом рынке число участников со стороны спроса и предложения одинаковое и все участники одинаковые между собой, мы можем приравнять на каждом рынке спрос на труд одной фирмы и предложение труда одного работника (по сути, для того, чтобы перейти на рыночный уровень, мы каждое из этих выражений должны были домножить на число участников, которое совпадает). Также можно не выписывать общую прибыль, а сразу решать задачу максимизации прибыли отдельных фирм для нахождения спроса на труд, если обе функции выписаны верно, ставим балл за выписывание прибыли.

Рынок высокопроизводительного труда. Предложение труда нам дано по условию ($h^s = w_h$). Спрос на труд найдем из максимизации прибыли $\pi_h = P \cdot y_h - h w_h = P \cdot 4h - h w_h = h(4P - w_h)$. Это линейная функция, и где будет находиться её максимум, будет зависеть от угла наклона:

- Если наклон положительный, то есть $w_h < 4P$, тогда фирма хочет нанять бесконечно большое количество работников
- Если наклон нулевой, т. е. $w_h = 4P$, то фирма хочет нанять любое количество работников от 0 до бесконечности (по сути, ей безразлично, сколько людей нанять, прибыль все равно 0)
- Если наклон отрицательный, т. е. $w_h > 4P$, фирма не хочет нанимать ни одного работника

Единственное возможное равновесие на рынке труда здесь находится при $w_h = 4P$ (при большей ставке зарплаты фирма никого не хочет нанимать, а работники хотят работать много, и наоборот, при меньшей ставке зарплаты фирма хочет нанять намного больше людей, чем есть на рынке). Подставляя в предложение труда, получаем, что $h^* = w_h < 4P$. Однако с учетом ограничения на количество часов работы, данная функция работает только при $p \leq 25$. При $p > 25$ получаем $h^* = 100$. (+1 за спрос на труд (т. е. решение задачи максимизации прибыли), +1 за равновесие (систему))

Важное замечание! Такое же равновесие можно найти и если просто взять производную прибыли и приравнять к 0, но это не совсем правильный подход, хотя конкретно в этой задаче с таким подходом никаких проблем не возникает. Поэтому за простую производную не штрафует.

Рынок низкопроизводительного труда. Аналогично рассматриваем второй рынок. Предложение труда в данном случае имеет вид $w = \frac{1}{16}$. Найдем спрос на труд из максимизации функции прибыли $\pi_1 = P \cdot \sqrt{l} - lw_1$. Получаем $w_1 = \frac{P}{2\sqrt{l}}$. Приравниваем спрос и предложение, получаем равновесное количество часов работы $l^* = 64P^2$, которые вписываются в ограничение по времени только при $P \leq \frac{5}{4}$ (в противном случае $l^* = 100$). (+1 за спрос на труд, +1 за равновесие)

Итого мы имеем:

$$h^* = \begin{cases} 4P, & P \in [0; 25] \\ 100, & P > 25 \end{cases} \quad l^* = \begin{cases} 64P^2, & P \in \left[0; \frac{5}{4}\right] \\ 100, & P > \frac{5}{4} \end{cases}$$

Чтобы найти суммарное предложение как планеты, нужно подставить найденные значения h^*, l^* в выражение для y :

$$y = \begin{cases} 800P(1 + \alpha), & P \in \left[0; \frac{5}{4}\right] \\ 1600\alpha P + 1000(1 - \alpha), & P \in \left[\frac{5}{4}; 25\right] \\ 39000\alpha + 1000, & P > 25 \end{cases}$$

(+1 за совокупное предложение)

Чтобы найти равновесный уровень цен, нам нужно приравнять совокупный спрос и совокупное предложение. Видим, что полученный $y(P)$ непрерывно зависит от P и для каждого P найдется единственный y и наоборот. Значит, пересечение будет только в одной точке. Если $P \in \left[0; \frac{5}{4}\right]$:

$$\frac{5000}{P} = 800P(1 + \alpha) \Rightarrow P^2 = \frac{5000}{800(1 + \alpha)} = \frac{25}{4(1 + \alpha)} \Rightarrow P^* = \frac{5}{2\sqrt{1 + \alpha}} > \frac{5}{4}$$

для любых α , значит, равновесие не при таких ценах. Если $P \in \left[\frac{5}{4}; 25\right]$:

$$\frac{5000}{P} = 1600\alpha P + 1000(1 - \alpha) \Rightarrow 1600\alpha P^2 + 1000(1 - \alpha)P - 5000 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получаем одно решение:

$$P = \frac{\sqrt{(1 - \alpha)^2 + 32\alpha} - (1 - \alpha)}{3,2\alpha} = \frac{1}{3,2} \left[\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{30}{\alpha} + 1} + 1 - \frac{1}{\alpha} \right],$$

поскольку второй корень отрицательный.

Рассмотрим последний участок, где $P > 25$:

$$\frac{5000}{P} = 39000\alpha + 1000 \Rightarrow P = \frac{5}{39\alpha + 1} > 25 \Leftrightarrow -0,8 > 39\alpha,$$

что невозможно. Значит, пересечение спроса и предложения происходит только на втором участке. (+1 за равновесную цену)

Посмотрим на поведение P на втором участке в зависимости от α :

$$P'_\alpha = \frac{1}{3,2} \left[\left(-\frac{2}{\alpha^3} - \frac{30}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{30}{\alpha} + 1}} + \frac{1}{\alpha^2} \right] = \frac{1}{3,2\alpha^2} \left[-\frac{1 + 15\alpha}{\sqrt{1 + 30\alpha + \alpha^2}} + 1 \right] \leq 0$$

Первый множитель всегда положительный, значит, на знак влияет только второй множитель:

$$-\frac{1 + 15\alpha}{\sqrt{1 + 30\alpha + \alpha^2}} + 1 \leq 0 \\ -224\alpha^2 \leq 0$$

Это выражение всегда неположительное, значит, равновесная цена убывает от доли высокопроизводительных работников. (+1 за направление связи) Это можно объяснить тем, что чем больше в экономике высокопроизводительных работников, тем больше оказывается совокупное предложение, в результате роста которого уровень цен на конечную продукцию сокращается. (+1 за интерпретацию)

Примечание для жюри. Цели заставить считать производную не было, так что зависимость цены от α достаточно описывать словесно, без расчета производных.

4.2. (5 баллов) В результате сокращения денежной массы совокупный спрос примет вид:

$$Y^d = \frac{1600 \cdot 2}{P} = \frac{3200}{P}.$$

(+1 за новую AD)

Предложение какао было выведено нами ранее. Рассмотрим $P \in \left[0; \frac{5}{4} \right]$:

$$\frac{3200}{P} = 800P(1 + \alpha) \Rightarrow P^2 = \frac{4}{(1 + \alpha)} \Rightarrow P = \frac{2}{\sqrt{1 + \alpha}} > \frac{5}{4},$$

значит, равновесие будет при других P .

Рассмотрим сразу последний участок, где $P > 25$:

$$\frac{3200}{P} = 39000\alpha + 1000 \Rightarrow P = \frac{3,2}{39\alpha + 1} > 25 \Leftrightarrow \frac{3,2 - 25}{25} > 39\alpha,$$

что не выполнено никогда. Значит, пересечение происходит на втором участке. (Можно сказать, что при сокращении спроса цена падает, а значит на этот участок мы не попадаем).

Если $P \in \left[\frac{5}{4}; 25 \right]$:

$$\frac{3200}{P} = 1600\alpha P + 1000(1 - \alpha) \Rightarrow 1600\alpha P^2 + 1000(1 - \alpha)P - 3200 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получаем одно решение:

$$P = \frac{\sqrt{(1 - \alpha)^2 + 2 \cdot 3,2^2 \alpha} - (1 - \alpha)}{3,2\alpha} = \frac{1}{3,2} \left[\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{2 \cdot 3,2^2 - 2}{\alpha}} + 1 + 1 - \frac{1}{\alpha} \right],$$

поскольку второй корень отрицательный. (+1 за равновесие)

Это выражение всегда неположительное, значит, равновесная цена убывает от доли высокопроизводительных работников.

Найдем разницу цен:

$$\frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 2 \cdot 3,2^2 \alpha} - (1-\alpha)}{3,2\alpha} - \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 32\alpha} - (1-\alpha)}{3,2\alpha} \leq 0$$

$$\sqrt{(1-\alpha)^2 + 2 \cdot 3,2^2 \alpha} \leq \sqrt{(1-\alpha)^2 + 32\alpha}$$

$$3,2^2 \leq 16$$

Можно было не искать разницу цен, а просто их сравнить. Мы видим, что уровень цен сократился. (+1 за направление изменения цены)

Направление изменения не зависит от величины α . (+1 за то, что направление не меняется) Это связано с тем, что данный параметр влияет на положение кривой совокупного предложения, однако оставляет неизменным направление сдвига кривой совокупного спроса, а также не создает предложение с отрицательным наклоном. (+1 за объяснение)

Также мы можем видеть, что подкоренное выражение в новой цене снижается с ростом α медленнее, чем в старой цене (потому что коэффициент при α ниже). Значит, с ростом α разница между значениями цен становится меньше (так как разница отрицательная, она будет расти в сторону нуля). Значит, более высокая доля высокопроизводительных работников приводит к тому, что сокращение денежной массы оказывает меньшее влияние на уровень цен. Эта часть рассуждений не обязательна, но если кто-то из участников интерпретировал вопрос про влияние доли на изменение цены таким образом, можно ориентироваться на такой ответ)

4.3. (10 баллов) Теперь стоимость одного часа труда низкопроизводительного работника равна $\frac{1}{8}$. Равновесие на рынке труда высокопроизводительных работников не меняется, эффект данное изменение окажет только на рынок низкопроизводительных работников.

Спрос на труд остается неизменным, т. е. $w_1 = \frac{P}{2\sqrt{I}}$. Приравниваем спрос и предложение, получаем равновесное количество часов работы $l^* = 16P^2$, которые вписываются в ограничение по времени только при $P \leq \frac{5}{2}$ (в противном случае $l^* = 100$) (+1 за равновесие на рынке труда низкопроизводительных работников)

Поскольку у нас есть ограничение по часам в году, количество часов, которое отработает каждый из типов работников, равно:

$$h^* = \begin{cases} 4P, & P \in [0; 25] \\ 100, & P > 25 \end{cases} \quad l^* = \begin{cases} 16P^2, & P \in \left[0; \frac{5}{2}\right] \\ 100, & P > \frac{5}{2} \end{cases}$$

Найдем совокупное предложение какао:

$$y = \begin{cases} 1200\alpha P + 400P, & P \in \left[0; \frac{5}{2}\right] \\ 1600\alpha P + 1000(1-\alpha), & P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right] \\ 39000\alpha + 1000, & P > 25 \end{cases}$$

(+1 за новое совокупное предложение)

Найдем равновесие, если $M = 2500$ (как в пункте 4.1.) и $P \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$:

$$\frac{5000}{P} = 1200\alpha P + 400P \Rightarrow P^2 = \frac{50}{4(1+3\alpha)} \Rightarrow P_a = \frac{5}{2\sqrt{(1+3\alpha)}} \leq \frac{5}{2},$$

причем равенство наблюдается только если $\alpha = 0$.

Равновесие при $M = 2500$ (как в пункте 4.1.) и $P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right]$ аналогично найденному в пункте 4.1., мы его уже нашли:

$$P = \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 32\alpha} - (1-\alpha)}{3,2\alpha}$$

Равновесие при $M = 2500$ (как в пункте 4.1.) и $P > 25$ также эквивалентно найденному в пункте 4.1.:

$$P_1 = \frac{5}{39\alpha + 1},$$

а также мы показывали, что эта величина никогда не превышает 25, значит, это не решение.

Значит, равновесный уровень цен не изменился (он находится на участке $P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right]$), как и зависимость от α (равновесие осталось на участке предложения, которое не меняется из-за изменения зарплаты, т. к. низкопроизводительные работники продолжают работать все 100 часов в год, а на высокопроизводительных изменение зп не оказало никакого влияния). (+1 за нахождение цены, +1 за то, что говорят, что связь не изменилась с комментарием, почему так происходит)

Найдем равновесие, если $M = 1600$ (как в пункте 4.2.) и $P \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$:

$$\begin{aligned} \frac{3200}{P} &= 1200P\alpha + 400P \Rightarrow P^2 = \frac{8}{(1+3\alpha)} \\ \Rightarrow P_2 &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{(1+3\alpha)}} \leq \frac{5}{2} \Rightarrow \alpha \geq \frac{7}{75}, \end{aligned}$$

значит, пересечение на первом участке произойдет при таких α . Поскольку α стоит в знаменателе со знаком «плюс», а дробь положительная, равновесный уровень цен убывает с ростом доли высокопроизводительных работников. (+1 за один кусок равновесия, +1 за отрицательную связь с долей)

Для $M = 1600$ (как в пункте 4.2.) и $P > 25$ равновесие идентично найденному в 4.2.:

$$P_2 = \frac{3,2}{39\alpha + 1},$$

что всегда меньше 25. Значит, пересечение произойдет на втором участке при $\alpha < \frac{7}{75}$. Для $M = 1600$ (как в пункте 4.2.) и $P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right]$ также идентично найденному в пункте 4.2.:

$$P_1 = \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 2 * 3,2^2\alpha} - (1-\alpha)}{3,2\alpha}.$$

Получается, характер зависимости равновесной цены от α тоже отрицательный. (+1 за второй кусок равновесия, +1 за отрицательную связь с долей)

Таким образом, мы видим, что цены падают и в условиях новой заработной платы при сокращении денежной массы. Заметим, что при некоторых значениях α происходит переход со второго участка предложения на первый (когда обе группы работников работают не все 100 часов в году). Поскольку заработная плата стала выше, совокупное предложение сократилось за счет роста издержек фирм низкопроизводительных работников, а значит переход начинает происходить при большем уровне цен для того же выпуска. В этом случае цена упадет больше, чем до изменения зарплат. При этом при некоторых значениях α изменений не произойдет, потому что низкопроизводительные работники продолжают и до, и после изменения денежной массы работать максимально возможное количество часов. (+1 за рассуждения о сокращении цен при $\alpha < \frac{7}{75}$, и еще +1 за рассуждения о сокращении цен при оставшихся Разница цен возрастает по α , но, так как разница отрицательное число, то изменение цены при сокращении денежной массы ниже для высокой доли высокопроизводительных работников.

Критерии проверки

В задаче есть два сложных момента, в зависимости от которых решение может меняться в той или иной степени. В ней есть условие про ограничение на количество часов работы в год (потому что год равен 100 часам), и не введено явным образом предположение о структуре рынка труда. В идеале, эту задачу следовало решать в предположении о том, что ограничение по времени валидно и оказывает влияние на то, какое предложение труда мы будем наблюдать, а также что рынок труда является совершенно конкурентным (мы рассматриваем рынок всей планеты и прямого указания на то, что есть единственная фирма-наниматель работников нет; более того, в условии даже нет ограничения на то, что каждый человек работает именно на себя, так что ничего не мешает работникам одного типа работать друг у друга и т.п.). Первое условие участники могли просто проигнорировать и не соблюдать (и это является ошибкой и оказывало влияние на получаемые баллы, поскольку на это прямо указывается в условии). Второе же условие с одной стороны не обязательно: стандартно в задачах предполагается совершенно конкурентные рынки, однако при должном обосновании участники могли переключиться на решение задачи с другим типом рынка труда (например, использовать монополию и подставлять функцию предложения труда в предложение). Но с другой стороны, предположение любого другого типа рынка труда должно быть обосновано в работе на основании каких-либо указаний в условии. Поэтому за отступление от базовой предпосылке о СК на рынке труда также снижались баллы.

Общий краткий свод критериев:

4.1. (10 баллов) +1 за AD, +1 за прибыль, +1 за спрос на h , +1 за равновесие на рынке труда, +1 за спрос на l , +1 за равновесие на рынке труда, +1 за AS, +1 за равновесие, +1 за отрицательную связь с α , +1 за интерпретацию

4.2. (5 баллов) +1 за новую AD, +1 за новое равновесие, +1 за то, что цены падают, +1, что α не заставляет цены расти, +1 за то, почему α не заставляет цены расти

4.3. (10 баллов) +1 за новое равновесие на рынке l , +1 за новую AS, +1 за равновесие при $M = 2500$, +1 за то, что зависимость от α не изменилась, +2 за равновесия при $M = 1600$, +2 на зависимости от α (что в одном случае не изменилась, а в другом что связь все так же отрицательная, но теперь мы переходим на другой участок предложения).

Если нет ограничения, то ставим балл за AD, прибыль (то есть максимум 6 в п. 4.1.), два спроса на труд, связь равновесной цены с α и интерпретацию (то есть максимум 6 баллов в 4.1.). По этому подходу в 4.2. получается штраф только на 1 балл (за расчет равновесной цены). В 4.3. остаются баллы за связь цен с α (1 для $M = 2500$, 1 для $M = 1600$, и 1 за влияние α на изменение, т. к. там нет двух участков). То есть всего здесь максимум $6 + 4 + 3 = 13$

Если монополия, то ставим баллы за AD, прибыль, связь равновесной цены с α и интерпретацию (то есть максимум 4 балла в п. 4.1.). В 4.2. получается штраф только на 1 балл (за расчет равновесной цены). В 4.3. остаются баллы за связь цен с α (1 для $M = 2500$, 2 для $M = 1600$, и 2 за влияние α на изменение). Здесь максимум $4 + 4 + 5 = 13$.

Если монополия без ограничения, то ставим баллы за AD и прибыль (то есть максимум 2). В 4.2. максимум 2 балла (за AD и за падение цены). В 4.3. остаются баллы за связь цен с α (1 для $M = 2500$, 1 для $M = 1600$, и 1 за влияние α на изменение, т. к. там нет двух участков). Здесь максимум $2 + 2 + 3 = 7$ баллов.

**Решения и критерии к заданиям заключительного этапа
2022–2023 учебного года
Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Экономика»**

8 класс

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Задание 1 (25 баллов). Межпланетная торговля

1.1. (4 балла) Все комбинации сока и изюма, которые может произвести планета Киш, задаются неравенством $2x + 2y \leq 1000$, где x — количество произведенного сока в литрах, а y — количество изюма в килограммах. Тогда максимальное количество сока, которое может произвести планета Киш $x = 500$ (при $y = 0$). Аналогично, максимальное количество изюма $y = 500$ (при $x = 0$).

1.2. (5 баллов) Все комбинации сока и изюма, которые может произвести планета Миш, задаются неравенством $3x + 15y \leq 300$, где x — количество произведенного сока в литрах, а y — количество изюма в килограммах. Проверим набор из 10 килограммов изюма и 60 литров сока ($x = 60, y = 10$): $3 \cdot 60 + 15 \cdot 10 = 330, 330 > 300$. Значит, такой набор произвести нельзя.

1.3. (6 баллов) Если на планете Миш производится 30 литров сока, то используется $\frac{30}{5} \cdot 15 = 90$ кг винограда. Значит, на изюм можно потратить только $300 - 90 = 210$ кг винограда, а значит, получится $\frac{210}{15} = 14$ кг изюма. Мы знаем, что сейчас используется 16 кг изюма. Получается, что от 2 кг изюма нужно отказаться, чтобы произвести 30 литров сока.

1.4. (10 баллов) Несмотря на то, что планета Киш обладает абсолютным преимуществом в производстве обоих благ, альтернативные издержки производства 1 литра сока на планете Миш меньше, чем на планете Киш. Поэтому, если за один килограмм изюма дают 3 литра сока, цена сока будет ниже, чем альтернативные издержки планеты Киш, соответственно, планете Киш будет выгодно покупать сок у планеты Миш, а не производить самостоятельно.

Критерии оценивания

1.1. (4 балла) По 2 балла за каждый ответ.

1.2. (5 баллов)

- 1 балл за ответ.
- 2 балла за необходимое количество винограда для производства.
- 2 балла за сравнение нужного количества винограда и доступного.

1.3. (6 баллов)

- 1 балл за необходимое количество винограда для производства 30 литров сока.
- 2 балла за оставшееся количество винограда.
- 2 балла за доступное количество изюма.
- 1 балл за ответ.

1.4. (10 баллов)

- 2 балла за ответ.
- по 2 балла за альтернативные издержки.
- 4 балла за связь альтернативных издержек и торговли.

За пункт ставилось 5 баллов, если в решении рассмотрена только одна точка (один вид обмена). За пункт ставилось 0 баллов, если в решении участник опирается на

абсолютное преимущество (то есть способность страны тратить меньше винограда на производство), а не на сравнительное.

Задание 2 (25 баллов). А пониженный комфорт — дешевле!

2.1. (8 баллов) Рассмотрим три случая, обозначив цену P :

1. $P > 500$, никто не хочет покупать билеты, $\pi = 0$.
2. $500 \geq P > 200$, покупают только сотрудники компании «Байт», при этом для максимизации прибыли выгодно поставить наибольшую цену из промежутка (количество не изменится), $\pi = 500 \cdot 48 = 24000$.
3. $200 \geq P$, билеты покупают все, при этом для максимизации прибыли выгодно поставить наибольшую цену из промежутка (количество не изменится), $\pi = 200 \cdot 96 = 19200$.

Сравним прибыль в этих трёх случаях $24000 > 19200 > 0$, то есть выгоднее всего поставить цену равную 500.

2.2. (8 баллов) Если фирма откажется от совета Олега, то реализуется случай из первого пункта $\pi = 24000$, при этом один вагон останется свободным.

Если фирма решит последовать совету Олега, сделает вагон без кондиционера и установит цену на билеты в такой вагон выше 150, никто не будет покупать билеты в этот вагон. Компания не получит дополнительной прибыли.

Если цена на билеты в такой вагон будет ниже 100, то сотрудники фирмы «Байт» и сотрудники фирмы «Мега» захотят купить билеты именно в этот вагон, прибыль уменьшится.

Получается, что необходимо установить цену на билет в вагон без кондиционера в промежутке от 100 до 150. Тогда такие билеты купят только сотрудники фирмы «Мега», которые раньше не были клиентами фирмы «ЛунЖД». Для максимизации прибыли необходимо выбрать наибольшую цену равную 150. Посчитаем прибыль.

$$150 \cdot 48 - 10 \cdot 48 = 6720,$$

где $150 \cdot 48$ — выручка от продажи билетов в вагон без кондиционера, а $10 \cdot 48$ — издержки на перевозку 48 пассажиров в вагоне без кондиционера.

Общая прибыль составит: $24000 + 6720 = 30720$. Таким образом, фирме выгодно воспользоваться советом Олега.

2.3. (9 баллов) Если фирма различает своих покупателей, то она может установить для них разные цены. Таким образом, максимизируя прибыль, фирма установит цену 500 д. е. для сотрудников «Байт» и цену 200 д. е. для сотрудников «Мега».

Суммарная прибыль составит $500 \cdot 48 + 200 \cdot 48 = 33600$ д. е., то есть прибыль увеличится.

В ситуации, когда фирма различает своих покупателей, она не будет отключать кондиционеры, так как это только снизит прибыль (максимально возможная прибыль при отключении кондиционеров равна 31720 д. е. (из предыдущего пункта)).

Возможные способы различать покупателей:

- спрашивать удостоверение сотрудника или справку с работы, при покупке билета;
- договориться с компаниями «Мега» и «Байт» и продавать билеты через них.

Критерии оценивания

2.1. (8 баллов)

- 1 балл за рассмотрение объема спроса при цене выше 500 и подсчет прибыли в таком случае.

- 1 балл за рассмотрение объема спроса при ценах от 200 до 500, 1 балл за определение оптимальной цены в этом промежутке, 1 балл за подсчет прибыли.

- 1 балл за рассмотрение объема спроса при ценах до 200 и указание группы покупателей (количества покупаемых билетов), а также за определение оптимальной цены в этом промежутке, 1 балл за подсчет прибыли.

- 1 балл за сравнение прибылей, 1 балл за ответ.

6 баллов ставилось в случае, когда рассматривалось только 2 цены без пояснений о максимизации прибыли.

2.2. (8 баллов)

- 1 балл за прибыль в случае отказа от совета Олега.

- 1 балл за рассмотрение объема спроса при ценах выше 150 и за факт о том, что дополнительная прибыль равна нулю.

- 1 балл за рассмотрение объема спроса при ценах ниже 100 и 1 балл за факт о том, что общая прибыль уменьшится.

- 1 балл за рассмотрение объема спроса при ценах от 100 до 150 и 1 балл за оптимальную цену в данном промежутке, 1 балл за подсчет прибыли.

- 1 балл за ответ и подсчет общей прибыли.

2.3. (9 баллов)

- 1 балл за соображение о том, что фирма может назначить разные цены и увеличить прибыль.

- 2 балла за конкретные цены для разных групп пассажиров.

- 1 балл за подсчет прибыли и сравнение её с предыдущей ситуацией.

- 2 балла за соображение о том, что нет необходимости в отключении кондиционеров.

- 3 балла за способ различия покупателей.

1 балл ставился в случае, если предлагаемый участником способ может не сработать на практике и сотрудники компании «Байт» смогут выдавать себя за сотрудников компании «Мега». Ставилось 2 балла, если идея верная, но механизм был описан с неточностью или описан только частично.

Задание 3 (25 баллов). Доступный интернет

3.1. (9 баллов) До повышения цены интернет провайдером «Байт»: $P_B = P_M = 100$ д. е., $T R_B = 5 \cdot 100 = 500$ д. е. = π_B (выручка «Байт» равна их прибыли, так как издержки провайдеров на проведение интернета равны нулю)

После повышения цены интернет-провайдером «Байт»: $P_M = 100$ д. е. — «Мега» обслуживает 7 домов (с первого по седьмой), $P_B = 130$ д. е. — «Байт» обслуживает 3 дома (с восьмого по десятый), $T R_B = 3 \cdot 130 = 390$ д. е. = π_B

Прибыль провайдера «Байт» после повышения цены меньше, чем до её повышения. Значит, «Байт» **не будет** повышать цену своих услуг.

3.2. (10 баллов) Запишем экономические издержки жителя i -го дома, который

- пользуется услугами провайдера «Мега»:

$$C_i(P_M) = P_M + i \cdot S,$$

- пользуется услугами провайдера «Байт»:

$$C_i(P_B) = P_B + (11 - i) \cdot S,$$

где S — потеря 100 Мбайт/с скорости интернета в денежном выражении.

До повышения цены на интернет провайдера «Байт»:

$P_M = P_B = 100$ д. е., и каждый из провайдеров обслуживал по 5 домов («Мега» — с первого по пятый; «Байт» — с шестого по десятый).

После повышения цены на интернет провайдера «Байт»:

$P_M = 100$ д. е. — «Мега» обслуживает 7 домов (с первого по седьмой)

$P_B = 130$ д. е. — «Байт» обслуживает 3 дома (с восьмого по десятый)

Тогда экономические издержки 7-го дома на услуги провайдера «Мега» должны быть **ниже**, чем на услуги провайдера «Байт»:

$$\begin{aligned} C_7(P_M) &\leq C_7(P_B) \\ 100 + 7S &\leq 130 + (11 - 7) \cdot S \\ 100 + 7S &\leq 130 + 4S \\ 3S &\leq 30 \\ S &\leq 10 \text{ д. е.} \end{aligned}$$

А экономические издержки 8-го дома на услуги провайдера «Мега» должны быть **выше**, чем на услуги провайдера «Байт»:

$$\begin{aligned} C_8(P_M) &> C_8(P_B) \\ 100 + 8S &> 130 + (11 - 8) \cdot S \\ 100 + 8S &> 130 + 3S \\ 5S &> 30 \\ S &> 6 \text{ д. е.} \end{aligned}$$

Таким образом, в денежном выражении, жители деревни оценивают потерю 100 Мбайт/с скорости интернета в $6 < S \leq 10$ д. е.

3.3. (6 баллов) Для нахождения минимальной цены, при которой все дома откажутся от услуг провайдера «Байт», необходимо, чтобы экономические издержки 10-го дома (ближайшего к вышке провайдера «Байт») на услуги провайдера «Мега» были ниже, чем на услуги его конкурента:

$$\begin{aligned} C_{10}(P_M) &\leq C_{10}(P_B) \\ 100 + 10S &\leq P_B + (11 - 10) \cdot S \\ 100 + 10S &\leq P_B + S \\ P_B &\geq 100 + 9S \end{aligned}$$

Критерии оценивания

3.1. (9 баллов)

- 2 балла за расчет прибыли/выручки провайдера до повышения цен.
- 2 балла за расчет количества домов, которые будет подключены к провайдеру «Байт».
- 2 балла за расчет новой прибыли/выручки после повышения цен.
- 2 балла за сравнение прибылей и 1 балл за ответ.

3.2. (10 баллов)

- 2 балла за формализацию экономических издержек пользователей разных компаний.
- 2 балла за понимание того, что экономические издержки жителей 7-го дома при использовании услуг компании «Мега» должны быть ниже, чем при использовании услуг компании «Байт», так как они выбрали компанию «Мега».

- 1 балл за составление неравенства на издержки жителей 7-го дома.
- 2 балла за понимание того, что экономические издержки жителей 8-го дома при использовании услуг компании «Байт» должны быть ниже, чем при использовании услуг компании «Мега», так как они выбрали компанию «Байт».

- 1 балл за составление неравенства на издержки жителей 8-го дома.
- по 1 баллу за каждую границу на S в ответе.

3.3. (6 баллов)

• 2 балла за понимание того, что экономические издержки жителей 10-го дома при использовании услуг компании «Мега» должны быть ниже, чем при использовании услуг компании «Байт», так как они выбрали компанию «Мега».

- 2 балла за составление неравенства на издержки жителей 10-го дома.
- 2 балла за ответ.

Задание 4 (25 баллов). Мировая экономика: поддержка сталелитейной промышленности в Японии (1960-е – начало 1970-х гг.)

4.1. (8 баллов) Возможные варианты ответа:

1) Тарифные методы:

- Таможенные пошлины;
- Таможенные тарифы.

2) Нетарифные методы:

- Лицензирование;
- Квотирование;
- Сертификация;
- Торговое эмбарго;
- Налоги и сборы;
- Кредитование.

4.2. (9 баллов) Модель ответа:

Абсолютное преимущество — способность произвести большее количество товара (услуг) с использованием того же количества ресурсов.

Сравнительное преимущество — способность произвести товар (услугу) с меньшими альтернативными издержками.

4.3. (8 баллов) Возможные варианты ответа:

- Высокий уровень нормы сбережений;
- Сравнительно низкий уровень заработных плат;
- Сокращение транспортных расходов.

Критерии оценивания

В пунктах 4.1. и 4.3. всегда оцениваются только первые две меры/два фактора.

4.1. (8 баллов) по 4 балла за каждую верную меру.

4.2. (9 баллов) по 3 балла за каждое определение. 3 балла за различие, эти баллы также ставятся, если различие между абсолютным и сравнительным преимуществом понятно из определений.

4.3. (8 баллов) по 4 балла за каждый верный фактор. Если фактор приведен без опоры на текст, то за него ставится 0 баллов.

Задание 5 (25 баллов). Проект по мировой экономике

5.1. (16 баллов) Тексты оцениваются по следующим критериям:

1. Чётко сформулированная мысль, суждение, тезис, высказывание, соответствующее теме задания.
2. Обоснование (анализ), логичное и последовательное доказательство основного тезиса.
3. Исходная информация: наличие фактов (данных), корректно описывающих ситуацию.
4. Рефлексия, обсуждение ограничений собственного вывода, оценка альтернативных точек зрения.

5.2. (9 баллов) Модель ответа:

Я согласен с утверждением Толи. Производство комплексных товаров имеет высокую привлекательность из-за высокой добавленной стоимости таких товаров. Однако с развитием глобализации производство технически сложных товаров приобрело транснациональный характер. Это означает, что производство и себестоимость конечного продукта зависят не только от поставок первичных ресурсов, но и деталей, комплектующих. Дробление производства привело к тому, что транспортные издержки возникают на множестве этапах производственных процессов. Таким образом, их влияние на конечную стоимость продукции возрастает. В масштабах глобальной экономики это приводит к тому, что величина этого типа издержек может также становиться фактором для выбора компаний по местоположению производств как промежуточной продукции, так и конечного продукта (что может давать им дополнительное конкурентное преимущество).

Критерии оценивания

5.1. (16 баллов) Тексты оцениваются по следующим критериям (до 4 баллов за критерий):

- Чётко сформулированная мысль, суждение, тезис, высказывание, соответствующее теме задания.
- Обоснование (анализ), логичное и последовательное доказательство основного тезиса.
- Исходная информация: наличие фактов (данных), корректно описывающих ситуацию.
- Рефлексия, обсуждение ограничений собственного вывода, оценка альтернативных точек зрения.

За несоответствие теме снималось 10 баллов. За отсутствие аргументации снималось 12 баллов. За каждую фактическую ошибку снималось 2 балла.

5.2. (9 баллов) 2 балла за согласие с мнением Толи, 4 балла за аргументацию, 3 балла за логичность и связность ответа.

За каждую фактическую ошибку снималось 2 балла.

9 класс

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Задание 1 (25 баллов). Торговля

1.1. (4 балла) Если покупка удобрений у зарубежных производителей запрещена, то равновесная цена установится на рынке при $Q_d = Q_s$. Решим уравнение $120 - p = p$. Откуда $2p = 120$ и $p = 60$.

1.2. (8 баллов) При появлении импорта покупателям будет выгодно покупать в том числе удобрения из соседнего королевства. Таким образом, равновесная цена установится на уровне 30 золотых монет. По такой цене потребители будут предъявлять спрос на удобрения в размере $Q_d = 120 - 30 = 90$, а отечественные производители будут производить $Q_s = 30$ килограммов удобрений. Поэтому на рынке возникнет дефицит в размере 60 килограммов, который будет восполнен за счет импортных удобрений, и импорт будет равен 60.

1.3. (7 баллов) Теперь цена импортных удобрений для потребителей стала на 10 золотых монет выше из-за введения налога. Поэтому потребители Королевства Роз продолжают покупать импортные удобрения ($40 < 60$), но цена на них будет равна 40. Всего будет продано 80 килограммов удобрений по цене $Q_d = 120 - 40 = 80$. Местные производители продадут $Q_s = 40$ килограммов, зарубежные производители также продадут $Q_{import} = 80 - 40 = 40$ килограммов.

1.4. (6 баллов) Пример положительных последствий: помощь отечественным производителям, стимулирование их деятельности, развитие отечественного производства, улучшение его качества.

Примеры отрицательных последствий: увеличение цены на удобрения для местных потребителей.

Критерии оценивания

1.1. (4 балла)

- 1 балл за идею равновесия $Q_d = Q_s$.
- 2 балла за уравнение.
- 1 балл за ответ.

1.2. (8 баллов)

- 2 балла за идею о том, что покупателям выгодно покупать удобрения из соседнего королевства.
- 2 балла за нахождение количества удобрений, которое хотят купить, и 2 балла за количество удобрений, которое хотят продать.
- 2 балла за количество импортируемых удобрений.

1.3. (7 баллов)

- 1 балл за новую цену.
- 2 балла за нахождение количества удобрений, которое хотят купить, и 2 балла за количество удобрений, которое хотят продать.
- 2 балла за ответ про изменение импорта.

1.4. (6 баллов)

- 3 балла за положительное последствие.

- 3 балла за негативное последствие.

Задание 2 (25 баллов). Ацинелсам!

2.1. (2 балла) Один килограмм нилбов стоит 2 д. е., поэтому x килограммов нилбов стоят $2x$ д. е. Аналогично, y килограммов пирогов стоят $3y$ д. е. Всего менеджер тратит 216 д. е., поэтому $2x + 3y = 216$, при этом должно выполняться $x \geq 0, y \geq 0$ так как количество килограммов каждого блюда неотрицательное.

2.2. (8 баллов) Вознаграждение Юрия, равное площади танцевальной площадки, можно рассчитать, как $S = \frac{x}{2} \cdot \frac{y}{2} = \frac{1}{4}xy$ (так как если покупается a килограммов определённого блюда, половина из них располагается на одной стороне прямоугольника, половина – на другой). Эта площадь не убывает по x и y при их неотрицательных значениях, поэтому менеджеру следует тратить на покупку блюд все 216 д. е. Тогда множество наборов блюд, из которых может выбирать менеджер, задаётся уравнением $2x + 3y = 216, x \geq 0, y \geq 0$, что было получено ранее в п. **2.1.**, тогда $x = 108 - \frac{3}{2}y$.

Подставив это в вознаграждение Юрия, получим $4S = (108 - 3y) \cdot y$. Это парабола с ветвями вниз, её максимум достигается в вершине, ей соответствует точка $y = \frac{108}{3} = 36$, тогда $x = 108 - \frac{3}{2} \cdot 36 = 108 - 54 = 54$, вознаграждение равно $S = \frac{1}{4} \cdot 54 \cdot 36 = \frac{1944}{4} = 486$.

2.3. (10 баллов) Поскольку Юрий покупает x и y килограммов нилбов и пирогов, соответственно, стороны двух квадратных площадок равны $\frac{x}{4}$ и $\frac{y}{4}$, тогда вознаграждение менеджера равно сумме площадей этих двух площадок, то есть $S = S_x + S_y = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}(x^2 + y^2)$.

Как и в п. **2.2.**, эта сумма не убывает по x и y при их неотрицательных значениях, поэтому Юрию следует тратить на покупку блюд все 216 д. е., поэтому $x = 108 - \frac{3}{2}y$. Подставив это ограничение в вознаграждение, получим $16S = \left(108 - \frac{3}{2}y\right)^2 + y^2 = 108^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 108y + \frac{9}{4}y^2 + y^2 = 108^2 - 324y + \frac{13}{4}y^2$. Это парабола с ветвями вверх, поэтому в её вершине достигается минимум (этой точке соответствует $y = \frac{324}{2 \cdot \frac{13}{4}} = \frac{648}{13} = \frac{650-2}{13} = 50 - \frac{2}{13}$), поэтому необходимо рассмотреть и сравнить две наиболее удалённые от вершины точки: $y = 0$ и $y = \frac{216}{3} = 72$.

Поскольку парабола симметрична относительно вертикальной прямой, проходящей через её вершину, а ветви параболы в данном случае направлены вверх, значения аргумента, расположенные дальше от абсциссы вершины, соответствуют большему значению функции. Тогда, поскольку $\left(50 - \frac{2}{13}\right) - 0 > 72 - \left(50 - \frac{2}{13}\right)$, точка $y = 0$ соответствует большему значению вознаграждения, тогда Юрию необходимо выбрать 0 килограммов пирогов и, соответственно, $\frac{216}{2} = 108$ килограммов нилбов. Вознаграждение при этом будет равно $S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \left(\frac{108}{4}\right)^2 + \left(\frac{0}{4}\right)^2 = 27^2 = 729$.

2.4. (5 баллов) Сравним вознаграждения, которые может получить менеджер: $729 > 486$, поэтому Юрию более выгодно организовать мероприятие в деревне Б.

Для праздника в деревне А Юрию необходимо приобретать как более дешёвые (в расчёте на один килограмм) нилбы, так и более дорогие пироги, так как только пироги можно использовать для размещения на двух сторонах прямоугольной площадки (без них

вознаграждение Юрия было бы равно 0). В случае праздника в деревне Б вознаграждение можно сделать ненулевым, не приобретя ни одного более дорогого килограмма пирогов, поэтому Юрий может сделать единственную площадку только из более дешёвых нилбов, что позволит приобрести больше килограммов угощения, из-за чего площадь, а значит и вознаграждение Юрия, будут больше.

Критерии оценивания

2.1. (2 балла)

- 1 балл за верно полученное уравнение.
- 1 балл за ограничения на неотрицательность переменных.

2.2. (8 баллов) *Верная постановка задачи максимизации, с проверкой условий второго порядка и верным ответом, приносит полный балл за данный пункт, даже если отличается от эталонного решения.*

- 2 балла за функцию вознаграждения Юрия (ставится 1 балл, если не введены другие обозначения и площадь записана в виде $S = \alpha xy$, где $\alpha \neq \frac{1}{4}$).
- 1 балл за связь между x и y (за обоснование, почему можно использовать соотношение из п. 2.1.).
- 1 балл за запись функции вознаграждения Юрия как функции от одной переменной (подстановку ограничения в целевую функцию).
- 1 балл за максимизацию этой функции (и указание на вид функции или проверку условия второго порядка).
- 1 балл за оптимальное значение количества одного из угощений.
- 1 балл за нахождение оптимального количества другого угощения.
- 1 балл за найденное вознаграждение Юрия.

2.3. (10 баллов) *Верная постановка задачи максимизации, с проверкой условий второго порядка и верным ответом, приносит полный балл за данный пункт, даже если отличается от эталонного решения.*

- 2 балла за функцию вознаграждения Юрия (ставится 1 балл, если не введены другие обозначения и площадь записана в виде $S = \beta(x^2 + y^2)$, где $\beta \neq \frac{1}{16}$).
- 1 балл за связь между x и y (за обоснование, почему можно использовать соотношение из п. 2.1.).
- 1 балл за запись функции вознаграждения Юрия как функции от одной переменной (подстановку ограничения в целевую функцию).
- 2 балла за указание вида функции (парабола ветвями вверх / функция, для которой условия первого порядка не дают точку максимума).
- 1 балл за указание потенциальных оптимумов (граничных точек) (1 балл ставится, только если указаны обе точки).
- 1 балл за сравнение значения функции в этих точках и выбор оптимальной точки.
- 1 балл за нахождение оптимального количества другого угощения.
- 1 балл за найденное вознаграждение Юрия.

2.4. (5 баллов)

- 1 балл за сравнение вознаграждений и ответ.
- 4 балла за объяснение (ставится на 1 балл меньше (но не менее 0 баллов за этот критерий) за каждую фактическую (связанную с фактами из условия или решения задачи) и за каждую логическую ошибку).

Примечание: корректные обоснования, отличающиеся от приведённого в решении, также оцениваются в полный балл.

Задание 3 (25 баллов). Блиц про транспорт

3.1. (7 баллов) При решении ехать на общественном транспорте человек думает о времени на дорогу, если опустить предпочтения конкретного вида транспорта. В равновесной ситуации ожидаемое время поездки на машине и на общественном транспорте должно быть одинаковое, иначе, кто-то захотел бы переключиться с одного вида на другой. Если растёт количество автобусов, линий метро и прочего, то больше людей будут им пользоваться из-за меньшей длительности, но, чем больше людей пересаживаются на общественный транспорт, тем более привлекательной выглядит опция проезда на машине, поэтому растёт количество водителей.

3.2. (6 баллов) Возможные варианты ответа:

- *Экологический аспект.* При отмене оплаты за проезд, спрос на личные автомобили сокращается. Так как использование личного транспорта не только способствует образованию пробок на дорогах, но и увеличивает выбросы в атмосферу, то при снижении спроса число выбросов также упадет, что положительно отразится на экологии.

- *Снижение времени.* При отсутствии оплаты за проезд, время на покупку билета на общественный транспорт становится нулевым. Снижение времени на приобретение билета позволит пассажирам экономить время в поездках на общественном транспорте. Это также снижает очереди у пунктов валидации.

- *Снижение издержек.* Снижение издержек на поддержание системы оплаты, а также мониторинга оплаты проезда. Это упростит работу транспортной системы, что, в условиях ограниченных ресурсов, позволит сосредоточиться компаниям главной задаче — перевозке пассажиров. Также позволит компаниям, обеспечивающим проезд, направить сэкономленные средства на развитие, улучшать качество или расширяться.

3.3. (6 баллов) Возможные варианты ответа:

- Если транспорт становится бесплатным, то компании теряют часть выручки, следовательно, это может привести к сокращению количества транспорта (увеличение интервалов ожидания). Так, если спрос на общественный транспорт более эластичен по времени, но меньше по цене, отмена оплаты за проезд может привести к худшему качеству услуг, что будет не лучшей политикой с точки зрения потребителя.

- Если транспорт становится бесплатным для потребителя, то государство начнет напрямую поддерживать компании, обеспечивающие проезд. Данное изменение в оплате не приносит дополнительных доходов в государственный бюджет, при этом государству необходимо увеличить расходы на поддержание работы общественного транспорта, что влечет увеличение расходов государства. При этом увеличение расходов сопряжено либо с необходимостью увеличению доходов государства (увеличения налогов), либо с сокращением других статей расходов.

3.4. (6 баллов) Возможный недостаток — большие издержки, ибо компании должны платить кассирам, которые принимают наличные, оплачивать сервисные сборы различных платформ. Кроме того, слишком большое множество способов оплатить проезд может привести к усложнению процесса оплаты проезда в целом.

Критерии оценивания

3.1. (7 баллов)

- 3 балла за описание экономического состояния и идею равновесия.

- 4 балла за верный аргумент и пояснение. *По критерию ставились баллы от 0 до 4 в зависимости от полноты объяснения. Снималось 2 балла за фактические и логические ошибки.*

3.2. (6 баллов)

- 2 балла за формулировку аргумента.
- 4 балла за развернутое объяснение связи этого аргумента и жизни. *По критерию ставились баллы от 0 до 4 в зависимости от полноты объяснения. Снималось 2 балла за фактические и логические ошибки.*

3.3. (6 баллов)

- 2 балла за формулировку аргумента.
- 4 балла за развернутое объяснение связи этого аргумента и жизни. *По критерию ставились баллы от 0 до 4 в зависимости от полноты объяснения. Снималось 2 балла за фактические и логические ошибки.*

3.4. (6 баллов)

- 2 балла за формулировку аргумента.
- 4 балла за развернутое объяснение связи этого аргумента и жизни. *По критерию ставились баллы от 0 до 4 в зависимости от полноты объяснения. Снималось 2 балла за фактические и логические ошибки.*

Задание 4 (25 баллов). Нефтяной кризис 1970-х годов**4.1.** (5 баллов) Нефтяное эмбарго — запрет на продажу нефти.**4.2.** (8 баллов) Страны ОПЕК были недовольны поддержкой со стороны США и других европейских государств Израиля, в связи с этим были введены санкции, которые коснулись продажи нефти из арабских государств. Экспортеры нефти из ОПЕК подняли цену за баррель из-за введения эмбарго, так как основные импортеры нефти оказались под санкциями и не могли приобретать в прежнем объеме нефть. Арабские страны-импортеры хотели понести минимальные убытки, поэтому установили более высокую цену при меньшем объеме добычи нефти. Спрос на нефть превышал предложение, в связи с чем и установилась более высокая цена.**4.3.** (12 баллов) Модель ответа:

Мир осознал, что иногда зависимость от отдельных стран с необходимым источником может стать критической, поэтому начался поиск альтернативных источников энергии (возобновляемые источники энергии). В каких-то странах произошло перепрофилирование производств (Япония), проведены реформы энергетических рынков (США). Нефть не перестала быть необходимым ресурсом для развития экономики, однако ее роль в мировой экономике и влиянии процессов, связанных с ограничением продажи этого ресурса, была принята во внимание. Выросла необходимость диверсификации поставок.

Критерии оценивания**4.1.** (5 баллов) 5 баллов за определение.

По критерию ставилось 0 баллов, если определение было сформулировано неверно. Участник мог получить неполный балл за частично верное определение. Например, 1 балл ставился, если определение было сформулировано с использованием термина «санкции». Участник получал штраф в 1 балл, если определение было дано с привязкой к конкретному кризису.

4.2. (8 баллов)

- 2 балла за указание санкций в отношении США и других стран (по тексту).

- 1 балл за механизм, описанный с опорой на специфику кризиса 1973 г. (указаны страны или причины введения эмбарго).
- 2 балла за указание превышения спроса на нефть над предложением.
- 3 балла за анализ снижения добычи нефти и установление в связи с этим более высокой цены с целью минимизации издержек.

По критерию ставился неполный балл за неполный ответ.

4.3. (12 баллов) по 6 баллов за каждый верный вывод.

По критерию ставилось 3 балла, если вывод был сделан не на основании кризиса или ответ описан неполно, общими словами. По критерию ставилось 4 балла, если в ответе присутствовали неточности, вывод подходил любому кризису. По критерию ставилось 2 балла, если вывод был неверный, но была использована верная идея, или из ответа участника непонятно, какой вывод он описывает.

Задание 5 (25 баллов). Проект по мировой экономике

5.1. (16 баллов) Возможные названия глав:

- Изменение структуры международной торговли
- Влияние пониженной занятости населения на производство и торговлю

Допускаются иные ответы.

5.2. (9 баллов) Модель ответа:

Я не согласен с утверждением Насти, потому что торговля товарами является куда более гибкой и адаптивной, чем услуги. В условиях глобальной изоляции становится невозможным обеспечить потребителей огромным количеством услуг из-за законодательных мер, которые сокращают человеческое взаимодействие. Те услуги, которые требовали личного присутствия покупателя, временно ушли, их заменили цифровые услуги с использованием сети Интернет и много другого. Торговля товарами была более резистивна пандемии, так как многие производства продолжали работать в специальных режимах. Также существовали товарные запасы, которые могли еще какое-то время поддерживать торговлю.

Критерии оценивания

5.1. (16 баллов) Тексты оцениваются по следующим критериям:

1) до 2 баллов. Чётко сформулированная мысль, суждение, тезис, высказывание, соответствующее теме задания.

2) до 5 баллов. Обоснование (анализ), логичное и последовательное доказательство основного тезиса (аргументация).

3) до 5 баллов. Исходная информация: наличие фактов (данных), корректно описывающих ситуацию.

4) до 4 баллов. Рефлексия, обсуждение ограничений собственного вывода, оценка альтернативных точек зрения.

За несоответствие теме снималось 10 баллов. За отсутствие аргументации снималось 12 баллов. За каждую фактическую ошибку снималось 3 балла.

5.2. (9 баллов) 2 балла за несогласие с мнением Насти, 4 балла за аргументацию, 3 балла за логичность и связность ответа.

За каждую фактическую ошибку снималось 3 балла. Баллы также ставились, если участник выражал согласие с мнением Насти, но аргументировал свое мнение.

10 класс

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Задание 1 (25 баллов). Равенство в потреблении

1.1. (7 баллов) Рыночное равновесие: $P^e = 125, Q^e = 500$.

Спрос покупателей из Чернолесья: $Q_1 = 400 - P$ (они готовы платить более высокую цену при $Q < 300$). В равновесии $Q_1 = 275$.

Спрос покупателей из Белополя: $Q_2 = Q_M^D - Q_1 = 1000 - 4P - (400 - P) = 600 - 3P$. В равновесии $Q_2 = 225$.

1.2. (10 баллов) Налог вводится на покупателей из Чернолесья, поскольку их объем покупок был больше: $Q_1 = 400 - P - t$. Предположим, что $t < 200$. Тогда с учетом налога рыночный спрос:

$$Q_M^D = \begin{cases} 0, & P \leq 200 \\ 400 - P - t, & 200 < P \leq 400 - t \\ 1000 - 4P - t, & 0 < P \leq 200 \end{cases}$$

Равновесная цена после введения налога: $P^e = 125 - \frac{t}{8}$.

Объемы потребления: $Q_1 = 400 - P - t = 275 - \frac{7}{8}t, Q_2 = 600 - 3P = 225 + \frac{3}{8}t$

$$Q_1 = Q_2$$

$$275 - \frac{7}{8}t = 225 + \frac{3}{8}t$$

$$50 = \frac{10}{8}t$$

$$t = 40 \Rightarrow Q_1 = Q_2 = 240$$

Заметим, что ставка налога получилась меньше 200, поэтому ограничение, установленное выше, выполнено. Если бы ставка налога была выше 200, то потребляемые количества не могли бы совпасть.

1.3. (8 баллов) 1-й спрос: цена покупки с учетом налога выросла $P_d = 120 + 40 = 160$, объем покупок сократился, благосостояние ухудшилось.

2-й спрос: цена уменьшилась, объем покупок вырос, благосостояние улучшилось.

Предложение: цена снизилась, объем продаж сократился, благосостояние ухудшилось.

От введения налога жители Чернолесья проиграли, но выиграли жители Белополя, т. к. введение налога привело к снижению равновесной цены. Продавцам введение такого налога невыгодно, т. к. оно приводит к уменьшению рыночного спроса.⁸

Критерии оценивания

1.1. (7 баллов)

- 2 балла за рыночное равновесие.
- 1 балл за спрос первой группы.
- 1 балл за спрос второй группы.

⁸ Для ответа участник мог посчитать: $CS_1 = 46250, PS_1 = 31250, SW_1 = 77500, CS_2 = 38400, PS_2 = 28800, T_x = 9600, SW_2 = 76800$ (включая налоговые сборы), $SW_2 = 67200$ (не включая налоговые сборы).

- 1 балл за идентификацию групп.
- 1 балл за количество, покупаемое жителями Белополя.
- 1 балла за количество, покупаемое жителями Чернолесья.

Если группы не названы и из решение непонятно, какое количество относится к какой группе, то ставится за пункт 4 балла из 7.

1.2. (10 баллов)

- 1 балл за определение деревни, на жителей которой будет введен налог.
- 2 балла за новый рыночный спрос с налогом.
- 2 балла за новую рыночную цену, зависящую от ставки налога.
- по 1 баллу за новые количества, потребляемые жителями деревень, в зависимости от ставки налога.
- 1 балл за равенство количеств.
- 1 балл за составление уравнения для поиска налога.
- 1 балл за ответ.

1.3. (8 баллов)

- 1 балл за ответ про благосостояние жителей Белополя и 2 балла за пояснение ответа.
- 1 балл за ответ про благосостояние жителей Чернолесья и 2 балла за пояснение ответа.
- 1 балл за ответ про благосостояние продавцов и 1 балл за пояснение ответа.

По критерию ставился 1 балл за ответ без пояснений. Ставилось 2 балла за ответ с объяснением, опирающимся на неверные предпосылки. 6 баллов ставилось за ответ об изменении благосостояния только части агентов. Полный балл ставился за ответ с объяснением.

Задание 2 (25 баллов). Миллионы белых роз

2.1. (4 балла) Определим оптимальное соотношение сторон клумбы из соображений, что при нём должна максимизироваться площадь клумбы при её фиксированном периметре (так как здесь фиксированный периметр соответствует фиксированному количеству роз на клумбе, а максимизация площади соответствует оптимальному использованию этих роз).

Пусть одна сторона прямоугольной клумбы равна a , другая сторона равна b , тогда периметр клумбы равен $2a + 2b = x_i$, а площадь клумбы равна $S = a \cdot b$. Пользуясь тем, что периметр фиксирован, выразим $a = \frac{x_i}{2} - b$ и подставим в выражение для площади: $S = \left(\frac{x_i}{2} - b\right) \cdot b$. Это парабола с ветвями вниз как функция от b , её максимум достигается в вершине, ей соответствует точка $b = \frac{\frac{x_i}{2} + 0}{2} = \frac{x_i}{4}$, тогда $a = \frac{x_i}{2} - \frac{x_i}{4} = \frac{x_i}{4} = b$, тогда $\frac{a}{b} = 1$, то есть каждый прямоугольник должен быть квадратом.

2.2. (7 баллов) Если на обозначенных двух клумбах высажено x_1 и x_2 роз, соответственно, то их суммарная площадь до перераспределения равна $\left(\frac{x_1}{4}\right)^2$ и $\left(\frac{x_2}{4}\right)^2$ (деление на 4 то на каждую из четырёх её сторон приходится $\frac{x_k}{4}$ цветов).

После перераспределения сторона первой клумбы становится равна $\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{4}$, сторона второй клумбы становится равна 0, тогда площадь этих двух клумб после перераспределения

равна $\left(\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{4}\right)^2 + 0^2 = \left(\frac{x_1}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x_1}{4} \cdot \frac{x_2}{4} + \left(\frac{x_2}{4}\right)^2$, тогда изменение суммарной площади после перераспределения (заметим, что площадь остальных клумб не менялась, поэтому изменение их площади равно 0) равно $\left[\left(\frac{x_1}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x_1}{4} \cdot \frac{x_2}{4} + \left(\frac{x_2}{4}\right)^2\right] - \left[\left(\frac{x_1}{4}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{4}\right)^2\right] = 2 \cdot \frac{x_1}{4} \cdot \frac{x_2}{4} = \frac{x_1 x_2}{8}$.

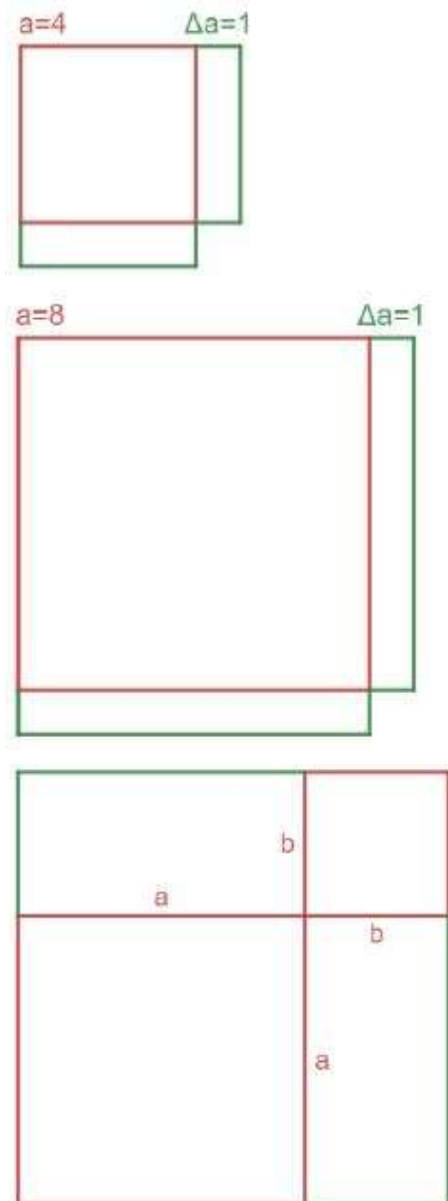
Интуитивно, из-за того, что в оптимуме площадь каждой клумбы равна квадрату длины её стороны, при небольшом фиксированном увеличении длины стороны клумбы увеличение её площади тем больше, чем больше изначальное значение длины стороны, так как больше площадь дополнительных прямоугольников, которые добавляются к изначальному квадрату (это соответствует концепции возрастающей отдачи от масштаба), из-за этого при расположении цветов на одной клумбе вместо двух площадь не уменьшается: такое расположение позволяет в большей степени использовать эффект ускоряющегося увеличения площади.

Кроме того, можно заметить, что при совмещении двух клумб и перемещении части их сторон так, чтобы была образована одна большая квадратная клумба, площадь увеличивается за счёт двух дополнительных прямоугольников со сторонами, равными сторонам двух исходных клумб.

2.3. (3 балла) В решении для п. 2.2. было получено, что изменение суммарной площади клумб выбранного цвета из-за предложенного перераспределения равно $\frac{x_1 x_2}{8}$. Поскольку $x_k \geq 0$ (так как это число цветов на отдельно взятой клумбе), приращение $\frac{x_1 x_2}{8} \geq 0$. Кроме того, если $x_1 > 0, x_2 > 0$, то $\frac{x_1 x_2}{8} > 0$. Таким образом, если высажено хотя бы две клумбы со строго положительным числом роз выбранного цвета, можно увеличить площадь (а значит и вознаграждение Ивана), сделав на одну клумбу со строго положительным числом роз этого цвета меньше за счёт вышеописанного перераспределения.

Итеративно повторяя этот аргумент (то есть последовательно уменьшая на 1 число клумб со строго положительным числом роз выбранного цвета), получим, что если изначально запланировано высадить больше одной клумбы со строго положительным числом роз этого цвета, то Ивану оптимально перераспределить цветы на них так, чтобы в итоге была высажена только одна клумба с такими розами (если высажена только одна клумба, аргумент с дальнейшим перераспределением цветов перестает работать, так как больше нет других клумб с положительным числом роз того же цвета). Таким образом, Ивану оптимально предложить Заказчику высаживать по одной клумбе с розами каждого цвета.

2.4. (8 баллов) По результатам проделанного выше анализа Иван рассматривает высадку двух квадратных клумб (по одной с розами каждого цвета). Поскольку он покупает x и y миллионов белых и синих роз, соответственно, стороны этих клумб равны $\frac{x}{4}$ и $\frac{y}{4}$, тогда вознаграждение садовника равно сумме площадей этих двух клумб, то есть



$S = S_x + S_y = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2$. Заметим, что эта площадь не убывает по x и y при их неотрицательных значениях, поэтому Ивану для её максимизации следует тратить на покупку цветов все 216 золотых монет.

Используя идею из п. 2.2. и 2.3., предположим, что изначально планировалось высадить x и y миллионов белых и синих роз, соответственно, потратив на них все 216 монет, и рассмотрим перераспределение средств на синие розы на покупку вместо них (более дешёвых) белых роз: так как цены белых и синих роз равны 2 и 3 монеты, соответственно, то вместо y синих роз можно приобрести $\frac{3}{2}y$ белых роз, тогда суммарная площадь клумб после перераспределения будет равна $\left(\frac{x+\frac{3}{2}y}{4}\right)^2 + 0^2 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{y}{4} + \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{y}{4}\right)^2$, тогда изменение суммарной площади двух клумб после распределения составит $\left[\left(\frac{x}{4}\right)^2 + 3 \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{y}{4} + \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{y}{4}\right)^2\right] - \left[\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2\right] = 3 \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{y}{4} + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{y}{4}\right)^2 \geq 0$, так как $x \geq 0$, $y \geq 0$, при этом полученное приращение положительно при $y > 0$, то есть перераспределение положительных расходов с синих роз на белые розы увеличивает суммарную площадь, поэтому оптимально приобретать только белые розы (приобретать $\frac{216}{2} = 108$ миллионов белых роз, 0 миллионов синих роз).

Альтернативный способ оптимизации суммарной площади, равной $\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2$: поскольку садовник тратит на цветы все 216 монет, он выбирает из всех таких комбинаций $x \geq 0, y \geq 0$, что $2x + 3y = 216$, что можно переписать в виде $x = 108 - \frac{3}{2}y$. Подставив это ограничение в вознаграждение, получим $16S = \left(108 - \frac{3}{2}y\right)^2 + y^2 = 108^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 108y + \frac{9}{4}y^2 + y^2 = 108^2 - 324y + \frac{13}{4}y^2$. Это парабола с ветвями вверх, поэтому в её вершине достигается минимум (этой точке соответствует $y = \frac{324}{2 \cdot \frac{13}{4}} = \frac{648}{13} = \frac{650-2}{13} = 50 - \frac{2}{13}$), поэтому необходимо рассмотреть и сравнить две наиболее удалённые от вершины точки: $y = 0$ и $y = \frac{216}{3} = 72$.

Поскольку парабола симметрична относительно вертикальной прямой, проходящей через её вершину, а ветви параболы в данном случае направлены вверх, значения аргумента, расположенные дальше от абсциссы вершины, соответствуют большему значению функции. Тогда, поскольку $\left(50 - \frac{2}{13}\right) - 0 > 72 - \left(50 - \frac{2}{13}\right)$, точка $y = 0$ соответствует большему значению вознаграждения, тогда Ивану необходимо выбрать 0 миллионов синих роз и, соответственно, $\frac{216}{2} = 108$ миллионов белых роз. Вознаграждение Ивана в найденном оптимуме будет равно $S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \left(\frac{108}{4}\right)^2 + \left(\frac{0}{4}\right)^2 = 27^2 = 729$.

2.5. (3 балла) Поскольку ранее была согласована одна квадратная клумба с белыми розами, новое предложение предполагает высадку двух клумб в форме прямоугольных треугольников с белыми розами.

Чтобы новые клумбы оказались в совокупности того же формата и размера, что и полученный выше единственный квадрат, необходимо высадить две клумбы в форме равнобедренных прямоугольных треугольников, однако при этом придётся дополнительно два раза высадить диагональ квадрата (равную гипотенузе прямоугольного треугольника), что будет недоступно при исходном ограничении на расходы, поэтому для реализации предложения Заказчика через два прямоугольных треугольника придётся уменьшить их размеры (длины сторон) и, соответственно, суммарную площадь клумб, равную вознаграждению Ивана.

Кроме того, даже если все цветы будут высажены только на одном прямоугольном треугольнике (что может быть более оптимально из тех же соображений, из которых оптимален один квадрат, а не несколько), то вознаграждение Ивана снизится, так как при одинаковом периметре квадрата и прямоугольного треугольника квадрат покрывает площадь более эффективно, то есть площадь единственного прямоугольного треугольника будет меньше площади исходного квадрата.

Критерии оценивания

2.1. (4 балла) *Верная постановка задачи максимизации, с проверкой условий второго порядка и верным ответом, приносит полный балл за данный пункт, даже если отличается от эталонного решения.*

Ответы на вопрос задания, приведённые без какого-либо обоснования, оцениваются в 0 баллов.

- 1 балл за постановку задачи оптимизации (словами или математически).
- 1 балл за запись целевой функции как функции одной переменной (подстановку ограничения в целевую функцию).
- 1 балл за нахождение точки максимума по одной из переменных.
- 1 балл за нахождение оптимального соотношения сторон (в виде непосредственно их отношения или вывода о том, что получен квадрат).

2.2. (7 баллов)

- 1 балл за запись площади клумб до перераспределения.
- 1 балл за запись площади клумб после перераспределения.
- 3 балла за вывод выражения для изменения площади (промежуточные баллы: 1 балл за взятие разности площадей, 1 балл за раскрытие скобок для площади после перераспределения / другое упрощение, 1 балл за итоговое выражение).

Если корректно получено итоговое выражение, полный балл по этому критерию ставился при любом правильном способе его получения.

- 2 балла за интуитивное / графическое обоснование.

По данному критерию ставится на 1 балл меньше (но не менее 0 баллов за критерий) за каждую фактическую (связанную с фактами из условия или решения задачи) и за каждую логическую ошибку.

2.3. (3 балла)

- 1 балл за получение вывода о том, что если у двух клумб были положительные длины сторон, то площадь после перераспределения (строго) увеличится.
- 1 балл за идею итеративного применения аргумента об увеличении площади после перераспределения.
- 1 балл за вывод о том, что нужно предлагать по одной клумбе каждого цвета.

2.4. (8 баллов) *Верная постановка задачи максимизации, с проверкой условий второго порядка и верным ответом, приносит полный балл за данный пункт, даже если отличается от эталонного решения.*

Ответы на вопрос задания, приведённые без какого-либо обоснования, оцениваются в 0 баллов.

- 1 балл за запись целевой функции (ставится 0 баллов по этому критерию, если не введены другие обозначения и площадь записана в виде $S = \beta(x^2 + y^2)$, где $\beta \neq \frac{1}{16}$).
- 1 балл за связь между x и y (за обоснование, почему нужно тратить все 216 монет).
- 6 баллов за оптимизацию:

* При оптимизации через подстановку ограничения на расходы:

– 1 балл за запись целевой функции как функции от одной переменной (подстановку ограничения в целевую функцию).

– 1 балл за указание вида функции (парабола ветвями вверх / функция, для которой условия первого порядка не дают точку максимума).

– 1 балл за указание потенциальных оптимумов (граничных точек) По данному критерию 1 балл ставится, только если указаны обе точки.

– 1 балл за сравнение значения функции в этих точках и выбор оптимальной точки.

– 1 балл за нахождение оптимального количества роз другого цвета.

– 1 балл за найденное вознаграждение Ивана.

* При оптимизации через перераспределение расходов на цветы:

– 1 балл за вычисление стороны клумбы с розами определённого цвета после перераспределения расходов на эти цветы.

– 2 балла за вывод выражения для изменения площади (промежуточные баллы: 1 балл за взятие разности площадей, 1 балл за итоговое выражение).

Если корректно получено итоговое выражение, полный балл по этому критерию ставился при любом правильном способе его получения.

– 1 балл за вывод о том, что площадь увеличится, если изначально $\diamond > 0$ / за вывод, эквивалентный этому И получение количества роз одного из цветов.

– 1 балл за нахождение оптимального количества роз другого цвета.

– 1 балл за найденное вознаграждение Ивана.

2.5. (3 балла)

• 1 балл за ясную формулировку того, как понято предложение Заказчика (как будет реализовано предложение, сколько будет прямоугольных треугольников) И вывод об уменьшении вознаграждения.

• 2 балла за объяснение.

По данному критерию ставится на 1 балл меньше (но не менее 0 баллов за критерий) за каждую фактическую (связанную с фактами из условия или решения задачи) и за каждую логическую ошибку.

Примечание: корректные обоснования, отличающиеся от приведённого в решении, также оцениваются в полный балл.

Задание 3 (25 баллов). Вот такие пироги

3.1. (4 балла) Домохозяйка купит 2 мешка муки для большого пирога и 1 мешок муки для маленького.

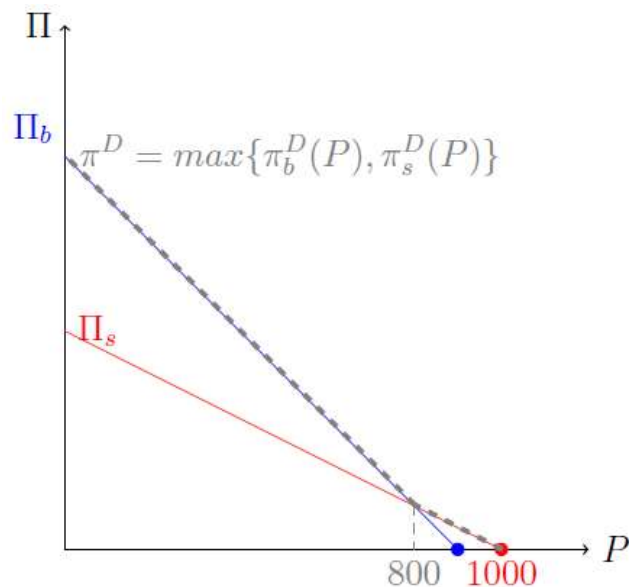
Прибыль от приготовления большого пирога $\pi_b^D = 1800 - 2P$. Она будет печь пирог если её прибыль неотрицательная ($\pi_b^D = 1800 - 2P \geq 0$), соответственно, при цене $P > 900$ она откажется от его приготовления. Прибыль от приготовления маленького пирога $\pi_s^D = 1000 - P$. При $P > 1000$ она откажется от его приготовления. Кроме того, домохозяйка изготавливает тот пирог, который принесет ей большую прибыль:

$$\pi^D = \max \{ \pi_b^D(P), \pi_s^D(P) \}$$

Сравниваем 2 прибыли $\pi_b^D \geq \pi_s^D$.

$$1800 - 2P \geq 1000 - P$$

При цене $P \leq 800$ домохозяйка будет печь большой пирог и купит 2 мешка муки. В альтернативном случае при цене ниже 1000 она будет печь маленький пирог и купит 1 мешок муки.



Получаем такой спрос:

$$Q^d = \begin{cases} 2, & P \leq 800 \\ 1, & 800 < P \leq 1000 \\ 0, & 1000 < P \end{cases}$$

3.2. (2 балла) Рассмотрим два случая, когда мельник продаст 1 мешок и 2 мешка. В каждом случае он установит максимальную цену, которую готова платить домохозяйка, для максимизации своей прибыли:

1. $P = 1000: \pi_1^M = 1000 - 480 = 520.$
2. $P = 800: \pi_2^M = 2(800 - 480) = 640.$

Наибольшую прибыль дает цена $P = 800$, которую и установит мельник, он получит прибыль 640. Домохозяйка приготовит большой пирог и получит прибыль

$$\pi^D = 1800 - 1600 = 200.$$

3.3. (6 баллов) Новые издержки за мешок 720. Новые цены за пирог: 1200 и 2160.

Новый спрос (находится аналогично пункту **3.1.**):

$$Q^d = \begin{cases} 2, & P \leq 960 \\ 1, & 960 < P \leq 1200 \\ 0, & 1200 < P \end{cases}$$

Мельник будет выбирать между ценами 960 и 1200, так как это максимальные цены на соответствующих участках спроса. При ценах ниже выручка мельника будет меньше, а издержки не изменятся. Рассмотрим два варианта:

1. Остаться на этом участке: $\pi_1^M = 1920 - 1440 = 480.$
2. Перейти на новый участок: $\pi_2^M = 1200 - 720 = 480.$

Прибыли одинаковы \Rightarrow ему безразлично, какую из двух цен установить \Rightarrow подходят оба варианта: $P = 1200, a = \frac{1200}{800} = 1,5$ и $P = 960, a = \frac{1920}{1600} = 1,2.$

3.4. (7 баллов) Издержки на мешок $\frac{720}{b}$. Цена за мешок $P = 800$. Объем муки в мешке: $b = \frac{8}{b}.$

- Если домохозяйка купит больше трёх мешков, она получит отрицательную прибыль.

- Допустим, домохозяйка купит 2 мешка. Тогда у неё будет $\frac{16}{b}$ кг муки. Если она готовит маленький пирог, то её прибыль отрицательная: $\pi_2^D = 1200 - 1600 = -400.$

Рассмотрим случай, при котором муки в мешке столько, что она может приготовить большой пирог: $\frac{16}{b} \geq 12$. Тогда $b \leq \frac{4}{3}$. Если она приготовит большой пирог её прибыль составит $\pi_1^D = 2160 - 1600 = 560$. Прибыль мельника в этом случае: $\pi_1^M = 1600 - \frac{16}{b}$.

Чем выше b , тем меньше издержки и больше прибыль. Значит, мельник установит наибольшее доступное $b = \frac{4}{3}$. Тогда его прибыль составит $\pi = 1600 - 2 \cdot 720 \cdot \frac{3}{4} = 520$.

• Допустим, домохозяйка купит только 1 мешок. Тогда муки в мешке должно хватать на приготовление маленького пирога: $\frac{8}{b} \geq 5, b \leq \frac{8}{5}$. Её прибыль будет равна $\pi_2^D = 1200 - 800 = 400$.

Аналогично, мельник установит наибольшее доступное $b = \frac{8}{5}$, а прибыль будет равна $\pi^M = 800 - 720 \cdot \frac{5}{8} = 350$.

Для мельника выгоднее ситуация, при которой домохозяйка купит 2 мешка. Соответственно, мельник выберет $b = \frac{4}{3}$, его новая прибыль составит $\pi^M = 520$. А значит, его прибыль больше по сравнению с предыдущим пунктом.

3.5. (6 баллов) Возможные ответы:

- Невнимательные покупатели могут не заметить изменение объема;
- Желание казаться более лояльными к покупателям, сохраняя прежнюю цену;
- Часть товара в упаковке не используется (если он, например, скоропортящийся), покупатели не испытывают неудобства от уменьшения объема.

Критерии оценивания

3.1. (4 балла)

- 1 балл за нахождение двух прибылей.
- 1 балл за нарисованный график (должна быть отмечена точка $P = 800$ и выделена верхняя огибающая).
- 2 балла за функцию спроса.

1 балл ставился, если точка $P = 800$ включена не в тот участок спроса или отсутствует участок $P < 480$. Если не найдена верхняя граница ($P \leq 1000$) для участка $Q = 1$, за последний критерий ставилось 0 баллов. Балл не снижался, если участок $P > 1000$ не выписан отдельно.

3.2. (2 балла)

- 1 балл за идею о рассмотрении пограничных цен.
- 1 балл за вычисление двух прибылей и ответ.

Если рассмотрена только одна прибыль, то ставился 1 балл за весь пункт.

3.3. (6 баллов)

- 1 балл за новые издержки и цены на пирог.
- 1 балл за новый спрос.
- по 1 баллу за вычисление прибыли мельника на первом и втором участке.
- 1 балл за сравнение прибылей и указание на безразличие.
- 1 балл за нахождение a для каждого из случаев.

3.4. (7 баллов)

- 1 балл за новые издержки.
- 1 балл за рассмотрение случая покупки 3 и более мешков.

- 1 балл за рассмотрение случая покупки 2 мешков для большого пирога и подсчет прибыли домохозяйки.
- 1 балл за рассмотрение случая покупки 2 мешков для маленького пирога.
- 1 балл за рассмотрение случая покупки 1 мешка для маленького пирога и подсчет прибыли.
- 1 балл за идею о том, что мельник будет ставить наибольшее b при ограничении.
- 1 балл за нахождение оптимального b и сравнение новой прибыли с предыдущим пунктом.

Балл за последний критерий ставился в том случае, если присутствует полное обоснование выбора мельника.

3.5. (6 баллов)

- по 3 балла за каждую из причин.

Неполный балл ставится за рассуждения, не доведенные до конца и / или содержащие логические ошибки. 3 балла ставилось за рассуждения про спрос с высокой эластичностью. 1 балл ставился за издержки меню. 0 баллов ставилось за рассуждения о снижении издержек, не показывающие почему при таких условиях спрос на товар останется неизменным. 0 баллов ставилось за ссылку на модель, описываемую в задаче, при отсутствии пояснений.

Задание 4 (25 баллов). Индекс энергетического кризиса

4.1. (8 баллов) Германия и Польша. Возможные объяснения:

- Относительно низкие температуры в этих регионах, что вынуждает повысить энергопотребление на обогрев зданий;
- Высокие цены на газ, вызванные волатильностью на мировом рынке и зависимостью от России как страны-экспортера энергоносителей;
- В Германии — высокая зависимость экономики от производства (например, перерабатывающая отрасль и машиностроение).

4.2. (5 баллов) Уменьшение / увеличение температуры влечет за собой увеличение / уменьшение использования энергии для поддержания «нормальной» температуры в помещениях (обогрев помещений)

4.3. (12 баллов) Модель ответа:

- Нефтяное эмбарго, 1973–1974 гг. Во время арабо-израильской войны 1973 года арабские члены Организации стран-экспортеров нефти (ОПЕК) ввели эмбарго против Соединенных Штатов после решения США пополнить запасы израильских вооруженных сил. Арабские члены ОПЕК также распространили эмбарго на другие страны, которые поддерживали Израиль, включая Нидерланды, Португалию и Южную Африку.
- Санкции против России 2022 года. Вторичные санкции, процессы регионализации (запад против востока), геополитическое “разделение мира”.

Критерии оценивания

4.1. (8 баллов) По 1 баллу за правильно названную страну, 6 баллов (по 3 балла для каждой страны) за обоснование, почему в этих странах вероятность энергетического кризиса наибольшая (0 баллов ставилось за чтение таблицы, сравнение числовых показателей по странам без приведения конкретных аргументов).

4.2. (5 баллов) 5 баллов за верный ответ.

4.3. (12 баллов) 2 балла за пример энергетического кризиса (название кризиса, годы и страны-участники), 4 балла за описание кризиса, 6 баллов за объяснение механизмов влияния.

Задание 5 (25 баллов). Международная торговля в период пандемии COVID-19

5.1. (10 баллов) Возможные варианты ответа:

- Информационные услуги и сервисы;
- Продукты питания;
- Товары для дома.

5.2. (15 баллов) Модель ответа:

Тарифные меры регулирования — методы воздействия на процессы в сфере внешнеэкономической деятельности с использованием таможенных тарифов, сборов и налогов. В тексте в качестве тарифных мер регулирования упомянуты тарифы на медицинские товары и торговые пошлины в размере 10 процентов на наборы для тестирования на COVID-19. Для того, чтобы стимулировать торговлю, следует ослабить тарифные регулирования. Это позволит товарам и услугам беспрепятственно попадать на рынки других стран, чтобы обеспечить необходимыми товарами всех нуждающихся.

Критерии оценивания

За каждую фактическую ошибку снималось 2 балла.

5.1. (10 баллов)

- по 2 балла за верный пример.

1 балл ставился за неоднозначный пример или пример из сферы медицинских услуг.

- по 3 балла за полное объяснение примера, раскрывающее пример с нескольких сторон.

2 балла ставилось за неполное объяснение, слабо раскрывающее пример, либо объяснение, содержащее фактические ошибки. 1 балл ставился за объяснение слабо раскрывающее пример и/или слабо связанное с пандемией COVID-19.

5.2. (15 баллов)

- 7 баллов за определение тарифных мер, из которых
 - до 3 баллов за описание того, что тарифные меры регулируют международную торговлю.

0 баллов ставилось за все определение, если этот аспект не раскрыт в объяснении.

– до 1 балла, если есть упоминание или подразумевается, что эти меры вводятся государством.

– до 3 баллов за упоминание тарифной специфики таких мер.

0 баллов ставилось при отсутствии этих упоминаний. При упоминании квот вместе с тарифными мерами балл снижался на 1.

- 4 балла за виды тарифного регулирования:

4 балла ставилось, если упомянуты только тарифные меры. 2 балла ставилось, если упомянуты и тарифные, и нетарифные меры. 0 баллов ставилось, если упомянуты только нетарифные меры.

- 2 балла за необходимое направление изменения:

2 балла ставилось, если есть упоминание, что тарифные меры нужно отменять для стимулирования торговли. 1 балл ставился, если упомянуты нетарифные меры.

- 2 балла за объяснение механизма:

2 балла ставилось, если есть объяснение механизма влияния тарифов на торговлю. 1 балл ставился, если есть только утверждение что тарифы негативно влияют на торговлю.

11 класс

Суммарное количество баллов за работу 125. Если сумма баллов, набранных участником по всем задачам, превосходит 100, его итоговая оценка равна 100.

Задание 1 (25 баллов). О пользе браслетов

1.1. (7 баллов) $q^* = 160 \Rightarrow$ монополист работает на той части спроса, где $Q = 380 - 2P \Rightarrow P^* = 110$.

Пусть $AC = MC = c$. Монополист максимизирует прибыль, т. е.

$$\pi = (380 - 2P)P - c(380 - 2P) \rightarrow \max$$

Это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$P^* = \frac{380 + 2c}{4} = 110$$

$$AC = MC = c = 30$$

Тогда прибыль в оптимуме $\pi = 160 \cdot 110 - 30 \cdot 160 = 80 \cdot 160 = 12800$.

1.2. (8 баллов) Из п. **1.1.** без дискриминации получаем $\pi_1 = 12800$. Теперь посмотрим, что будет, если монополист может дифференцировать покупателей, то есть использовать ценовую дискриминацию третьей степени.

Очевидно, что спрос первой группы: $Q_1 = 200 - P_1$ или $P_1 = 200 - Q_1$. Отсюда спрос второй группы: $Q_2 = 180 - P_2$ или $P_2 = 180 - Q_2$.

Тогда дискриминирующий монополист решает следующую задачу:

$$\pi = (200 - q_1) \cdot q_1 + (180 - q_2) \cdot q_2 - 30(q_1 + q_2) \rightarrow \max_{q_1, q_2}$$

Это две параболы с ветвями вниз относительно q_1 и q_2 . Тогда решения:

$$q_1 = 200 - 30 = 85, p_1 = 200 - 85 = 115$$

$$q_2 = 180 - 30 = 75, p_2 = 180 - 75 = 105$$

$$\begin{aligned} \pi_2 &= 85 \cdot 115 + 75 \cdot 105 - 30 \cdot (85 + 75) = (115 - 30) \cdot 85 + (105 - 30) \cdot 75 = \\ &= 7225 + 5625 = 12850 > 12800 \end{aligned}$$

Значит монополисту выгодно дискриминировать.

1.3. (6 баллов) Теперь есть цены $p_1 = 115, p_2 = 105$. Тогда очевидно, что при покупке пончиков, все потребители из Лукоморья будут брать у отдыхающих из Сказки их браслеты, так как по для второй группы цена ниже.

В итоге

$$\begin{aligned} q_1 &= 0, Q_1 = 200 - 105 = 95, \\ Q_2 &= 180 - 105 = 75, q_2 = 95 + 75 = 170 \\ \pi &= 115 \cdot 0 + 170 \cdot 105 - 30 \cdot 170 = 12750 \end{aligned}$$

Прибыль уменьшится.

1.4. (4 балла) $X = 12850 - 12800 = 50$. Достаточно зафиксировать браслеты только в одном пансионате, тогда отдыхающим второго просто не с кем будет меняться.

Критерии оценивания

1.1. (7 баллов)

- 1 балл за объяснение того, что монополист будет работать на том участке спроса, где $Q = 380 - 2P$ и нахождение оптимального $P^* = 110$. Обоснование выбранного монополистом участка спроса возможно через график или через проверку интервалов.

- 2 балла за постановку функции прибыли монополиста (задачи максимизации) через P или через Q :

$$\pi = (380 - 2P)P - c(380 - 2P) \rightarrow \max_P$$

$$\pi = \left(190 - \frac{1}{2}Q\right)Q - cQ \rightarrow \max_Q$$

и / или за запись условия первого порядка: первой производной или $MR = MC$;

и / или нахождение оптимума через индекс Лернера: $\frac{P-MC}{P} = \frac{1}{|E_D^P|}$.

- 1 балл за условие второго порядка при решении задачи максимизации прибыли.

Это парабола ветвями вниз, поэтому максимум в вершине.

или обоснование через график или вторую производную.

- 1 балл за нахождение оптимального значения $P^* = \frac{380+2}{4}$ или $Q^* = 190 - c$ из задачи максимизации прибыли, а также за нахождение формулы параметра $c = 190 - Q^*$ или $c = 2P^* - 190$

- 1 балл за нахождение средних и предельных издержек кафе $AC = MC = c = 30$.

- 1 балл за нахождение прибыли кафе в оптимуме $\pi = 12800$.

1.2. (8 баллов)

- 1 балл за выведение спроса первой группы (отдыхающих Лукоморья):

$$Q_1 = 200 - P_1 \text{ или } P_1 = 200 - Q_1$$

- 1 балл за выведение спроса второй группы (отдыхающих Сказки):

$$Q_2 = 180 - P_2 \text{ или } P_2 = 180 - Q_2$$

- 1 балл за запись задачи максимизации прибыли дискриминирующего монополиста

$$\pi = (200 - q_1) \cdot q_1 + (180 - q_2) \cdot q_2 - 30(q_1 + q_2) \rightarrow \max_{q_1, q_2}$$

или за постановку задачи максимизации прибыли монополиста отдельно для каждой из групп покупателей, а также за условие первого порядка для максимизации целевой функции.

- 1 балл за условие второго порядка при решении задачи максимизации прибыли.

Это две параболы ветвями вниз относительно q_1 и q_2 .

или обоснование через график или вторую производную.

- 1 балл за нахождение $q_1 = 85, p_1 = 115$.

- 1 балл за нахождение $q_2 = 75, p_2 = 105$.

- 1 балл за нахождение прибыли дискриминирующего монополиста $\pi = 12850$.

• 1 балл за сравнение прибыли дискриминирующего монополиста с прибылью из предыдущего пункта ($12850 > 12800$) и вывод о том, что монополисту выгодно дискриминировать или за утверждение о том, что монополисту всегда выгодно использовать дискриминацию третьей степени.

1.3. (6 баллов)

- 2 балла за сравнение p_1 и p_2 и вывод о том, что потребители Лукоморья будут брать браслеты у отдыхающих Сказки.

- 2 балла за указание величины спроса отдыхающих Лукоморья $Q_1 = 95$ и за нахождение новой величины суммарного спроса $Q = 170$.

- 2 балл за расчёт прибыли монополиста $\pi = 12750$ в данном случае.

Если участник считает, что монополист в данной ситуации продаст фиксированное количество пончиков $Q = 160$, найденное в предыдущем пункте, и находит прибыль $\pi = 12000$, то ему также ставился полный балл за пункт.

1.4. (4 балла)

- 2 балла за идею о том, что при нахождении ответа необходимо использовать прибыли, полученные в предыдущих пунктах, и обоснование этой идеи.

- 2 балла за нахождение суммы $X \leq 50$, используя прибыли из пунктов 1.1. и 1.2. с помощью неравенства $\pi_{1.2} - X \geq \pi_{1.1}$, где $\pi_{1.2}$ — прибыль из пункта 1.2., $\pi_{1.1}$ — прибыль из пункта 1.1., или за нахождение $X \leq 50$, представив достаточные пояснения, обоснования.

Задание 2 (25 баллов). Справедливое налогообложение

2.1. (5 баллов) Государство решает следующую задачу:

$$(1-t)(I_1 + I_2 + I_3) + 3T \rightarrow \max_{t \in [0,1]}$$

$$12(1-t) + 12(t-t^2) \rightarrow \max_t$$

Это парабола с ветвями вниз, максимум в вершине:

$$t^* = \frac{12 - 12}{-2} = 0$$

Оптимальная ставка налога $t = 0$, т. к. в данной экономике граждане получают фиксированный доход, и при перераспределении его часть 'съедается' издержками налогообложения. Суммарный доход граждан не может быть выше $I_1 + I_2 + I_3 = 12$, поэтому оптимально не облагать доходы налогом вообще.

2.2. (13 баллов) Средний доход равняется $\frac{I_1 + I_2 + I_3}{3} = 4$. Тогда

$$T = 4(\bar{t} - c(\bar{t}))$$

Каждый гражданин решает следующую максимизационную задачу:

$$U_i = (1 - \bar{t})I_i + T \rightarrow \max_{t_i}$$

$$U_i = (1 - \bar{t})I_i + 4(\bar{t} - c(\bar{t}))$$

Для i -го агента:

$$U_i = \frac{3 - t_i - t_j - t_k}{3} \cdot I_i + 4 \left(\frac{t_i + t_j + t_k}{3} - \frac{(t_i + t_j + t_k)^2}{9} \right) \rightarrow \max_{t_i}$$

Это парабола с ветвями вниз относительно $t_i \Rightarrow$ максимум в вершине. Приравняем первую производную к нулю:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t_i} = -\frac{I_i}{3} + \frac{4}{3} - 4 \cdot \frac{2}{9}(t_1 + t_2 + t_3) = 0$$

$$-3I_i + 12 - 8(t_1 + t_2 + t_3) = 0$$

$$t_i + t_j + t_k = \frac{3}{2} - \frac{3}{8}I_i \Rightarrow t_i = \frac{3}{2} - \frac{3}{8}I_i - t_j - t_k$$

то есть надо решить систему

$$\begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} - \frac{3}{8}I_1 - t_2 - t_3 \\ t_2 = \frac{3}{2} - \frac{3}{8}I_2 - t_1 - t_3 \\ t_3 = \frac{3}{2} - \frac{3}{8}I_3 - t_1 - t_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{9}{8} - t_2 - t_3 \\ t_2 = \frac{3}{8} - t_1 - t_3 \\ t_3 = -\frac{3}{2} - t_1 - t_2, \forall t_1, t_2 \in [0,1] \end{cases}$$

По условию $t_1, t_2, t_3 \in [0,1] \Rightarrow t_3 = 0$.

$$\begin{cases} t_1 = \begin{cases} \frac{9}{8} - t_2, t_2 \in \left[0, \frac{9}{8}\right) \\ 0, t_2 \geq \frac{9}{8} \end{cases} \\ t_2 = \begin{cases} \frac{3}{8} - t_1, t_1 \in \left[0, \frac{3}{8}\right) \\ 0, t_1 \geq \frac{3}{8} \end{cases} \\ t_1, t_2 \in [0,1] \end{cases}$$

В итоге получаем две ломаные:

$$\begin{aligned} t_1 &= \begin{cases} 1, t_2 \in \left[0, \frac{1}{8}\right] \\ \frac{9}{8} - t_2, t_2 \in \left(\frac{1}{8}, 1\right] \end{cases} \\ t_2 &= \begin{cases} \frac{3}{8} - t_1, t_1 \in \left[0, \frac{3}{8}\right] \\ 0, t_1 \in \left(\frac{3}{8}, 1\right] \end{cases} \end{aligned}$$

Эти кривые реакции пересекаются только в одной точке $t_1 = 1, t_2 = 0, t_3 = 0$.

Отсюда $\bar{t} = \frac{1+0+0}{3} = \frac{1}{3}$ доход после налогообложения ($\bar{t} = \frac{1}{3}$) и выплаты трансфертов для каждого гражданина.

$$T = 4(\bar{t} - c(\bar{t})) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = \frac{8}{9} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{8}{9} = \frac{14}{9}$$

$$I_2 = \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{8}{9} = \frac{26}{9}$$

$$I_3 = \frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{8}{9} = \frac{56}{9}$$

2.3. (7 баллов) В п. **2.1.** получаем доходы после налогообложения ($t = 0$) равные $I_1 = 1, I_2 = 3, I_3 = 8$, отсюда доли дохода каждого индивида от суммарного дохода: $K_1 = 1, K_2 = 3, K_3 = 8$ для п. **2.2.**

Доход каждого индивида, как доля от суммарного дохода:

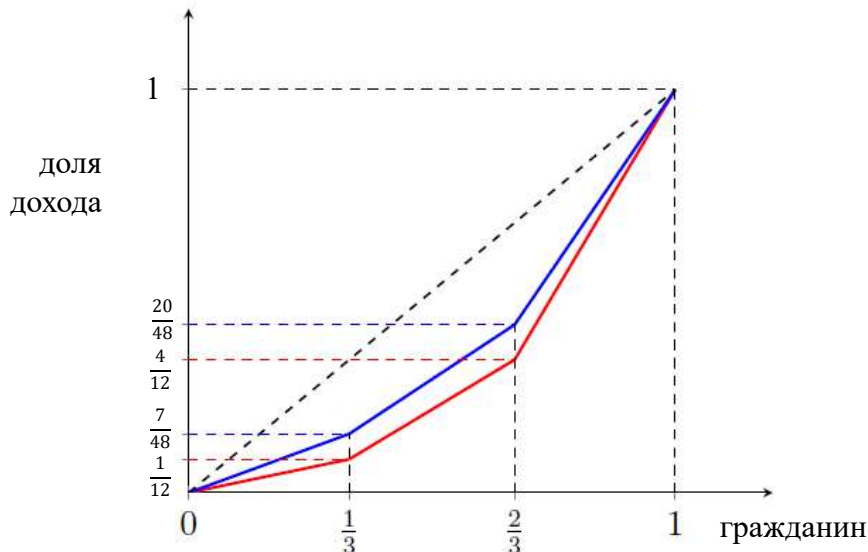
$$I_{\Sigma} = \frac{14 + 26 + 56}{9} = \frac{96}{9}$$

$$L_1 = \frac{14 \cdot 9}{9 \cdot 96} = \frac{7}{48}$$

$$L_2 = \frac{13}{48}$$

$$L_3 = \frac{28}{48}$$

Изобразим полученные результаты в виде кривых Лоренца:



Красная кривая – для п. 2.1., синяя – для п. 2.2.

Красная ломаная находится дальше от кривой абсолютного равенства (биссектриса первой координатной четверти – пунктирная диагональная линия), поэтому неравенство выше в п. 2.1.⁹

Интерпретация полученных результатов:

Получается, в результате данного налогообложения неравенство снизилось! Почему? Например, потому что с помощью налога собирается некоторая доля дохода каждого индивида, т. е. с богатого гражданина будет собрано больше денег, чем с бедного, а трансферт для всех одинаковый, и получается, с бедного индивида собирается меньше денег с помощью налогообложения и ему же выплачивается большая сумма (относительно его изначального дохода) в результате перераспределения. С богатого же собирается много денег, а выплачивается обратно мало. В результате доходы всех индивидов несколько выравниваются, неравенство снижается.

Критерии оценивания

2.1. (5 баллов)

- 1 балл за формализацию задачи государства.
- 1 балл за нахождение оптимального налога.
- 1 балл за обоснование, почему найденная критическая точка – точка максимума (парабола ветвями вниз, вторая производная отрицательна и пр.).

Если нет формального решения, но есть логичное обоснование, почему государство установит налог $t = 0$, ставилось 3 балла.

- 2 балла за экономическую интерпретацию полученного результата.

За неполный ответ ставился 1 балл (например, если не было ничего сказано про транзакционные издержки)

2.2. (13 баллов)

- 1 балл за правильную подстановку трансферта в полезность агента.
- 2 балла за задачу агента.

⁹ Для сравнения уровня неравенства участник мог посчитать коэффициент Джини: для п. 2.1. – $\frac{28}{72}$, для п. 2.2. – $\frac{21}{72}$

- 1 балл за нахождение критической точки (производная, вершина параболы). 1 балл за обоснование, почему найденная критическая точка – максимум (вершина параболы с ветвями вниз, вторая производная отрицательна и пр.).
- 1 балл за составление системы уравнений.
- 1 балл за обоснование, почему $t_3 = 0$.
- 1 балл за доказательство того, что кривые реакции первого и второго агентов пересекаются в одной краевой точке.
- 3 балла за правильные индивидуальные налоги t_1, t_2, t_3 (по одному баллу за каждый налог).
- 1 балл за правильное нахождение \bar{t} .
- 1 балл за нахождение дохода агентов после налогообложения.

Если задача агента была сформулирована неверно, за весь пункт ставилось 0 баллов.

2.3. (7 баллов)

- 1 балл за нахождение дохода агентов в п. 2.1.
- 2 балла за построение кривых Лоренца (по 1 баллу за п. 2.1. и п. 2.2.).
- 1 балл за утверждение, что в п. 2.2. неравенство ниже.
- 1 балл за обоснование, почему в п. 2.2. неравенство ниже (кривая Лоренца ближе к кривой абсолютного равенства или другое).

Если были изображены неверные графики, за утверждение и обоснование изменения неравенства ставилось 0 баллов

- 2 балла за экономическую интерпретацию полученного результата.

Задание 3 (25 баллов). Мрачная сказка

3.1. (8 баллов) Запишем прибыль фирмы и максимизируем её. Мы знаем, что фирма не может влиять на уровень цен P , но может влиять на ставку зарплаты w .

$$\pi = PY(L) - w(L) \cdot L$$

Подставим все, что нам известно и получим, что прибыль равна $\pi = 600LP - 0,25PL^2 - 0,5PL^2 = 600LP - 0,75L^2P$. Заметим, что, хоть производственная функция определена для $L \geq 1200$, в экономике нет такого количества людей, а значит не нужно рассматривать этот случай.

Прибыль — парабола ветвями вниз, поэтому максимум достигается в вершине. Найдем максимум прибыли в вершине и получим, что фирма наймет $L = \frac{600P}{1,5P} = 400$ человек.

Тогда, зная количество нанятых, найдем выпуск фирмы $Y = 0,25 \cdot 2000 \cdot 400 = 200000$ и, используя совокупный спрос $PY = 540000$, найдем уровень цен $P = 2,7$.

Из предложения труда найдем ставку зарплаты $L^s = \frac{2w}{2,7} = 400 \Rightarrow w = 540$.
Посчитаем безработицу по правилу страны Несчастье $u = \frac{400}{800} = 0,5$.

Рассчитаем прибыль фирмы $\pi = PY - wL = 540000 - 540 \cdot 400 = 324000$ и реальные доходы граждан (занятых) $RY_e = \frac{540}{2,7} = 200$, (безработных) $RY_u = \frac{324000 \cdot 0,2}{400 \cdot 2,7} = 60$, (счастливых) $RY_h = \frac{324000 \cdot 0,8}{200 \cdot 2,7} = 480$.

3.2. (9 баллов) Заметим следующие два факта:

- если нанимать больше работников, то снизится безработица;
- если нанимать больше работников, то вырастет объем производства Y , значит, при прочих равных условиях уровень цен упадет.

Соответственно, увеличивая занятость, мы минимизируем индекс несчастья, значит нужно установить такую зарплату, чтобы работало как можно больше людей.

Запишем максимизационную задачу фирмы:

$$\pi = 600LP - 0,25PL^2 - wL \rightarrow \max$$

Заметим, что прибыль — парабола ветвями вниз, поэтому максимум достигается в вершине. Найдем максимум прибыли в вершине и получим спрос фирмы на труд $L = \frac{600P - w}{0,5P} = 1200 - \frac{2w}{P} = L^d$.

Равновесие на рынке труда описывается следующим образом:

$$L\left(\frac{w}{P}\right) = \begin{cases} L^d\left(\frac{w}{P}\right), L^d\left(\frac{w}{P}\right) \leq L^s\left(\frac{w}{P}\right) \\ L^s\left(\frac{w}{P}\right), L^d\left(\frac{w}{P}\right) \geq L^s\left(\frac{w}{P}\right) \end{cases}$$

При этом $L^d \downarrow, L^s \uparrow$. Тогда максимальная занятость в пересечении L^d и L^s : $1200 - \frac{2w}{P} = \frac{2w}{P} \Rightarrow$ реальная зарплата равна $\frac{w}{P} = 300$. Зная реальную зарплату, находим количество занятых $L = 600$ и выпуск фирмы $Y = 600^2 - 300^2 = 270000$.

Из равновесия на товарном рынке $270000 \cdot P = 540000$ найдем уровень цен $P = 2$. Тогда инфляция в стране (дефляция) составит $\frac{2-2,7}{2,7} = -\frac{7}{27}$.

Посчитаем номинальную ставку, которую установит государство $w = 600$, прибыль фирмы $\pi = 540000 - 600 \cdot 600 = 180000$ и безработицу по правилу страны Несчастье $u = \frac{200}{800} = 0,25$.

Реальные доходы граждан (занятых) $RY_e = \frac{600}{2} = 300$, (безработных) $RY_u = \frac{180000 \cdot 0,2}{200 \cdot 2} = 90$, (счастливых) $RY_h = \frac{324000 \cdot 0,2}{200 \cdot 2,7} = 360$.

3.3. (8 баллов)

- *Интенсивный рост за счет уничтожения экологии.* В стране В может вырасти производство за счет уничтожения экологии. Тогда в ней снизится безработица, вырастет объем выпуска, совокупное предложение и, при прочих равных условиях, снизится уровень цен. Соответственно, индекс несчастья будет ниже. Но при этом, жители могут быть более несчастны, чем жители страны А, из-за разрушенной экологии

- *Неравенство доходов.* Неравенство доходов никак не включено в индекс несчастья, тем не менее оно влияет на уровень счастья людей. Если в стране В низкий индекс несчастья, но все доходы сосредоточены в руках нескольких человек, то люди будут более несчастны, чем в стране А с равенством в доходах.

- *Закон о тунеядстве.* Для снижения уровня безработицы государство может ввести законы обязывающие всех работать. Тогда работники вынуждены будут соглашаться на низкооплачиваемую работу с плохими условиями труда и будут более несчастны.

- *Таргетирование дефляции.* Желание снизить индекс несчастья может привести к тому, что государство будет поддерживать дефляцию, что плохо для экономики, например, снижением совокупного потребления (т. к. люди откладывают покупку товаров на будущее). Это, в свою очередь, в долгосрочной перспективе приведет к снижению производства, росту безработицы и ухудшению положения среднего гражданина

- *Разное влияние безработицы и инфляции на несчастье.* Безработица сильнее влияет на несчастье, чем инфляция, поэтому в странах А и В может быть одинаковый уровень несчастья, но в стране А – за счет высокой инфляции, в стране В – за счет высокой безработицы. Тогда положение жителя в стране В будет хуже.

Критерии оценивания**3.1. (8 баллов)**

- 2 балла за запись прибыли фирмы.
- 1 балл за нахождение оптимального L .
- по 1 баллу за нахождение Y и u .
- по 1 баллу за нахождение реального дохода каждой группы.

3.2. (9 баллов)

- 2 балла за идею про максимизацию занятости (и объяснение).
- 1 балл за нахождение L^d через максимизацию.
- 1 балл за указание того, что максимальная занятость достигается в совершенной конкуренции (при пересечении L^d и L^s).
- по 1 баллу за нахождение выпуска, уровня инфляции и уровня безработицы.
- 2 балла за нахождение трех реальных доходов.

Если какой-то группы нет / присутствует ошибка в какой-то из формул ставится 1 балл (балл не снижался в случае арифметической ошибки или представление ответа в виде дроби).

3.3. (8 баллов)

- по 1 баллу за указание идеи.
- по 3 балла за объяснение.

Снимался 1 балл, если нет доказательства нахождения максимума. Если допущена арифметическая ошибка, влияющая на последующие ответы, но при этом логика решения верная, то ответ засчитывался как верный и снимался 1 балл за весь пункт.

Задание 4 (25 баллов). Банк России**4.1. (6 баллов) Ответ на вопрос:**

- Снижение доли доллара США;
- Увеличение доли евро, юаня и “прочих валют”.

Возможные объяснения:

- Геополитические риски;
- Изменение структуры ФНБ;
- Рост торговли с Китаем.

В случае геополитических кризисов, России нужны резервы, на которые не могут воздействовать санкции западных государств. Поэтому ЦБ за последние годы увеличил долю золота и китайского юаня почти до половины резервов.

Комментарий: Пандемия Covid-19 не может служить объяснением изменения резервов в 2021 году, когда основная масса ограничений была снята.

4.2. (6 баллов) Модель ответа:

Валютные резервы позволяют уменьшать влияние внешних шоков на экономику страны. Основной канал влияния данного типа шоков — международная торговля и потоки капитала. Поэтому обычно страны хотят и могут накапливать резервы именно в той валюте, на которую приходится основная доля внешних операций. При этом стоит отметить, что большая часть торговых операций производится в стабильных и ликвидных валютах (таких, как доллар США, евро, фунт стерлингов и т. д.). Такие валюты можно

быстрее и с меньшими затратами обменять на рынке, в связи с чем валютные интервенции будут более эффективными.

4.3. (13 баллов) Модель ответа:

Пандемия COVID-19 привела к появлению отрицательного шока спроса (рост неуверенность населения, уменьшение трат во время локдауна на те товары и услуги, потребление которых становится невозможным), и отрицательного шока предложения (сокращение выпуска из-за того, что перестает выполняться вся производственная деятельность, которую невозможно выполнять удаленно). Значительное снижение экономической активности в этот период и стало причиной проведения ЦБ стимулирующей экономической политики.

Механизм: При снижении ключевой ставки кредиты ЦБ становятся “дешевле” \Rightarrow коммерческие банки хранят меньше избыточных резервов (т.к. смогут взять в долг у ЦБ) \Rightarrow больше выдают кредитов населению \Rightarrow количество денег на руках населения растёт \Rightarrow население больше тратит, то есть увеличивается совокупный спрос \Rightarrow растёт совокупный выпуск \Rightarrow растёт уровень инфляции (через кривую Филлипса).

Комментарий: в механизме засчитываются альтернативные объяснения (рост потребления из-за снижения сбережений, рост инвестиций, изменение инфляции из-за влияния валютного курса на инфляцию и т. д.)

Критерии оценивания

4.1. (6 баллов)

- 2 балла за ответ про снижение доли доллара и 2 балла за ответ про рост доли других валют.
- 2 балла за причину изменений.

Если в приведенном объяснении есть ошибки в экономической логике, балл может быть снижен.

4.2. (6 баллов)

- 2 балл за ответ про валютную торговлю страны и 2 балла за пояснение.
- 1 балл за ответ про ликвидность резервов и 1 балла за пояснение.

4.3. (13 баллов)

- 2 балл за краткое пояснение причины.
- 4 балл за механизм снижения деловой активности.
- по 1 баллу за каждую ключевую мысль в цепочке механизма влияния (максимум 7 баллов).

Задание 5 (25 баллов). Проблемы климата

5.1. (6 баллов) Проблема связана с тем, что для снижения средней мировой температуры необходимо очень сильно снизить выбросы в атмосферу. В современном мире связанные с уменьшением выбросов технологии производства развиты недостаточно для того, чтобы ими успешно можно было заменить загрязняющее производство. Таким образом, понадобилось бы останавливать практически все существующее производство на Земле, что привело бы к мировому кризису из-за резкого де

5.2. (10 баллов) Модель ответа:

Поскольку сложно предсказать объём эмиссии парниковых газов по сравнению с максимальным уровнем, разница между фактически производимым и максимальным доступным по выданной квоте объёмом могла достигать очень высоких значений в одних

странах и очень низких в других. В то же время отдельные государства вносят особенно крупный вклад в глобальное изменение климата, производя основную долю парниковых газов на планете. Таким образом, покупая квоты, государство потенциально может практически полностью избавиться от нагрузки по снижению эмиссии, что делает механизм неэффективным для совместной борьбы стран с проблемами изменения климата.

5.3. (9 баллов) Возможные методы сокращения выбросов:

- Налог на загрязнение окружающей среды;
- Базовый уровень и кредит;
- Установка предельных значений выбросов и методов их соблюдения для каждого объекта.

Критерии оценивания

5.1. (6 баллов) Максимально 6 баллов за верный ответ.

6 баллов ставилось, если общая идея правильная и приведено логичное и последовательное пояснение. 4 балла ставилось, если общая идея правильная, но в пояснении пропущены логические связи. 3 балла ставилось, если общая идея правильная, но пояснения нет или оно неверное. 1 балл ставился, если идея не была четко выражена, но прослеживалась в ответе. 0 баллов ставилось, если общая идея неправильная и пояснения нет.

5.2. (10 баллов) Тексты оцениваются по следующим критериям:

- 1) До 1 балла. Чётко сформулированная мысль, суждение, тезис, высказывание, соответствующее теме задания.
- 2) До 3 баллов. Обоснование (анализ), логичное доказательство основного тезиса (аргументация).
- 3) До 3 баллов. Исходная информация: наличие фактов (данных), корректно описывающих ситуацию.
- 4) До 3 баллов. Рефлексия, логичное и последовательное обсуждение предложенного тезиса и собственного вывода.

5.3. (9 баллов)

- 3 балла за реализуемый инструмент, непосредственно связанный с сокращением выбросов. До 2 баллов может быть снято, если инструмент повторяет механизм торговли квотами Киотского протокола, или его невозможно реализовать в современных условиях, или инструмент не связан со снижением выбросов.

- 6 баллов за объясненный механизм работы этого инструмента и его влияния на снижение объема выбросов. Если механизм объяснен не полностью или есть логические пробелы в объяснении его действия, может быть выставлено до 3 баллов.

1-2 балла снималось за неточности и фактические ошибки.

Содержание

Профиль «Математика»	4
Перечень и содержание тем	6
Задания заключительного этапа 2019-2020 учебного года	40
Задания заключительного этапа 2020-2021 учебного года	47
Задания заключительного этапа 2021-2022 учебного года	52
Решения и критерии к заданиям 2019-2020 учебного года	58
Решения и критерии к заданиям 2021-2022 учебного года	94
Профиль «Информатика»	113
Перечень и содержание тем	117
Задания заключительного этапа 2020-2021 учебного года	120
Задания заключительного этапа 2021-2022 учебного года	131
Задания заключительного этапа 2022-2023 учебного года	138
Решения и критерии к заданиям 2020-2021 учебного года	150
Решения и критерии к заданиям 2021-2022 учебного года	158
Решения и критерии к заданиям 2022-2023 учебного года	168
Профиль «Финансовая грамотность»	182
Перечень и содержание тем	184
Задания заключительного этапа 2020-2021 учебного года	210
Задания заключительного этапа 2021-2022 учебного года	220
Задания заключительного этапа 2022-2023 учебного года	230
Решения и критерии к заданиям 2020-2021 учебного года	243
Решения и критерии к заданиям 2021-2022	

учебного года	266
Решения и критерии к заданиям 2022-2023	
учебного года	289
Профиль «Основы бизнеса»	316
Перечень и содержание тем	318
Задания заключительного этапа 2020-2021	
учебного года	332
Задания заключительного этапа 2021-2022	
учебного года	340
Решения и критерии к заданиям 2020-2021	
учебного года	362
Решения и критерии к заданиям 2021-2022	
учебного года	371
Решения и критерии к заданиям 2022-2023	
учебного года	383
Профиль «Экономика»	400
Перечень и содержание тем	404
Задания заключительного этапа 2018-2019	
учебного года	419
Задания заключительного этапа 2019-2020	
учебного года	434
Задания заключительного этапа 2020-2021	
учебного года	446
Задания заключительного этапа 2021-2022	
учебного года	454
Задания заключительного этапа 2022-2023	
учебного года	465
Решения и критерии к заданиям 2018-2019	
учебного года	486
Решения и критерии к заданиям 2019-2020	
учебного года	527
Решения и критерии к заданиям 2020-2021	
учебного года	558
Решения и критерии к заданиям 2021-2022	
учебного года	585
Решения и критерии к заданиям 2022-2023	
учебного года	624